METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVIEW OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE RUNDSCHAU

Vol. IV. N. 1. **15 - VII - 1924**

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

FERRARA (Italia)
CASA EDITRICE TADDEI
45 Via de' Romei

METRON esce in quattro numeri all'anno, che costituiscono complessivamente un volume di 700-800 pagine.

METRON accoglie articoli originali di metodologia statistica e di applicazioni statistiche alle varie discipline, e rassegne o discussioni di risultati raggiunti col metodo statistico in diversi campi della scienza o tali da poter interessare il cultore della statistica. Pubblica altresì una bibliografia di tutte le opere e riviste ricevute in omaggio od in cambio.

Articoli e rassegne potranno essere scritti in italiano, francese, inglese o tedesco. I manoscritti in lingua francese, inglese o tedesca dovranno essere dattilografati.

La collaborazione non è retribuita. Gli autori riceveranno gratuitamente 25 estratti dei lavori pubblicati.

I manoscritti per la pubblicazione dovranno essere indirizzati al *Prof. Corrado Gini, R. Università di Padova - Gabinetto di Statistica*, oppure al membro del Comitato direttivo che rappresenta lo Stato a cui l'autore appartiene. Gli autori sono pregati di conservare copia del manoscritto inviato, poichè, nel caso che questo non venga pubblicato, la Direzione non ne garantisce la restituzione.

Al Prof. Corrado Gini dovranno pure essere indirizzate le richieste di cambi da parte di riviste o di altri periodici e ogni pubblicazione inviata in cambio od in omaggio.

Le richieste di abbonamenti, del pari che i versamenti per gli abbonamenti dell'annata in corso e delle successive, dovranno invece essere indirizzati alla *Casa Editrice Taddei, 45 Via dei Romei, Ferrara.*

Il prezzo di abbonamento per il Volume IV è di **20 scellini** in Europa e di **5 dollari** fuori di Europa, porto compreso. Il prezzo di un fascicolo è rispettivamente di **6 scellini** e di **1½ dollari,** porto compreso. Per l'Italia e i paesi a cambio più sfavorevole, il prezzo del volume è di **54 lire italiane** e quello del fascicolo di **16 lire italiane,** porto compreso.

METRON paraît en quatre fascicules par an formant en tout un volume de 700-800 pages.

METRON publie des articles de méthodologie statistique et d'applications statistiques aux différentes disciplines, ainsi que des revues ou des discussions des résultats obtenus par la méthode statistique dans toutes les sciences ou bien intéressant les savants qui s'occupent de statistique.

METRON publie aussi une bibliographie de tous les ouvrages et Revues reçus en hommage ou en échange.

Les articles et les revues pourront être écrits en français, en italien, en anglais ou en allemand. Les manuscrits en français, en anglais ou en allemand doivent être envoyés dactylographiés.

On enverra gratis aux auteurs 25 copies tirées à part de leurs travaux après publication.

On adressera les manuscrits pour la publication à *M. le Prof. Corrado Gini, Gabinetto di Statistica, R. Università di Padova (Italie),* ou bien au membre du comité de direction représentant le pays de l'auteur. On prie les auteurs de garder une copie du manuscrit qu'ils adressent à la Revue, car, en cas de non publication, la rédaction ne garantit pas de pouvoir le renvoyer.

Les demandes d'échange de la part des Revues et des autres périodiques ainsi que toutes les publications envoyées en échange ou en hommage doivent aussi être adressées au Prof. Corrado Gini.

Les demandes de nouveaux abonnements, ainsi que les payements pour les abonnements de l'année courante et de celles qui suivront, devront être adressées à la *Casa Editrice Taddei, 45 Via dei Romei, Ferrara - Italie.*

Le prix d'abonnement au volume IV est fixé à **20 sh.** (chèque) dans les pays européens et à **5 dollars** (chèque) dans le pays extra-européens, frais d'envoi compris. Le prix par fascicule est respectivement de **6 sh.** et de **1½ dollars,** frais d'envoi compris. Pour l'Italie et les pays ayant un change plus défavorable, le prix du Volume est de **54 lires it.** et le prix par fascicule est de **16 lires it.,** frais d'envoi compris.

METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVIEW OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE RUNDSCHAU

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Dott. Corrado Gini, *prof. ord. di Statistica nella R. Università di Padova* (Italia).

Vol. IV. N. 1. **15 - VII - 1924**

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

FERRARA (Italia)
CASA EDITRICE TADDEI
45 Via de' Romei

Articoli giunti alla Rivista che verranno pubblicati nei prossimi numeri.
(Secondo l'ordine d'arrivo)

Artikel die an die Rundschau angelangt sind und welche in den nachfolgenden Nummern erscheinen werden.
(Nach der Reihenfolge des Eingangs)

Articles reçus par la Revue et à paraître prochainement.
(D'après la date de réception)

Articles received by the Review which will be published in future issues.
(According to date of receipt)

C. Gini, *Sulle leggi della frequenza e delle combinazioni sessuali dei parti plurimi.*

C. Gini e M. Boldrini, *Il centro della popolazione italiana.*

E. J. Gumbel, *Statistische Eigenschaften einer linear-wachsenden Bevölkerung.*

F. Savorgnan, *L' augmentation de la mortinatalité générale en France pendant la guerre.*

J. W. Wolff, *Some Statistics about Surinam* (*Dutch Guyana*).

C. Gini e L. Livi, *Alcuni aspetti delle perdite dell' esercito italiano illustrate in base ai dati degli « Uffici Notizie ».*

V. Backman, *Nationalité et accroissement de la population en Finlande.*

E. Lindelöf, *Les communes suédoises rurales de la Finlande.*

Corrado Gini

Quelques considérations au sujet de la construction des nombres indices des prix et des questions analogues.

Contribution à l'étude des méthodes d'élimination.

SOMMAIRE

Le concept de « série de nombres indices ». — **15.** Les formules des nombres indices pour les différentes méthodes et les divers procédés. — **16.** La généralisation des méthodes *A*, *B*, *C*, *D*, et les applications que l'on en a faites dans les différents domaines de la statistique. — **17.** Distinctions et considérations au sujet des différentes applications des méthodes *A*, *B*, *C*, *D*. — **18.** De l'arbitre dans la séparation des groupes de circonstances dont dépend une série de grandeurs Deux séparations alternatives. Les méthodes *A'*, *B'*, *C'*, *D'*. — **19.** Des divergences possibles entre les résultats des méthodes *A*, *B*, *C*, *D*, et ceux des méthodes *A'*, *B'*, *C'*, *D'*. — **20.** Le phénomène de la « régression » et son importance pour certaines applications des méthodes d'élimination. — **21.** La symétrie des méthodes d'élimination vis à vis des coefficients et des quantités dont dépendent les grandeurs considérées. — **22.** Quelques précisions au sujet de la signification des applications des méthodes d'élimination.

Les limites de la compétence des méthodes d'élimination dans la construction des nombres indices.

23-25. — Hypothèses dans lesquelles l'application des méthodes d'élimination n'est pas nécessaire. — **23.** Cas dans lesquels il n'y a pas besoin d'isoler les influences d'un groupe de circonstances. — **24.** Relations entre les nombres indices établis d'après les méthodes d'élimination et les rapports entre les moyennes arithmétiques des coefficients. — **25.** Relations entre les nombres indices établis d'après les méthodes d'élimination et les moyennes arithmétique ou harmonique des rapports entre les coefficients. — **26.** Relations des rapports entre les moyennes arithmétiques des coefficients et la moyenne arithmétique des rapports entre les coefficients. — **27.** Des difficultés logiques que comporte l'application des méthodes d'élimination, et en particulier l'application aux nombres indices des prix, lorsqu'il y a des relations nécessaires entre les variations des coefficients et des quantités. — **28.** Des différents buts que l'on peut avoir en vue dans l'application des méthodes d'élimination à la construction des nombres indices des prix. — **29.** La signification à attribuer aux résultats des méthodes *A*, *D* (ou des méthodes *B*, *C*) lorsqu'il y a des relations nécessaires entre les variations des coefficients et des quantités ; les divergences que l'on observe entre les résultats de ces méthodes et les limitations qui s'en suivent à la comparabilité des nombres indices des prix obtenus par le procédé du type mobile et par celui du type fixe. — **30.** La signification à attribuer aux résultats des méthodes *A*, *D* (ou des méthodes *B*, *C*) lorsqu'il y a des relations non nécessaires entre les variations des coefficients et des quantités et les divergences que l'on observe entre les résultats de ces méthodes.

Les formules à choisir pour les nombres indices établis d'après les méthodes d'élimination.

31. Conditions auxquelles les nombres indices doivent satisfaire pour répondre au but des méthodes d'élimination dans le cas de séries de deux nombres indices. — **32.** Divergences entre les résultats obtenus par les méthodes directes et par les méthodes indirectes d'élimination. — **33.** Les formules des nombres indices pour séries de deux nombres indices déduites d'une moyenne entre les résultats des méthodes *A* et *D*, ou *B* et *C*. — **34.** La formule « idéale » et sa justification. — **35.** Conditions auxquelles les nombres indices doivent satisfaire pour répondre au but des méthodes d'élimination dans le cas de successions d'un nombre quelconque de nombres indices. — **36.** Difficultés théoriques à la comparaison entre plus de deux nombres indices, lorsque — ainsi qu'il arrive dans le domaine des prix — les variations des coefficients et des quantités sont liées nécessairement entre elles. — **37.** Importance du caractère plus ou moins exact et plus ou moins complet des données pour le choix de la formule des nombres indices. — **38.** En particulier de la difficulté qui provient de la circonstance que les modalités du caractère dont on vise à éliminer l'influence ne sont pas les mêmes pour toutes les périodes ou pays que l'on veut comparer, et des différents moyens pour la surmonter.

— **39.** Les divergences effectives entre les résultats obtenus par les méthodes A et D et quelques-unes de leurs moyennes. — **40.** Les divergences effectives entre les résultats obtenus par le procédé du type fixe et ceux obtenus par le procédé du type mobile. — **41.** Les divergences effectives entre les résultats obtenus en se basant sur des types différents. — **42.** La détermination des modalités qui ont intérêt pour la recherche et leur classement en catégories. — **43.** L'impossibilité pratique de considérer toutes les modalités et les considérations qui doivent guider dans leur choix. — **44.** La comparabilité des modalités et les moyens pour l'obtenir. — **45.** De quelques nombres indices spéciaux du pouvoir d'achat de la monnaie : pouvoir d'achat en calories, en poids, en volumes, etc. — **46.** Du nombre indice du pouvoir économique d'achat de la monnaie et de ses rélations avec le nombre Indice du pouvoir physique d'achat de la monnaie. — **47.** Des relations entre le nombre indice du pouvoir physique d'achat de la monnaie et les satisfactions ou le bien-être qu'une unité monétaire peut procurer. — **48.** De l'influence des variations dans la concentration de la richesse sur le pouvoir d'achat économique de la monnaie et sur les satisfactions et le bien-être qu'une unité monétaire peut procurer. — **49.** De la significàtion des méthodes A et D pour la détermination du nombre indice du pouvoir économique d'achat de la monnaie.

De l' influence que le mode de séparer les groupes de circonstances peut avoir sur les nombres indices, spécialement pour des caractères qui présentent le phénomène de la régression.

50. Les méthodes A', B', C', D', en relation avec les méthodes A, B, C, D, pour des caractères qui ne présentent pas le phénomène de la régression. Divergences possibles. Quelles méthodes doit-on préférer ? — **51.** Les méthodes A', B', C', D', en relation avec les méthodes A, B, C, D, pour des caractères qui présentent le phénomène de la régression. Contradiction possible de leurs résultats. — **52.** Le rôle de la régression. — **53.** Les procédés que l'on peut suivre pour éliminer la contradiction. Application aux questions: si la femme a la tête relativement plus grande et si elle est plus brachycéphale que l'homme.

1. — Les recherches nombreuses et remarquables, que l'on a faites au sujet des nombres indices des prix, laissent peut-être encore place à quelques considérations. Il paraît surtout désirable de rapprocher plus qu'on ne l'a fait jusqu'à présent la construction des nombres indices des prix à des applications statistiques analogues, de façon à faire ressortir ce qu'il y a de commun à ces diverses applications et ce qu'il y a de spécial à chacune d'elles. Des rapprochements semblables ont souvent la plus grande utilité, car dans certaines applications on peut avoir eu l'occasion de mettre en évidence la présence et la portée d'hypothèses qui sont à la base des méthodes employées et qui dans d'autres applications ont été au contraire négligées bien que, dans celles-ci aussi, elles ne soient pas sans importance.

Questions préliminaires

2. — On peut dire d'une façon générale que la construction des nombres indices des prix a toujours un des deux buts suivants: ou bien *a*) mesurer les variations des prix de certains biens indépendamment des variations de leurs quantités, ou bien *b*) fournir le moyen pour mesurer les variations de ces quantités indépendamment des variations des prix.

Dans la plupart des cas, le problème se pose d'une telle façon que, si tous les éléments pour le résoudre étaient connus, nous nous trouverions en présence de m grandeurs différentes à comparer — grandeurs qui peuvent prendre la forme de montants (totaux des valeurs des biens considérés) ou bien de moyennes arithmétiques (prix moyens des dits biens) — et qui peuvent être regardées comme les résultantes de deux groupes de circonstances (prix, quantités). Nous voulons séparer l'influence des deux groupes de circonstances, en éliminant l'effet que les variations de l'un des deux exerce sur les variations des grandeurs résultantes et en mettant de la sorte en lumière directement l'effet qui revient aux variations de l'autre groupe et indirectement celui qui revient aux variations du premier groupe.

Nous calculons dans ce but ce que deviendraient les m grandeurs dans l'hypothèse où les quantités seraient constantes et les prix seuls auraient changé.

Nous sommes dans le premier cas (*a*) lorsque nous voulons mesurer les variations du coût de la vie. Les dépenses d'une famille type varient d'un endroit à l'autre ou d'une époque à l'autre dans une certaine mesure. Comment auraient-elles varié pour le seul effet des prix si les quantités et qualités consommées étaient restées les mêmes? ou, en d'autres termes, quelle aurait été la somme nécessaire, dans les différents endroits ou dans les différentes époques, pour acheter les mêmes objets de consommations?

Le problème est le même si, à la place des consommations d'une famille, on considère les consommations de toutes les familles et aussi des associations et corps publics d'un pays, dans le but d'obtenir un nombre indice des prix de détail.

Il ne varie pas non plus si on comprend dans le mot consommation, non seulement les biens qui servent à l'usage personnel, mais aussi ceux qui sont transformés par les industries, dans le but d'obtenir un nombre indice des marchandises consommées.

Il est encore le même si on se borne à considérer les marchandises qui doivent encore subir des transformations industrielles ou commerciales, en vue d'obtenir un nombre indice des prix de gros.

Et enfin il n'est pas différent si on considère tous les biens — meubles et immeubles — et les services qui font l'objet des transactions monétaires, afin de parvenir au nombre indice des prix des biens échangés ou, ainsi que l'on dit souvent, du niveau général des prix ou encore du pouvoir d'achat de la monnaie.

Nous sommes au contraire dans le deuxième cas (*b*) lorsqu' il s'agit d'établir quelles auraient été les différences, d'un endroit à l'autre, ou les variations, d'une période à l'autre, de la richesse privée ou nationale, ou bien des revenus nationaux, ou encore des consommations d' une population, ou enfin des importations ou des exportations — globales ou par tête — d'un pays, si les prix des biens existants ou respectivement produits, ou consommés, ou exportés, ou importés, étaient les mêmes dans les différents pays ou dans les différentes périodes.

Dans la plupart des cas, la construction des nombres indices des prix, lorsqu' on possède toutes les données nécessaires, peut donc être envisagée comme un cas spécial d' une méthode beaucoup plus étendue — celle de l' élimination de l' influence d'un groupe de circonstances — qui, dans la statistique, a déjà reçu maintes applications.

Nous examinerons les méthodes d' élimination d'une façon générale, en rappelant d'abord leurs principales applications, en précisant par la suite le domaine de leur compétence, en tâchant enfin de surmonter les difficultés générales ou spéciales que l'on rencontre dans leurs applications. Nous nous arrêterons sur les particularités de quelques-unes de ces applications et spécialement sur la construction des nombres indices des prix.

3. Avant de passer à cette discussion générale, qu'il nous soit permis de préciser le concept de nombre indice et d' examiner les cas dans lesquels on admet, généralement ou de la part de certains auteurs, que la construction des nombres indices des prix a un caractère différent de celui que nous avons envisagé et ne rentre pas par conséquent dans les applications des méthodes d'élimination.

Il est à remarquer à ce propos qu'en parlant dans cet article de la construction des nombres indices sans rien ajouter nous entendons nous référer aux *nombres indices complexes* en opposition aux *nombres indices simples*. C'est là d'ailleurs la signification que l'on donne généralement à cette expression. Il faut observer toutefois que dans la statistique théorique l'expression «nombres indices» a une signification plus générale, qui comprend aussi les nombres indices simples. On entend en effet par « nombres indices» des nombres qui mesurent l'intensité d'un phénomène à des époques ou à des endroits ou pour des catégories de personnes différentes, ayant pris pour unité de mesure l'intensité que ce phénomène présente dans une de ces époques ou endroits ou catégories considérées, ou bien dans l'ensemble de quelques-unes ou de toutes ces époques ou endroits ou catégories, ou enfin dans une autre époque ou endroit ou catégorie comparable à celle que l'on considère. Par exemple, les nombres qui indiquent la population d'un pays d'après les recensements, étant faite = 100 la population d'après le premier recensement, sont des nombres indices; de même les nombres qui indiquent les prix d'une marchandise dans les différentes années, étant fait = 100 son prix dans une année donnée, sont encore des nombres indices; de plus les nombres qui indiquent pour différentes époques le montant de la richesse ou la valeur des consommations ou des transactions d'un pays ou bien la dépense d'une famille type, tels qu'ils résultent par l'effet des variations des prix et des quantités, sont encore des nombres indices. Mais ce sont là des nombres indices *simples*. Évidemment leur construction n'exige pas l'application des méthodes d'élimination. Mais, si nous avons plusieurs séries de nombres indices concernant des objets ou des faits analogues, par exemple la population ou la richesse de différents pays ou bien les prix de différentes marchandises, on peut se proposer d'en tirer un nombre indice unique, qui sera un nombre indice *complexe* et que l'on indiquera habituellement sous la forme d'une moyenne des nombres indices simples, quelquefois sous la forme de leur somme. La construction des nombres indices simples n'offre pas de difficultés et ne donne pas origine à des discussions; c'est à cause de cela que, lorsqu'on parle de la construction des nombres indices, l'on entend généralement se référer aux nombres indices complexes (1).

---

(1) C'est dans ce sens, par exemple, que l'on entend l'expression « index numbers » dans les livres de MITCHELL, *The making and using of index numbers* (« Bulletin of the N. S. Bureau of Labor Statistics », 1ère édition, N°. 175, 1910; 2ème édition, N°. 284, 1921) et de FISHER, *The making of index numbers*. (Houghton Mifflin Co., 1922). Il y a d'ailleurs des exceptions. Dans les résolutions adoptées par l'Institut International de Statistique au cours de la XVme Session, par exemple, on considère sous les rubriques *A. Indices du mouvement des prix de gros. E. Indices du mouvement du coût de la vie* aussi des nombres indices simples. C'est le cas pour l'« Indice combiné des mouvements des quantités et des prix » et pour l'« Indice du coût de la vie destiné à représenter à la fois les changements dus aux mouvements des prix et les changements imputables aux modifica-

Par cette expression certains auteurs entendent même, par antonomase, indiquer les nombres indices complexes des prix (2). C'est là une limitation traditionnelle, provenant du fait que les nombres indices complexes se sont premièrement développés dans le domaine des prix; aujourd'hui les mêmes méthodes sont employées, ainsi que nous le verrons, dans trop d'autres recherches pour qu'il ne soit pas opportun de faire suivre à l'expression nombres indices l'indication des grandeurs auxquelles ils se rapportent.

4. Il est à remarquer que la somme des nombres indices simples des prix se réduit immédiatement à leur moyenne arithmétique si pour le nombre indice complexe on adopte la même unité de mesure que pour chacun des nombres indices simples; par exemple, si l'on fait = 100, pour l'année base, soit le nombre indice complexe, soit chacun des nombres indices simples. On peut donc dire que les nombres indices complexes peuvent toujours être mis sous la forme de moyennes des nombres indices simples.

---

tions du genre de vie ». On trouvera ces résolutions annexées à l'article de M. MARCH. *Les indices économiques*, dans le numéro 3-4 du vol. III de cette Revue.

Dans cet article, M. MARCH fait une tripartition des nombres indices, en distinguant les *indices particuliers*, qui correspondent à ceux que nous appelons indices simples, les *indices synthétiques* et les *indices composés*. Ces deux dernières catégories rentreraient dans notre catégorie des indices complexes. Les indices synthétiques résumeraient en un indice unique plusieurs indices simples calculés entre grandeurs mésurables d'après la même unité (à un facteur constant près); les indices composés résumeraient en un indice unique plusieurs indices simples calculés entre grandeurs exprimées en unités de nature différente (par exemple, unité monétaire, unité de poids, individu).

On a raison, au point de vue de la théorie générale, de faire cette distinction, quoiqu'on puisse remarquer que, plus importante que l'identité de l'unité de mesure — qui d'ailleurs disparaît dans les nombres indices simples — est l'analogie des phénomènes mesurés par les indices simples. Une moyenne entre l'indice simple du trafic maritime déduit du tonnage des navires partis pour l'étranger des ports d'un pays ou entrés dans les ports du pays provenant de l'étranger et l'indice simple du poids des marchandises exportées ou importées par voie de terre serait, d'après cette distinction, un indice composé, tandis qu'une moyenne des indices simples des suicides, des faillis, des chômeurs serait un indice synthétique. Pourtant l'analogie entre les indices simples est bien plus grande dans le premier cas que dans le second. La distinction n'a pas d'importance pour ce qui concerne le domaine des indices des prix, où les indices complexes rentrent toujours dans la catégorie des indices synthétiques, car ils résument des indices simples calculés entre des grandeurs exprimées en unités monétaires.

(2) Par exemple, MITCHELL et FISHER dans les ouvrages cités.

Puisque les nombres indices des prix sont des nombres indices complexes et que les nombres indices complexes peuvent toujours être mis sous la forme de moyennes des nombres indices simples, on peut conclure que les nombres indices (complexes) des prix peuvent toujours être regardés comme des moyennes des nombres indices simples des prix, ou, en d'autres mots, comme des moyennes des variations des prix.

La construction des nombres indices des prix avec les méthodes d'élimination porte, d'autre part, à déterminer des nombres indices simples des sommes ou des moyennes des prix, et, puisque les sommes des prix peuvent aussi être réduites à la forme de leurs moyennes arithmétiques, on peut dire, en général, que la construction des nombres indices des prix avec les méthodes d'élimination porte à des nombres indices simples des moyennes des prix, ou, en d'autres termes, porte à mesurer les variations des moyennes des prix.

Est-ce qu'il y a contradiction entre ces deux conclusions? En lisant certains auteurs on peut avoir l'impression que tel est leur avis.

Le prof. YOUNG avait exprimé l'avis qu'il y a une différence substantielle entre la mesure d'une moyenne des variations des prix et la mesure de la variation du niveau général, c'est-à-dire d'une moyenne, des prix (1); avis auquel il a renoncé ensuite (2).

Le prof. FISHER, de son côté, a exprimé et maintenu l'avis que les nombres indices des prix sont des moyennes des nombres indices simples des prix individuels et que les nombres indices simples des moyennes des prix sont absurdes. Ils seraient des rapports indéterminés, puisque les différents prix se rapportent à des unités de marchandises, qui sont souvent incommensurables et en tout cas choisies arbitrairement (3).

Ce point de vue a été contesté par plusieurs auteurs. Des discussions s'en sont suivies. Pour éclaircir la question, il est bon d'exposer les différentes thèses et de préciser les termes:

---

(1) Cfr. *The Measurement of changes of General Price Level*, « The Quarterly Journal of Economics » August 1921, pages 558 et 573.

(2) Cfr. *Fisher's « The Making of Index Numbers, » Ibidem*, January 1923, page 359.

(3) I. FISHER. *The Making of Index Numbers*, 1922, page 451. Cfr. aussi sa note *Professor Young on Index Numbers*, « The Quarterly Journal of Economics », August 1923, pages 743 et suiv.

Ière thèse. « Tous les rapports entre les moyennes des prix donnent lieu à des nombres indices des prix ». La thèse est évidemment exacte si l'expression nombre indice des prix est prise dans un sens général, qui comprend aussi les nombres indices simples. Elle est évidemment fausse si l'expression est prise dans le sens plus restreint, généralement adopté, de « nombre indice complexe des prix », et, à plus forte raison, si elle est prise dans le sens de « nombre indice complexe des prix utilisable en vue des problèmes pratiques ». Si, ainsi qu'il paraît, le prof. FISHER nie cette dernière thèse, il en aura facilement raison. Seulement personne, que je sache, ne l'a jamais soutenue. Le prof. FISHER lui même, d'autre part, reconnaît qu'il y a des rapports entre certaines moyennes des prix qui fournissent les nombres indices des prix utilisables. Mais cela n'arriverait — à son avis — que lorsque les rapports entre les moyennes sont en même temps des moyennes de rapports (1).

IIe thèse. « Toutes les moyennes des nombres indices simples des différents prix sont des nombres indices des prix ». C'est, si je ne me trompe, la thèse du prof. FISHER. Or il est certain que tous les indices complexes des prix peuvent être regardés comme des moyennes des nombres indices simples des prix. Il reste à décider si toutes les moyennes des nombres indices simples des prix doivent être appelées nombres indices des prix ou bien seulement celles qui répondent à certaines conditions; mais c'est là une question de définition, qui n'a au fond aucune importance pratique. En admettant, en effet, que toutes ces moyennes puissent être appelées nombres indices des prix, il faut ensuite établir les conditions auxquelles les nombres indices des prix doivent satisfaire pour pouvoir être employés utilement. La question importante est donc d'établir quelles sont les conditions auxquelles les moyennes des nombres indices simples des prix doivent satisfaire pour pouvoir être des nombres indices des prix utilisables en vue des recherches pratiques.

En conclusion, en laissant de côté la question si toutes les moyennes des indices simples des prix peuvent être appelées des nombres indices complexes des prix, nous pouvons constater qu'il

---

(1) Cfr *The Making* etc., cité, page, 457 et *Prof. Young on Index Numbers*, cité, pages 743-748.

y a concordance sur le fait que certains rapports entre les moyennes des prix ainsi que certaines moyennes des indices simples des prix fournissent des nombres indices des prix utilisables.

5. Nous pouvons alors nous demander quelles sont les conditions auxquelles les nombres indices des prix doivent satisfaire pour être utilisables.

Entre les différentes réponses on peut faire d'abord une grande bipartition :

A) Les nombres indices des prix doivent répondre à certaines conditions formelles. C'est — paraît-il — le principe du prof. FISHER. Le prof. FISHER demande aux nombres indices complexes des prix qu'ils aient certaines propriétés parce que celles-ci se vérifient pour les nombres indices simples, dont les nombres indices complexes sont des moyennes (1). La conséquence est qu'il y a une formule idéale des nombres indices — celle qui répond aux dites conditions — applicable à n'importe quel domaine ou sujet et que les autres formules sont plus ou moins bonnes selon qu'elles donnent des résultats qui s'approchent plus ou moins de ceux de la formule idéale.

Or ce principe pourrait être acceptable s'il était placé à la base d'une théorie mathématique des nombres indices plutôt que du choix des nombres indices utilisables dans des questions pratiques. Cela n'exclut pas naturellement que les nombres indices des prix ne doivent satisfaire à certaines conditions et, à notre avis, celles-ci sont, dans la plupart des cas, les conditions mêmes posées par le prof. FISHER, mais ces conditions doivent être déduites du caractère de la recherche et non pas de postulats posés *à priori*.

Du fait que les buts des diverses recherches sont différents, plusieurs auteurs ont déduit qu'il est absurde de vouloir donner une formule idéale des nombres indices (2). La conclusion n'est pas du tout nécessaire: on peut très bien concevoir la possibilité que les différentes recherches, ou la plupart d'entre elles, aient des carac-

---

(1) Cfr. FISHER, *The Making* etc, page 382.

(2) En ce sens se sont prononcés les proff. MITCHELL et PERSONS dans la discussion qui a suivi au sein de l' «American Stat. Association» (Décembre 1920) à la communication du prof. FISHER, *The best form of Index Numbers*. (Cfr. «Quarterly Pub. of the Am. Stat. Ass.» March 1921, pages 537 et 544-546).

tères communs tels qu'ils exigent que les formules des nombres indices répondent à certaines conditions générales.

Nous reviendrons plus tard sur ce sujet (cfr. §§ 31, 33, 34 et 35; pages 95 et suivantes).

B) Les nombres indices doivent répondre aux exigences pratiques en vue desquelles ils sont construits.

Cette dernière thèse comporte, à son tour, deux distinctions fondamentales:

α) Les nombres indices ont toujours le but de comparer des situations économiques (coût de la vie, niveau général des prix, niveau des prix de gros, etc) relatives à deux ou plusieurs époques ou pays différents. Comme chacune de ces situations peut être caractérisée par une moyenne, il faut que les nombres indices des prix soient des rapports entre des moyennes des prix. D'ailleurs, si ces rapports n'étaient pas en même temps des moyennes entre des indices simples des prix, ils seraient passibles d'objections formelles, telles que celle de l'incommensurabilité des prix additionnés. Il est donc nécessaire que les nombres des prix utilisables à des buts pratiques soient en même temps des moyennes des indices simples des prix et des rapports entre des moyennes des prix (1).

Il est à remarquer que, comme les situations que l'on veut comparer résultent en fait, non seulement des prix, mais encore d'autres circonstances dont on veut éliminer les variations, ce point de vue porterait à la conclusion que tous les nombres indices des prix sont des applications des méthodes d'élimination.

β) Le but envisagé sous *α*) correspond en réalité à une partie remarquable — selon certains auteurs à la partie principale — des recherches (2), dans lesquelles on emploie les nombres indices des prix, mais non à leur totalité. Il y a des recherches dans lesquelles, en vue du but poursuivi, on doit employer des nombres indices complexes qui sont des moyennes des nombres indices simples des prix, mais ne sont pas des rapports entre des moyennes des prix. D'après cet avis, les nombres indices complexes des prix

(1) C'est là la conclusion énoncée — sans en donner d'ailleurs la justification — par le prof. Young, *Fisher's « The Making of Index Numbers »*, « The Quarterly Journal of Economics », February 1923, page 359.

(2) Cfr., par exemple, Mitchell *The Making and Using*, cité, pages 76 et 80. Ici et dans la suite, nos citations du livre de Mitchell concernent toujours la deuxième édition, 1921.

utilisables seraient toujours des moyennes de nombres indices simples, mais pas toujours des rapports entre des moyennes de prix. Par conséquent, ils ne rentreraient pas toujours dans le domaine des méthodes d'élimination.

Au point de vue théorique, je ne crois pas que l'on puisse nier la possibilité que certaines recherches exigent l'emploi des nombres indices complexes des prix dont la construction ne rentre pas dans les méthodes d'élimination. Mais en fait cela arrive moins fréquemment qu'on l'a prétendu. Nous allons examiner les cas que j'ai trouvés indiqués par les différents auteurs.

Des nombres indices qui ne rentreraient pas dans le domaine des méthodes d'élimination.

6. — Le cas de beaucoup le plus important serait celui dans lequel les nombres indices des prix auraient pour but de mesurer la « valeur de l'unité monétaire ».

L'importance de ce cas ressortira facilement lorsqu'on aura rappelé que Stanley Jevons (1), le premier peut-être qui, par ses recherches, a soulevé un intérêt général pour les nombres indices — ce qui le fait appeler par certains auteurs le « père des nombres indices » (2) — considérait exclusivement ce cas et que, même parmi les contemporains, des auteurs tels que Edgeworth, Flux, Mitchell, et March (3) le distinguent expressément de celui qui rentre dans le domaine des méthodes d'élimination.

---

(1) W. St. Jevons, *Investigations in Our Currency and Finances*, London, 1889. III. *The variations of Prices and the value of the Currency.*

(2) Cfr. Fisher, cité, page 459.

(3) F. Y Edgeworth, *Reports of the Committee appointed for the purpose of investigating the best methods of ascertaining and measuring variations in the value of the monetary standard*, « Reports of the British Association for the Advancement of Science » 1888, 1889, 1890. Une traduction italienne par P. Conte, ayant pour titre *Sui metodi per accertare e misurare le variazioni del valore della moneta*, a paru dans la « Biblioteca dell'Economista » Vol. XX, 1913, Torino. C'est à cette traduction que je me référerai dans les citations qui suivent, n'ayant pas à ma disposition le texte original anglais.

A. W. Flux; *The measurement of Price Changes*, « Journal of the Royal Stat. Society » page 178.

W. C. Mitchell, *The Making and Using of Index Numbers*, cité, page 63.

L. March, *Les modes de mesure du mouvement général des prix*, On serait dans ce cas lorsque « on se propose de mesurer les changements de valeur de l'unité monétaire ou, ce qui est la même chose sous une autre expression, les changements du pouvoir d'achat de la monnaie quand on ne précise pas les objets à acquérir ». Il suffirait alors de prendre la moyenne arithmétique des prix sans s'occuper de l'importance des objets qui donnent lieu aux transactions (1); les changements de valeur de l'unité monétaire, ou du pouvoir d'achat de la monnaie représenteraient des tendances communes à tous les prix et le nombre indice des prix établi en vue de les mesurer devrait être indépendant des quantités en cause pour deux raisons. D'abord parce que, si les quantités changent, sans modification des prix, il ne devrait pas prendre des valeurs différentes; en second lieu, parce que, comme dans le cas des mesures métriques, une mesure de la tendance commune d'après un seul objet aurait autant de valeur et de poids qu'un grand nombre de mesures prises sur une autre, si la première est faite avec un soin suffisant (2).

À première vue ce raisonnement présente une certaine difficulté à être saisi: c'est que l'on ne comprend pas comment on puisse attribuer à l'expression «pouvoir d'achat de la monnaie» un sens déterminé sans avoir déterminé préalablement les objets à acquérir. Mais la difficulté s'efface si on admet que la valeur de l'unité monétaire, ou pouvoir d'achat de la monnaie, soit la même pour toutes les marchandises. Or c'est précisément là le point de départ de cette façon d'envisager le problème.

À chaque instant la valeur de l'unité monétaire, ou pouvoir d'achat de la monnaie, serait la même pour toutes les marchandises, à erreurs accidentelles près.

Par conséquent aussi la variation de la valeur de l'unité monétaire d'un instant à l'autre devrait être la même pour toutes les marchandises, à erreurs accidentelles près.

Les variations des prix des différentes marchandises ne seraient que des mesures approximatives de cette variation qui différeraient

---

« Metron » I-IX-1921; *L'étude statistique du mouvement général des prix*, « Journal de la Société Statistique de Paris », Juillet - Août - Septembre 1923; *Rapport sur les indices de la situation économique*, présenté à la XV^e Session de l' Institut Int. de Stat., Octobre 1923.

(1) L. MARCH, *L'étude statistique*, cité, page 13 de l'extrait; *Rapport* etc, cité, page 15.

(2) L. MARCH. *Les modes* etc. cité, page 63.

entre elles uniquement par des erreurs accidentelles (1). La moyenne de ces variations éliminerait ces erreurs accidentelles; elle serait une moyenne objective, qui donnerait la valeur la plus probable de la variation de l'unité monétaire (2). En effet quelques auteurs font remarquer que les variations des prix de nombreuses marchandises ont une distribution conforme à la loi normale (3). D'autres observent que les variations des prix d'une marchandise sont indépendantes de celles des autres marchandises (4). Le problème de la construction du nombre indice consisterait donc à combiner des observations de la même grandeur considérées indépendantes l'une de l'autre.

On remarque qu'il serait désirable que l'on pût attribuer à chaque prix incorporé dans l'indice un poids proportionnel à sa précision, mais, en vue de la difficulté d'apprécier même approximativement la précision d'un prix, on propose d'accorder à tous les prix le même poids, sous réserve que l'on écarte les prix douteux (5).

Le problème est sans doute différent de celui qui rentre dans le domaine des méthodes d'élimination. Il est bon de faire remarquer que, dans sa formulation, l'expression « pouvoir d'achat de la monnaie » est prise aussi dans un sens différent de l'ordinaire. La différence correspond à la distinction, que j'ai faite autrefois (6),

---

(1) Cfr. EDGEWORTH, cité, pages 198-199.

(2) C'est là l'idée qui est exprimée explicitement par EDGEWORTH (cité, page 199) et qui était déjà implicite dans le raisonnement par lequel JEVONS (cité, pages 121-122) justifiait le recours à la moyenne géométrique. JEVONS en effet disait que le recours à la moyenne géométrique était justifié si, à part la variation générale des prix due à une variation dans la monnaie, les effets sur les prix des autres causes de perturbation étaient proportionnels aux variations relatives des prix. Dans ce cas la moyenne géométrique aurait neutralisé les variations individuelles des prix. Il admettait par là que les causes de variations des prix autres que les variations de la monnaie se compensaient mutuellement. Au sujet de cette compensation, voir, dans le même sens, MARCH, *Les modes* etc, pages 64 et 73.

(3) L. MARCH, *Les Modes* etc. cité, pages 81-83, *L'étude statistique*, cité, page 13, note 2; *Rapport* etc. cité, page 15, note 3.

(4) Cfr. EDGEWORTH, cité, pages 208-209.

(5) L. MARCH, *Les modes* etc. cité, page 90.

(6) *L'ammontare e la composizione della ricchezza delle nazioni*, Torino, Bocca 1914 page 529-531. Je trouve une distinction analogue dans la note à pages 168-169 des mémoires cités de EDGEWORTH. On y distingue en effet la condition *a)* que l'unité monétaire soit équivalente à la même quantité de biens, de la condition *b)* qu'elle présente une même utilité. Ce que l'auteur entend par « utilité », n'est pas parfaitement clair. Entend-il par

entre *pouvoir physique d'achat* et *pouvoir économique d'achat* de la monnaie. Le pouvoir d'achat physique de la monnie est mesuré par les quantités des biens que l'on achète avec l'unité monétaire: il y a autant de pouvoirs spéciaux d'achat de la monnaie qu'il y a de biens sur le marché; leur moyenne pondérée donne le pouvoir général d'achat de la monnaie. Le pouvoir économique d'achat de la monnaie, au contraire, est mesuré par l'utilité économique des biens que l'on achète avec l'unité monétaire, entendant par utilité économique l'utilité de la dernière dose du bien (ou degré final d'utilité, ou utilité marginale) multipliée par le nombre de ses doses. Dans une condition d'équilibre, le pouvoir économique d'achat de la monnaie est égal pour toutes les marchandises; de fait on peut dire qu'il est égal pour toutes les marchandises à erreurs accidentelles près.

Il est bien connu, d'autre part, que le prix d'une marchandise est le rapport entre l'utilité marginale de l'unité de la marchandise et l'utilité marginale de l'unité monétaire. Et celle-ci d'ailleurs n'est autre chose que le pouvoir économique d'achat de la monnaie, l'utilité de la monnaie étant de permettre d'acheter les autres biens.

Etant admis que l'utilité marginale des marchandises ne varie pas d'une période à l'autre, les prix ne pourraient varier que par l'effet de la variation du pouvoir économique d'achat de la monnaie, qui représenterait la tendance commune de leurs variations, et par l'effet de causes accidentelles qui détermineraient leurs variations particulières.

L'hypothèse, qu'on ne signale généralement pas et qui reste à la base de la méthode exposée ci-dessus, est précisément que l'utilité marginale des marchandises reste constante d'une période à l'autre; seulement dans ce cas on pourrait dire que les différen-

---

utilité l'utilité totale (ou valeur d'usage), ou bien ce que nous appelons l'utilité économique? S'il est difficile d'admettre - ainsi que nous le disons ensuite (page 20) - que l'utilité économique d'une quantité donnée de certains biens reste constante, il est encore plus difficile de faire une hypothèse analogue au sujet de leur utilité totale (cfr. pages 146-147). EDGEWORTH paraît aussi admettre que les deux conditions coïncident lorsque la richesse et la consommation individuelles restent constantes, ce qui à la rigueur n'est pas exact, d'autres circonstances, telles que le progrès dans l'utilisation des biens et les changements des goûts, pouvant faire varier l'utilité représentée par une quantité donnée de certains biens. Voir à ce sujet pages 139-144.

ces entre les variations des prix proviennent uniquement de causes accidentelles (1).

On remarque — il est vrai — que les variations des prix des différentes marchandises sont indépendantes entre elles. Mais la proposition n'est pas d'accord avec tout ce que nous savons sur la connexion des prix: on ne peut pas dire non plus qu'elle soit vérifiée spérimentalement.

D'aprés les calculs faits par EDGEWORTH sur les données de LASPEYRES la différence à attendre, dans le cas d'indépendance entre les prix moyens de trois catégories de marchandises, resterait en effet entre 5 et 6 unités. De fait les différences sont: 10, 10, 20. Nous sommes donc loin d'une coïncidence même approximative entre la théorie et les faits (2).

Mais, même si la coïncidence existait, elle ne prouverait pas grand'chose. Il est vrai que les mesures d'une même grandeur affectées par des erreurs ou écarts accidentels sont indépendantes,

---

(1) Cette hypothèse est pourtant mise en évidence dans l'article de MARCH sur *Les indices économiques*, qui a paru dans le dernier numéro de cette Revue et dont j'ai pris vision après avoir écrit cet article : « La valeur de l'unité monétaire, ou le pouvoir d'achat de la monnaie en objets indéterminés, est un rapport entre la valeur d'une unité de marchandise et un certain nombre d'unités monétaires. — Ce rapport est entièrement indéterminé — et ne peut servir à aucune mesure — si le numérateur varie en même temps que le dénominateur. Quand on emploie dans la vie journalière, l'une ou l'autre des expressions ci-dessus, pour un but de mesure, on admet implicitement que le numérateur reste fixe ou tout au moins varie peu » (page 348). C'est là d'ailleurs une hypothèse dont je n'avais pas manqué de signaler à mon éminent collègue toute l'importance dans les longues discussions amicales que nous avions eues sur la question des nombres indices des prix. Je tiens à déclarer ici que, si mon avis n'est pas sur quelques points parfaitement identique à celui de M. MARCH, cela ne m'empêche pas de reconnaître le grand mérite qu'il a eu en traitant la question de la mesure des variations de la valeur de l'unité monétaire d'une façon bien plus complète et rigoureuse que l'on n'avait fait par le passé. C'est bien à cause de cela qu'en discutant cette question, je me trouve obligé à me rapporter presque constamment aux passages de ses articles et rapports.

(2) Cfr. EDGEWORTH, cité, page 209. L'écart moyen des variations du prix d'une marchandise de la variation moyenne d'une des catégories des marchandises considérées par LASPEYRES est à peu près = 40. La première catégorie comprend 129 marchandises; la deuxième 85; la troisième 98; la moyenne des indices des prix est respectivement 128, 118, 108 avec une différence de 10 entre la première et la deuxième et entre la deuxième et la troisième et de 20 entre la première et la troisième. Les différences dans le cas d'indépendance entre les variations des prix devraient être à peu près 5,6 et, respectivement, 5,9 ; 5,4.

mais cela n'autorise pas à conclure que des valeurs indépendantes l'une de l'autre sont nécessairement des expressions d'une même grandeur affectées par des erreurs ou écarts accidentels.

Le fait, sur lequel insistent d'autres auteurs, que les variations des prix des différentes marchandises suivent la loi normale ne prouve rien non plus. Ici aussi est-il admis que les erreurs accidentelles suivent la loi normale. Mais on ne peut pas conclure inversement que des grandeurs qui suivent la loi normale diffèrent uniquement par des erreurs ou écarts accidentels. C'est là une conclusion reçue dans d'autres domaines de la statistique, par exemple dans la biométrie. On a constaté, par exemple, que les caractères des individus d'une race pure suivent la loi normale: d'abord on avait pensé d'en pouvoir conclure que les populations dont les caractères suivent la loi normale sont de la même race. Mais l'expérience a démontré ensuite combien cette conclusion était fausse. Les caractères des populations indubitablement mixtes au point de vue race, telles que les Italiens, les Français etc. suivent la loi normale. Pour certains caractères même, tels que la taille, j'ai personnellement constaté que les moyennes calculées pour les différentes populations du monde entier suivent la loi normale: il n'y aura pourtant personne qui puisse soutenir qu'il s'agit d'une seule race. De même dans le domaine économique le fait que certaines grandeurs suivent la loi normale ne pourrait pas autoriser à en déduire que les causes des différences ont un caractère accidentel (1). L'analyse biologique, dans ce cas, l'analyse économique dans

---

(1) On ne peut pas d'ailleurs passer sous silence que la distribution des variations des prix ne se conforme pas toujours à la loi normale. La distribution effective est assez analogue à la distribution théorique d'après cette loi dans les exemples portés par March (*Les modes* etc., cité, pages 81-83). Edgeworth avait admis que la distribution se faisait d'après la courbe asymétrique de Galton- Macalister - qui se transformerait dans la courbe symétrique normale en prenant les logarithmes des variations des prix au lieu des nombres représentant ces variations - et avait trouvé dans plusieurs statistiques la confirmation de l'asymétrie de la distribution des variations des prix. Cela aurait porté à prendre la moyenne géométrique au lieu de la moyenne arithmétique des variations des prix (*Sui metodi* etc. cité, pages 200-205). Mitchell (*The Making and Using* etc., cité, pages 18-22) a examiné un grand nombre de variations annuelles de prix (5578 de 1891 à 1913) et a trouvé une courbe qui n'est pas seulement asymétrique dans le sens observé par Edgeworth, mais aussi hyperbinomiale, c'est-à-dire plus aiguë au centre et plus plate aux extrêmes que la courbe normale. Si, au lieu d'examiner les variations annuelles, on considère les variations (en nombre de 244) qui se sont vérifiées pendant une plus longue période (de la periode 1890-99 à l'année 1913), la courbe devient irrégulière et la concentration des variations autour de la moyenne est faible.

l'autre peuvent seules nous dire s'il s' agit de différences accidentelles vis à vis du caractère que nous voulons mesurer (1).

Or nous connaissons parfaitement les causes qui déterminent les variations dans l'utilité marginale des biens. Elles sont: l'intensité des besoins humains, les qualités physiques des biens, la sûreté de leur disponibilité future, l'exploitation que nous pouvons en faire, les charges qui pèsent sur leur propriété, les relations entre la demande et l'offre. Nous ne pouvons pas nier que ces circonstances puissent varier et effectivement varient d'une époque à l'autre. Et nous savons parfaitement que, si certains prix augmentent ou diminuent plus ou moins que certains autres et si certains prix augmentent tandis que d'autres diminuent, ce n'est pas à cause de circonstances accidentelles vis-à-vis de leur utilité marginale, mais à cause de variations de l'utilité marginale elle-même en conséquence des variations des dites circonstances. On doit même ajouter que, si l'on a choisi les métaux précieux et en général l'or pour mesurer les valeurs, c'est aussi parce que les variations de leur utilité marginale sont moindres que celles de l'utilité marginale des autres biens. Il serait par conséquent étrange de vouloir corriger les variations dans la « valeur de l'unité monétaire » en supposant que l'utilité marginale de tous les biens n'ait pas varié.

---

(1) Dans l'article déjà cité, qui a paru dans le numéro précédent de cette Revue, M. March a senti le besoin de chercher, dans l'analyse des facteurs des prix, la confirmation de son hypothèse que les variations des prix dépendent, aux écarts accidentels près, des variations de l'unité monétaire. Il pense l'avoir trouvée en faisant remarquer que la valeur de l'unité monétaire dépend de la confiance de pouvoir recevoir en échange certaines quantités de marchandises. C'est cette confiance qui représenterait l'influence générale laquelle ferait varier uniformément tous les prix, à écarts accidentels près. L'observation pourtant ne résout pas la question. M. March lui-même est obligé d'avertir dans une note que cette confiance repose à son tour sur la confiance dans la stabilité relative de la valeur de ces marchandises. Il pense surmonter la difficulté en remarquant que « lorsque dans un pays dont la monnaie s'avilit, suivant l'expression consacrée, les prix de toutes les marchandises montent dans la même proportion, aux écarts accidentels près, on pourrait supposer que toutes ces marchandises ont augmenté de valeur. Il est plus simple d'admettre que c'est la valeur prise pour unité qui a baissé ». Mais la question n'est pas là; la question est de savoir si la valeur (c'est-à-dire l'utilité marginale) des marchandises peut être regardée comme stable et si par conséquent on peut admettre que les prix de toutes les marchandises varient dans la même proportion, aux écarts accidentels près. Les observations contenues dans le texte répondent négativement à cette question.

Étant admis que l'intensité et le sens des différences entre les variations des prix individuels dépendent fondamentalement des variations de l'utilité marginale des différentes marchandises, il n'est pas indifférent — en vue de déterminer les variations de l'utilité économique que l'unité monétaire achète sur le marché — si une certaine variation des prix se vérifie pour une marchandise qui n'a qu'une faible importance ou pour une marchandise au contraire qui a une grande importance dans les échanges.

On ne peut donc se passer de la considération des quantités (1).

La conclusion c'est qu'on ne peut arriver à résoudre le problème de la manière envisagée.

Je m'empresse de déclarer que je ne partage pas du tout le point de vue de certains auteurs, qui soutiennent que le seul but des nombres indices des prix est de mesurer la valeur d'échange de la monnaie, voire son pouvoir physique d'achat (2).

---

(1) Cette conclusion n'est pas moins évidente, à mon avis, si l'on part de l'idée de L. MARCH que la variation de l'unité monétaire dépend de la confiance commune de pouvoir dans l'avenir recevoir en échange de cette unité certaines quantités de marchandises. « Il y a lieu » - écrit MARCH lui même - « de se demander comment s'établit le jugement sur lequel se fonde la confiance. Chacun envisage-t-il la quantité de chaque marchandise qu'une même somme permet d'acheter aujourd'hui, puis à l'époque future ? Ou bien chacun fait-il un savant calcul tenant compte-sur des bases qui en tout cas ne sauraient être uniformes-des quantités des différentes marchandises qui s'écoulent sur le marché ? » (*Les indices économiques*, page 354). Ni l'un ni l'autre ; telle est la réponse. N'est-il pas évident que, pour chaque personne, le pouvoir d'achat de l'unité monétaire dépend des quantités de marchandises qu'elle compte acheter elle-même avec la monnaie dont elle dispose ? Elle envisage donc les quantités des différentes marchandises qu'elle prévoit de devoir acheter et, comme elle n'achètera pas toutes les marchandises dans les mêmes quantités, elle ne pourra pas faire à moins de prendre en considération les quantités. On aurait de la sorte le procédé par lequel chaque personne établirait son jugement spécial sur l'unité monétaire ; le jugement commun ou général sur cette unité ne pourrait être qu'une moyenne des jugements spéciaux des différentes personnes, chaque jugement pris avec un poids correspondant à la somme de monnaie à laquelle il se réfère. Cela revient à dire que, pour établir le jugement général sur l'unité monétaire, c'est-à-dire le pouvoir d'achat de l'unité monétaire, il faudrait attribuer à chaque marchandise un poids correspondant au total des quantités que l'ensemble des personnes prévoient de devoir acheter avec la monnaie.

Il y a lieu de remarquer que de cette façon on parvient au pouvoir d'achat physique (en quantités de marchandises) de l'unité monétaire, et non pas à son pouvoir d'achat économique (en utilité économique).

(2) Voir, par exemple, dans ce sens, C. MOYLAN WALSH *The problem of estimation*, London, King and Son, 1921, page 117.

Au contraire je pense que les nombres indices peuvent avoir aussi le but de mesurer le pouvoir économique d'achat de la monnaie et même que ce dernier but est bien souvent le but définitif. Seulement je ne pense pas qu'il puisse être atteint par la voie que je viens d'examiner. Nous verrons par la suite de quelle façon le problème peut être abordé au point de vue pratique (cfr. pages 139-149).

Nous pouvons dire dès à présent que, lorsque les époques ou les pays à comparer n'ont pas des caractéristiques économiques bien différentes, le problème peut être ramené au calcul des nombres indices du pouvoir physique d'achat de la monnaie et rentre par conséquent dans le domaine des méthodes d'élimination, tandis qu'on peut justifier le procédé de la moyenne arithmétique simple des indices simples des prix (en se bornant pourtant à un nombre restreint de marchandises convenablement choisies), lorsqu'il s'agit de comparer des époques ou des pays ayant des caractères économiques bien différents.

7. — Etant admis qu'il n'est pas possible de mesurer de cette façon les variations du pouvoir économique d'achat de la monnaie, on pourrait tout de même penser à suivre cette route, ou une route analogue, pour mesurer les effets sur les prix de la production de l'or, ou de l'émission du papier monnaie à cours forcé, ou des crédits, ou des méthodes pour économiser la monnaie. On rencontre en effet cette idée chez plusieurs auteurs. On a pensé probablement que ce sont là des circonstances de caractère général qui doivent faire varier tous les prix dans la même mesure (1). Pour les nombres indices des prix visant à résoudre ce problème (2), ainsi que le problème inverse de l'influence du niveau des prix sur la circulation (3), on a proposé par conséquent des moyennes simples (arithmétiques ou géométriques) des nombres indices simples des prix.

S'il y a des cas pourtant où des moyennes simples n'auraient pas pu être envisagées ce sont bien ceux-ci. Les variations de la masse monétaire et de ses succédanés sont en effet liées aux va-

---

(1) Cette idée est exprimée explicitement par Jevons, cité, pages 111-112.

(2) Cfr. Jevons, cité, pages 121-122; Edgeworth, cité, page 196 et suiv.; Mitchell, cité, page 63; Flux, cité, pages 178-179; L. Bowley, « Economic Journal », June 1923, page 252.

(3) Cfr. Yule, dans la discussion qui suivit à la communication citée ed Flux, page 200.

riations du niveau général des prix par une formule très connue (1), dans laquelle le niveau général des prix est bien représenté par la moyenne arithmétique pondérée des prix des marchandises, le poids de chaque prix étant représenté par les quantités de la marchandise respective échangées moyennant la monnaie ou ses succédanés. C' est la même formule que nous trouverons dans les méthodes d'élimination.

On ne peut pas non plus répondre que, les effets de la circulation et du crédit étant les mêmes pour tous les prix, la moyenne arithmétique pondérée doive être égale à la moyenne arithmétique simple.

D' abord les prix de certains marchandises peuvent varier, non seulement pour les circonstances générales de la circulation et du crédit, mais aussi, ainsi que nous l'avons dit, pour des causes spéciales à ces marchandises; ces variations, d'autre part, déterminent, pour les échanges de ces marchandises, une absorbtion plus ou moins grande de monnaie et cette circonstance à son tour exerce une influence sur les autres prix, influence qui est plus ou moins forte selon l'importance plus ou moins grande des quantités de ces marchandises.

Il n'est pas du tout vrai, d'ailleurs, que les variations de la circulation et du crédit exercent de fait une influence uniforme sur tous les prix. Il n'y a qu'une tendance dans ce sens, mais une tendance qui est loin d'atteindre le but. De fait, beaucoup de prix sont liés par des contrats; d'autres, pendant certaines périodes, sont comprimés par la taxation; d'autres encore, bien que libres en principe, sont plus ou moins inertes. C'est à cause de ces circonstances que certaines classes de personnes, qui consomment ou achètent spécialement certaines marchandises, sont plus sensibles que les autres à l'expansion de la circulation et du crédit. On a entendu parler assez de la révolution dans les prix et dans le

---

(1) Je fais allusion à la formule $P = \frac{MV + M'V'}{Q}$, ou M et M' indiquent la masse de la monnaie en circulation et respectivement la masse de ses succédanés, V et V' les vitesses de circulation respectives, Q le volume des échanges opérés moyennant la monnaie ou ses succédanés et $P = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_b q_b}{\sum_{b=1}^{s} q_b}$ le niveau général des prix, p_b étant le prix de la marchandise b et q_b la quantité de la même marchandise échangée moyennant la monnaie ou ses succédanés.

pouvoir d'achat des différentes catégories de personnes produite par l'inflation pour qu'il soit nécessaire d'insister davantage sur ce point.

Il est à remarquer aussi à ce sujet que les différentes circonstances qui rendent plus ou moins inertes les prix de certaines marchandises ne restent pas sans influence sur les prix des autres marchandises pour lesquelles on vient à disposer d'une masse monétaire plus grande que celle dont on aurait disposé autrement. Cette masse est d'autant plus grande que l'importance qu'ont sur le marché les marchandises de la première catégorie est plus remarquable, et son influence sur les prix des marchandises de la deuxième catégorie est d'autant plus forte que l'importance de celles-ci dans les échanges est plus faible.

Il est donc manifeste que, dans l'examen aussi des relations entre circulation ou crédit et niveau des prix, on ne peut pas se passer de la considération des quantités des marchandises.

8. — Un autre problème dans lequel les nombres indices des prix ne devraient pas être établis comme d'après les applications des méthodes d'élimination serait celui qui consiste à mesurer les différences existantes entre les successions des nombres indices simples de différentes marchandises et la succession des nombres indices complexes. Dans ce cas aussi on voudrait négliger les quantités et prendre la moyenne arithmétique simple (1) des nombres indices simples.

Le procédé équivaudrait à celui du statisticien qui, voulant mesurer l'hétérogénité des tailles moyennes pour les différentes régions d'un Etat, et devant, dans ce but, déterminer les écarts entre ces moyennes et la moyenne générale des tailles pour l'Etat, déduisait cette moyenne générale de la moyenne simple des moyennes régionales, plutôt que de leur moyenne pondérée, correspondant à la moyenne générale des tailles pour l'Etat. Je ne saurais pas approuver un tel procédé sauf dans le cas où les différentes régions correspondraient à des races bien distinctes. D'ordinaire la répartition en régions est au contraire plus au moins artificielle : il suffirait de changer cette répartition pour que la moyenne générale des tailles pour l'Etat changeât elle aussi, sans qu'aucune variation ne se fût produite dans les tailles de la population. De même la succession des nombres indices complexes des prix, calculés sans tenir

(1) Cfr. MITCHELL, cité, page 63.

compte des quantités, resterait modifiée si, le prix de chaque marchandise et qualité de marchandise demeurant invarié, les groupements des marchandises ou de leurs qualités étaient changés: or il est inutile d'insister sur le fait que chaque dénomination des marchandises représente une catégorie de biens, dans laquelle catégorie (par exemple, laine, charbon, blé etc.) on groupe, sinon des marchandises, tout au moins des qualités plus ou moins différentes qui pourraient être distinguées ou bien groupées d'une autre façon.

9. — On doit considérer à part les nombres indices complexes des prix qui sont établis dans le but de servir comme des *baromètres* des prix ou des affaires (1). On peut, par exemple, se proposer de prévoir les mouvements futurs du niveau général des prix en considérant les mouvements des prix de certaines marchandises qui sont spécialement précoces dans leurs mouvements ou bien encore se proposer de prévoir le mouvement futur des affaires, c'est-à-dire leur dépression, leur reprise, leur expansion, en considérant également les mouvements des prix de certaines marchandises. Ce sont des nombres indices des prix qui ont des caractères spéciaux; ils ne visent pas à mesurer les phénomènes qu'ils expriment, mais des phénomènes différents qui sont liés à ceux qu'on exprime par des liens plus ou moins étroits. Il est même douteux que l'on puisse, à la rigueur, parler de mesure: en effet si le baromètre construit de la sorte a, à un certain moment, un niveau plus élevé qu'à un certain autre, on ne peut pas dire avec certitude que le mouvement futur du niveau général des prix ou des affaires sera plus fort; le niveau plus élevé du baromètre peut en effet tenir simplement à ce que le mouvement est plus prochain. D'autres fois on pourra dire seulement que le mouvement est plus certain, ainsi qu'il arriverait si la hauteur plus grande du baromètre dépendait de la circonstance que tous les mouvements des marchandises considérées sont concordants et il n'y a aucune compensation par l'effet des marchandises qui présentent des mouvements contraires. Je ne saurais pas, par conséquent, si, dans ces cas, on pourrait vraiment parler de nombres indices des prix: on est plutôt dans le domaine des symptômes, et peut-être, plus qu'une moyenne

---

(1) L'analogie entre la mesure des prix et celle de la pression athmosphérique se trouve souvent chez EDGEWORTH (cité, pages 161 - 162, 164, 304), qui a introduit - je crois - l'expression « baromètre monétaire » comme indice des cours futurs des prix (cfr. page 164).

quelconque des indices simples, c'est leur étude analytique qui paraît pouvoir être utile pour les prévisions. En tout cas il est indubitable que, étant admis qu'il y ait une utilité à avoir une moyenne des prix des marchandises spécialement sensitives et étant donné que l'on puisse parler de cet indice comme d'un nombre indice des prix, la construction d'un tel nombre indice ne rentre pas dans le domaine des méthodes d'élimination. On a dit justement que l'on devra, dans ce cas, prendre une moyenne pondérée des indices simples des marchandises englobées dans le baromètre en donnant à chaque marchandise un poids qui tienne compte à la fois de sa sensitivité et de la confiance que l'on peut avoir dans les mouvements de son prix comme symptômes des mouvements que l'on vise à prévoir (1).

10. — On s'est aussi proposé le but de construire un nombre indice qui ne mesure pas les variations des prix d'une même quantité de biens consommés, ou produits ou existants, mais les variations des prix d'une quantité de biens variable avec la consommation ou la production ou la richesse nationale (2). Le nombre indice devrait alors mesurer les variations qui se vérifient par l'effet combiné des prix et des quantités; il serait donné par le rapport entre les valeurs des consommations, ou des produits, ou de la richesse, dans les époques ou les pays comparés. Il s'agirait donc d'un nombre indice simple et non d'un nombre indice complexe.

11. — En concluant, on doit reconnaître qu'il y a des applications des nombres indices complexes des prix qui ne rentrent pas dans le domaine des méthodes d'élimination; mais elles sont moins fréquentes et importantes que plusieurs auteurs ne pensent. Sans nier que l'on en puisse indiquer d'autres, les exemples principaux qui sortent de ce domaine nous semblent être les baromètres des prix et des affaires et les nombres indices de la valeur de l'unité monétaire lorsqu'il s'agit de comparaisons entre époques ou pays ayant des caractéristiques économiques bien différentes. Dans ces cas — faut-il ajouter — les applications des nombres indices des prix ont une bonne dose d'incertitude. Je crois par conséquent que l'on n'exagère pas en affirmant que toutes les applications des nom-

---

(1) Cfr. MITCHELL, cité, pages 23-25 et 63.

(2) EDGEWORTH, cité, page 181-182.

bres indices visant à des problèmes précis et admettant une solution pas trop incertaine rentrent dans le domaine des méthodes d'élimination.

Nous allons maintenant passer en revue les principales applications de ces méthodes.

Les différentes applications des méthodes d'élimination à la construction des nombres indices.

12. — L'application la plus connue — après celle des nombres indices des prix, et peut-être autant qu'elle — est celle qu'on nomme *méthode de la population type* (1).

---

(1) Cette méthode a été proposée à la session de Vienne de l'Institut International de Statistique (1891) par le Dr. Ogle et le Dr. Körösi. Cfr. W. Ogle, *Proposal for the establishment and international use of a standard population, with fixed sex and age distribution, in the calculation and comparison of marriage, birth and death rates,* « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. » Tome VI, Première livraison, page 83; J. Körösi, *Mortalitäts-Coefficient und Mortalitäts-Index, Ibidem,* Tome VI, Deuxième et dernière livraison, pag 305. — Il a été ensuite l'objet de discussions dans plusieurs sessions de cet Institut (Chicago, 1893; Berne, 1895; St. Petersbourg, 1897; Kristiania, 1899; Berlin, 1903). Cfr. J. Körösi, *Ueber die Berechnung eines internationalen Sterblichkeitsmasses* « Bull de l'Inst. Int. de Stat. ». Tome VIII, page 133; Procès verbal de la Séance de l'Assemblée générale du 28 août 1895. *Ibidem,* Tome IX, 2e livraison, page LXIX; Procès verbal de la Séance de l'Assemblée générale du 23 août (4 septembre) au matin, *Ibidem,* Tome XI, première livraison, page 171 et suiv.; G. Sundbärg, *Sur la répartition de la population par âge et sur les taux de mortalité,* et la discussion qui en suivit, *Ibidem,* Tome XII, première livraison, page 89; Procès verbal de la séance du vendredi, 25 septembre, avant-midi, *Ibidem,* Tome XIV, première livraison, page 145 et suiv.; L. V. Bortkievicz, *Ueber die Methode der « standard population, » Ibidem,* deuxième livraison, page 417; G. Sundbärg, *Normalisation des taux de mortalité, Ibidem,* 4ème livraison, page 65.

On apprend par ces articles et discussions que la méthode avait été déjà auparavant employée par d'autres statisticiens. Le Dr. Koch l'avait appliquée en 1883 dans le « 12 Heft » de la « Statistik des Hamburgischen Staates ». Le Dr. Sundbärg informait d'avoir exposé en partie sa théorie dans le « Statistik Tidskrift » de 1882, ainsi que dans celui de 1887, et enfin, d'une façon complète, dans ses *Grunddragen af Befolkningsläran,* Stockolm, 1894. La méthode se trouve d'ailleurs envisagée déjà dans la première édition de *Die Lehre von der Mortalität und Morbilität* de H. Westergaard, Jena, 1882, page 30, et l'aurait été aussi en 1887 par F. v. Juraschek, (*Einfluss der Berufsverhältnisse auf Erkrankung und Sterblichkeit,* « Arbeiten des VI Internat. Kongresses für Hygiene und Demographie ». Wien 1887. Heft XXIII) d'après L. V. Bortkewitsch, *Die Mittlere Lebensdauer,* Jena, 1893, page 55.

Ici nous avons des grandeurs, qui représentent les nombres des morts dans différents pays ou bien les taux de mortalité générale respectifs et qui peuvent être regardées comme influencées par deux groupes de circonstances (âge, taux de mortalité à chaque âge) et nous voulons — de même que dans le cas des nombres indices des prix — séparer l'influence de ces deux groupes, en rendant l'influence de l'un des deux uniforme pour toutes les grandeurs à comparer.

A) Si nous supposons que, dans les différents pays considérés, la composition par âge de la population soit la même, égale dans tous les pays à celle d'une population donnée — que l'on appelle «population type» —, on rendra uniforme l'influence de l'âge. On appliquera dans ce but au nombre d'exposés à la mort dans chaque âge, d'après la population type, le taux de mortalité observé pour cet âge dans un des pays considérés et on totalisera les nombres des morts obtenus pour les divers âges. En opérant de la sorte pour tous les pays considérés, on parviendra pour les différents pays à des nombres de morts — dont on pourra déduire les taux de mortalité générale respectifs — qui, comparés entre eux, mettront en lumière d'une façon synthétique les différences de mortalité générale entre les différents pays, provenant des différences des taux de mortalité à chaque âge.

C'est là la *méthode de la population type proprement dite.*

B) Si au contraire nous supposons que dans les différents pays considérés, les taux de mortalité pour les personnes d'un certain âge soient les mêmes, égaux dans tous les pays à ceux d'une table de mortalité donnée — que l'on peut appeler «table de mortalité type» — on rendra uniforme l'influence des taux de mortalité à chaque âge. On appliquera dans ce but au nombre d'exposés à la mort ayant un certain âge, qui a été observé dans un des pays considérés, le taux respectif de la table de mortalité type et on totalisera les nombres des morts obtenus pour les divers âges. En opérant d'une façon analogue pour tous les pays considérés, on parviendra, pour les différents pays, à des nombres de morts, dont on déduira les taux de mortalité générale respectifs. Ceux-ci, comparés entre eux, mettront en lumière, d'une façon synthétique, les différences de la mortalité générale entre les différents pays, provenant des différences dans la composition par âge de la population. C' est la *méthode des taux de mortalité type* (1).

C) En comparant avec le taux de mortalité générale calculé pour un certain pays par la méthode de la population type, le taux de la mortalité générale observé dans le même pays, on mettra en lumière l'influence qu'a, sur la mortalité générale de ce pays, la composition par âge réelle de cette population par rapport à la composition par âge de la population type.

D) En comparant avec le nombre des morts ou le taux de mortalité générale, calculé pour un certain pays par la méthode des taux de mortalité type, le nombre des morts observés ou respectivement le taux de mortalité générale observé, dans le même pays, on mettra en lumière l'influence qu'ont, sur la mortalité générale de ce pays, les taux de mortalité réels pour chaque âge par rapport aux taux de mortalité type.

Ce dernier procédé a été appelé *méthode des morts prévus* (2). L'expression pourtant conviendrait également à l'une quelconque

---

(1) Cette méthode a été employée par le « Registrar general of England and Wales » dès le 1883, Cfr. *Annual Summary of births, death, and causes of death in London and other great towns.* Voir aussi, à ce sujet, le *Nachtrag* au rapport cité du Dr. KÖRÖSI à la session de Vienne de l'Int. Int. de Stat., Tome VI et l'article de H. H. WOLFENDEN, *On the Methods of Comparing the Mortalities of Two or More Communities, and the Standardization of Deah-rates,* « Journal of the R. Stat. Soc. » May 1923. L'application vise à obtenir des *coefficients de correction* mettant en lumière, pour chaque pays, l'influence de sa composition spéciale par âge (et par sexe). On divise ensuite pour ces coefficients les taux de mortalité générale observés dans le but d'éliminer l'influence de la composition spéciale par âge (et par sexe) du pays. C' est donc une *méthode indirecte* d'éliminer l'influence de la composition par âge et par sexe, dont nous verrons à la suite les raisons pratiques (cfr pages 49-50), les hyphothèses et les résultats (cfr. pages 97-99). On l'appelle aussi *méthode des coefficients de correction.* Cette méthode se base sur le même principe que l'on adopte en employant les nombres indices des prix comme des coefficients de correction pour passer des variations de la valeur des biens compris dans la richesse ou dans les revenus nationaux aux variations de leurs quantités (cfr. pages 50 et 99).

(2) « *Methode der erwartungsmässig Gestorbenen* » est l'expression employée par H. WESTERGAARD. Cfr. *Die Lehre von der Mortalität und Morbilität,* Jena, Fischer, 1882, page 30. L. V. BORTKIEVICZ (*Die Mittlere Lebensdauer*, page 53) nous dit que cette méthode avait été employée auparavant par HUMPHREYS (*The Value of Death-Rates as a test of Sanitary Condition,* « Journal of the R. Stat. Soc. », 1874) et par BERTILLON « Annales de démographie internationale », N. I, 1877, page 61.

des trois autres méthodes *A*, *B*, *C*. On pourrait la compléter et parler de *méthode comparative des résultats observés et prévus d'après les taux de mortalité type*. De même la méthode *C* peut être appelée *méthode comparative des résultats observés et prévus d'après la population type*.

Nous avons donc quatre méthodes: deux d'entre elles (*A* et *D*) visent à mesurer les variations de la mortalité générale qui proviennent des différences entre les taux de mortalité à chaque âge en éliminant l'influence de la composition par âge de la population et deux (*B* et *C*) visent à mesurer les variations de la mortalité générale qui proviennent des différences entre la composition par âge de diverses populations en éliminant l'influence des taux de mortalité à chaque âge.

13. — Ce sont substantiellement les mêmes problèmes qui se posent dans la construction des nombres indices des prix (1). Nous pouvons employer dans les deux cas les mêmes signes.

---

(1) Après avoir écrit cette partie de mon mémoire, j'ai pris connaissance du rapport *Ueber die Methode der « standard population »* présenté par L. von Bortkievicz à l'Institut International de Statistique (Session de Berlin, 1903) où l'analogie entre les nombres indices des prix et les méthodes de la population type des taux de mortalité type est signalée. Cfr. « Bull. de l'Inst. Int. de Stat », Tome XIV, Deuxième livraison, pages 423-426.

Si

par $a = 1, 2 \ldots . n$ on indique $\left\{\begin{array}{l}\text{pour la mortalité, les différents pays}\\ \text{pour les prix, les différentes années}\end{array}\right.$

» $b = 1, 2 \ldots . s$ » » respectivement $\left\{\begin{array}{l}\text{les âges}\\ \text{les marchandises}\end{array}\right.$

» $t = k$ ou bien $= 1, 2 \ldots . x$ » » » $\left\{\begin{array}{l}\text{le pays } k \text{ pris constamment, ou les pays } 1, 2 \ldots x \text{ pris successivement}\\ \text{la période } k \text{ prise constamment ou les périodes } 1, 2 \ldots x \text{ prises successivement}\end{array}\right\}$ comme typ

» p_{ab} » » » $\left\{\begin{array}{l}\text{le taux de mortalité observé}\\ \text{le prix réalisé}\end{array}\right\}$ dans $\left\{\begin{array}{l}\text{le pays}\\ \text{l'année}\end{array}\right\}_a$ pour $\left\{\begin{array}{l}\text{l'âge}\\ \text{la marchandise}\end{array}\right\}_b$

» q_{ab} » » » $\left\{\begin{array}{l}\text{la population existante}\\ \text{la quantité}\end{array}\right\}$ » » » » » »

» P_{tb} on indique respectivement $\left\{\begin{array}{l}\text{le taux de mortalité}\\ \text{le prix}\end{array}\right\}$ pour $\left\{\begin{array}{l}\text{l'âge}\\ \text{la marchandise}\end{array}\right\}_b$ d'après $\left\{\begin{array}{l}\text{la table de mortalité type}\\ \text{la période type}\end{array}\right\}_t$

» Q_{tb} » » » $\left\{\begin{array}{l}\text{la population}\\ \text{la quantité}\end{array}\right.$ » » » » »

$\sum_{b=1}^{s} p_{ab}\, q_{ab} = A_a$ indiquera $\left\{\begin{array}{l}\text{le nombre des morts observé}\\ \text{le montant des valeurs des marchandises réalisé}\end{array}\right\}$ dans $\left\{\begin{array}{l}\text{le pays}\\ \text{l'année}\end{array}\right\}_a$

$\dfrac{\sum_{b=1}^{s} p_{ab}\, q_{ab}}{\sum_{b=1}^{s} q_{ab}} = R_a$ » $\left(\begin{array}{l}\text{le taux de mortalité générale observé}\\ \text{le prix moyen des marchandises réalisé}\end{array}\right)$ » » »

$\left.\begin{array}{l}\sum_{b=1}^{s} P_{tb}\, q_{ab}\\[2ex] \dfrac{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}\, q_{ab}}{\sum_{b=1}^{s} q_{ab}}\end{array}\right\}$ indiqueront les grandeurs respectives en supposant uniforme l'influence des $\left\{\begin{array}{l}\text{taux de mortalité dans chaque âge}\\ \text{prix de chaque marchandise}\end{array}\right\}$ d'après $\left\{\begin{array}{l}\text{la table de mortalité type}\\ \text{la période type}\end{array}\right\}_t$

$\left.\begin{array}{l}\sum_{b=1}^{s} p_{ab}\, Q_{tb}\\[2ex] \dfrac{\sum_{b=1}^{s} p_{ab}\, Q_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} Q_{tb}}\end{array}\right\}$ indiqueront les grandeurs respectives en supposant uniforme l'influence $\left\{\begin{array}{l}\text{de la composition par âge de la population}\\ \text{des quantités des marchandises}\end{array}\right\}$ d'après $\left\{\begin{array}{l}\text{la population type}\\ \text{la période type}\end{array}\right\}_t$

Les méthodes A et C portent à la construction des n grandeurs inscrites sous (II) à la place des n grandeurs observées inscrites sous (I)

$$\text{(I)} \qquad \sum_{b=1}^{s} p_{1b}q_{1b} \quad \sum_{b=1}^{s} p_{2b}q_{2b} \cdots\cdot \sum_{b=1}^{s} p_{nb}q_{nb}$$

$$\text{(II)} \qquad \sum_{b=1}^{s} p_{1b}\,Q_{tb} \quad \sum_{b=1}^{s} p_{2b}\,Q_{tb} \cdots\cdot \sum_{b=1}^{s} p_{nb}\,Q_{tb}$$

Les méthodes B et D portent à la construction des n grandeurs inscrites sous (III) à la place des n grandeurs observées inscrites sous (I)

$$\text{(I)} \qquad \sum_{b=1}^{s} p_{1b}q_{1b} \quad \sum_{b=1}^{s} p_{2b}q_{2b} \cdots\cdot \sum_{b=1}^{s} p_{nb}q_{nb}$$

$$\text{(III)} \qquad \sum_{b=1}^{s} P_{tb}\,q_{1b} \quad \sum_{b=1}^{s} P_{tb}q_{2b} \cdots\cdot \sum_{b=1}^{s} P_{tb}\,q_{nb}$$

À la place des sommes (I), (II), (III) on a intérêt souvent à considérer les moyennes arithmétiques (I'), (II'), (III')

$$\text{(I}'\text{)} \qquad \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{1b}} \quad \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}} \cdots\cdot \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{nb}\,q_{nb}}{\sum_{b=1}^{s} q_{nb}}$$

$$\text{(II}'\text{)} \qquad \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\,Q_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} Q_{tb}} \quad \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\,Q_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} Q_{tb}} \cdots\cdot \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{nb}\,Q_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} Q_{tb}}$$

$$\text{(III}'\text{)} \qquad \frac{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}\,q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{1b}} \quad \frac{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}\,q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}} \cdots\cdot \frac{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}\,q_{nb}}{\sum_{b=1}^{s} q_{nb}}$$

La méthode A porte à comparer entre elles dans le sens horizontal les n grandeurs calculées inscrites sous (II) ou (II').

La méthode B porte à comparer entre elles dans le sens horizontal les n grandeurs calculées inscrites sous (III) ou III').

La méthode C porte à comparer dans le sens vertical chacune des n grandeurs observées inscrites sous (I) ou (I') avec la grandeur correspondante calculée et inscrite sous (II) ou (II').

La méthode D enfin porte à comparer dans le sens vertical chacune des n grandeurs observées inscrites sous (I) ou (I') avec la grandeur correspondante calculée et inscrite sous (III) ou (III').

14. On peut choisir comme population type ou comme table de mortalité type une population ou une table de mortalité unique k, qui demeure constante pour tous les a. On aura alors $P_{tb}=P_{kb}$, $Q_{tb}=Q_{kb}$. Cette population ou table de mortalité pourra être celle d'un des pays considérés ou de l'ensemble de ces pays ou d'une partie de cet ensemble ou d'un territoire encore plus vaste ou d'un autre pays réel ou enfin d'un pays imaginaire. De même, on pourra prendre comme type, pour les nombres indices des prix ou des quantités, l'une des années considérées ou bien la période qui les comprend toutes ou encore une partie de cette période ou au contraire une période encore plus étendue ou une autre période réelle ou enfin une période imaginaire dans laquelle les prix et les quantités auraient des valeurs établies d'après un schéma *à priori.*

On peut au contraire prendre une population type ou une période type variable, par exemple prendre pour type l'année précédente ou l'année suivante à celle considérée, prendre pour type la population d'un des territoires contigus, d'après une règle uniforme, qui peut être la même sur laquelle on s'est basé pour établir la succession des a.

Cela revient à faire $P_{tb}=p_{(t-1)\,b}$, $Q_{tb}=q_{(t-1)\,b}$ ou bien $P_{tb}=p_{(t+1)\,b}$, $Q_{tb}=q_{(t+1)\,b}$.

Au deuxième procédé on donne, dans la construction des nombres indices des prix, le nom de *méthode de la base fixe;* au premier le nom de *méthode de la base variable* ou bien de *méthode des bases enchaînées* ou encore de *méthode de la chaîne.*

Le mot *base* est pourtant employé aussi, dans le domaine des nombres indices, dans une autre signification tout à fait différente.

La généralité du public et aussi quelques auteurs (1) entendent en effet pour *base* la période ou le pays pour lequel la valeur du nombre indice est fait = 100 ou est réduit à une autre valeur fixe, déterminée d'avance (par exemple 1 ou bien 1000).

Lorsqu'on commence à construire une succession de nombres indices on fait généralement = 100 la période (ou le pays) prise comme type et alors la base, prise dans les deux sens, est la même; mais, lorsque la succession s'allonge, on trouve parfois plus commode de faire = 100 une autre période (ou pays), sans pourtant changer la période (ou pays) prise comme type, et cela est inévitable lorsqu'on veut comparer les successions des nombres indices

---

(1) Cfr., par exemple, MITCHELL, cité, pages 83 et suivantes.

de pays différents pour lesquels on a pris comme type des périodes différentes. Prise dans ce sens, la base ne coïncide plus alors avec la base prise dans l'autre sens, et une confusion peut s'en suivre.

Il est donc opportun de distinguer par des expressions différentes les deux concepts de *base*. On pourrait parler de *base substantielle* dans le premier cas et de *base formelle* dans le second. Peut-être est-il préférable, pour maintenir la même terminologie adoptée dans la méthode de la population type, d'adopter pour le premier concept le mot *type* et de réserver le mot *base*, d'après la signification courante dans le public, pour le deuxième cas.

Nous appellerons donc le premier des procédés envisagés dans ce numéro *méthode du type fixe* et le second *méthode du type mobile;* en distinguant dans ce dernier cas la *méthode du type mobile précédent* de la *méthode du type mobile suivant* selon que l'on fait $P_{tb} = p_{(t-1)b}$, ; $Q_{tb} = q_{(t-1)b}$, ou, au contraire, $P_{tb} = p_{(t+1)b}$, ; $Q_{tb} = q_{(tb+1)}$.

Il y a des façons de construire les nombres indices des prix dans lesquelles les résultats sont les mêmes, quelle que soit la période (ou le pays) prise comme type. Nous disons alors que pour ces nombres indices, le *type est indifférent;* dans le cas contraire, nous disons que les nombres indices *dépendent* du type choisi.

Soit que les nombres indices soient dépendants, soit qu'ils soient indépendants du type choisi et, dans le premier cas, soit que l'on adopte la méthode du type fixe ou bien la méthode du type mobile, on peut toujours prendre comme base le même terme de la succession ou bien changer la base, en prenant toujours pour base le terme précédent. Dans le premier cas, nous dirons que la succession est à *base fixe;* dans le deuxième cas qu'elle est à *bases enchaînées* ou à *base mobile.* En théorie la base mobile pourrait être *précédente* ou *suivante;* en pratique elle est toujours *précédente.*

Les nombres indices qui ne dépendent pas du type, sont comparables entre eux. Les nombres indices qui dépendent du type sont comparables seulement avec le nombre indice type. Il s'ensuit que, lorque les indices dépendent du type, chaque nombre indice ne peut être comparé qu'à un autre nombre indice seulement, qui, avec le procédé du type mobile, est le nombre indice précédent ou suivant et, avec le procédé du type fixe, est le nombre indice de l'année ou du pays choisi comme type. Nous appellerons *série* une succession de nombres indices qui sont comparables entre eux. Il s'ensuit qu'une succession de *n* nombres indices qui dépendent du type ne constitue pas *une* série de nombres indices, mais se décompose en n-1 séries.

Il est tout à fait indifférent, pour ces conclusions, que les nombres indices soient construits d'après le système à base fixe ou d'après celui à bases enchaînées. Mais, comme le lecteur peut avoir l'impression que chaque nombre indice puisse être comparé avec sa base, il serait recommandable de faire correspondre la *base* au *type* toutes les fois que cela est possible.

15. — La méthode A, avec les procédés du type fixe et de la base fixe, le premier terme de la série étant pris pour base et fait $= 100$, donnera lieu aux formules suivantes, soit pour les grandeurs (II) soit pour les (II′)

$$100\,,\ \frac{100\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\,Q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\,Q_{kb}}\,,\ \frac{100\sum_{b=1}^{s} p_{3b}\,Q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\,Q_{kb}}\,,\ldots,\ \frac{100\sum_{b=1}^{s} p_{nb}\,Q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\,Q_{kb}} \tag{1}$$

Avec les procédés du type fixe et des bases enchaînées, les formules seront :

$$100\,,\ \frac{100\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\,Q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\,Q_{kb}}\,,\ \frac{100\sum_{b=1}^{s} p_{3b}\,Q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\,Q_{kb}}\,,\ldots,\ \frac{100\sum_{b=1}^{s} p_{nb}\,Q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{(n-1)b}\,Q_{kb}}\,. \tag{2}$$

Avec les procédés du type mobile précédent et des bases enchaînées, les formules seront :

$$100\,,\ \frac{100\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\,q_{1b}}\,,\ \frac{100\sum_{b=1}^{s} p_{3b}\,q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{2b}}\,,\ldots,\ \frac{100\sum_{b=1}^{s} p_{nb}\,q_{(n-1)b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{(n-1)b}\,q_{(n-1)b}} \tag{3}$$

Avec les procédés du type mobile précédent et de la base fixe, le premier terme de la série étant pris pour base, les formules seront :

$$100\,,\ \frac{100\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\,q_{1b}} = K_2\,,\ \frac{K_2\sum_{b=1}^{s} p_{3b}\,q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{2b}} = K_3\,,\ldots,\ \frac{K_{(n-1)}\sum_{b=1}^{s} p_{nb}\,q_{(n-1)b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{(n-1)b}\,q_{(n-1)b}} = K_n \tag{4}$$

La méthode D avec les procédés du type fixe et de la base fixe, le premier terme de la série étant pris pour base et fait $= 100$, donnera lieu, soit pour les (I) et III), soit pour les (I') et (III'), aux formules suivantes :

$$100\,,\ \frac{100\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{2b}\ \sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{2b}\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\,q_{1b}}\,,\ \frac{100\sum\limits_{b=1}^{s} p_{3b}\,q_{3b}\ \sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{3b}\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\,q_{1b}}\,,\ \ldots\ldots,\ \frac{100\sum\limits_{b=1}^{s} p_{nb}\,q_{nb}\ \sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{nb}\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\,q_{1b}} \qquad (5)$$

Avec les procédés du type fixe et des bases enchaînées, on obtiendra les formules qui suivent :

$$100\,,\ \frac{100\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{2b}\ \sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{2b}\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\,q_{1b}}\,,\ \frac{100\sum\limits_{b=1}^{s} p_{3b}\,q_{3b}\ \sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{3b}\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{2b}}\,,\ \ldots\ldots,\ \frac{100\sum\limits_{b=1}^{s} p_{nb}\,q_{nb}\ \sum\limits_{q=1}^{s} P_{kb}\,q_{(n-1)b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}\,q_{nb}\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{(n-1)b}\,q_{(n-1)b}} \qquad (6)$$

Avec les procédés du type mobile précédent et des bases enchaînées, les formules seront :

$$100\,,\ \frac{100\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\,q_{2b}}\,,\ \frac{100\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{3b}\,q_{3b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{3b}}\,,\ \ldots\ldots,\ \frac{100\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{nb}\,q_{nb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{(n-1)b}\,q_{nb}} \qquad (7)$$

Avec les procédés du type mobile précédent et de la base fixe, on obtiendra :

$$100\,,\ \frac{100\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\,q_{2b}} = K_2\,,\ \frac{K_2\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{3b}\,q_{3b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\,q_{3b}} = K_3\,,\ \ldots\ldots,\ \frac{K_{(n-1)}\ \sum\limits_{b=1}^{s} p_{nb}\,q_{nb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{(n-1)b}\,q_{nb}} = K_n \qquad (8)$$

En comparant les (7) et (8) avec les (3) et (4) on comprend que la méthode D, avec le procédé du type mobile précédent, donne des résultats équivalents à ceux que donnerait la méthode A avec le procédé du type mobile suivant et que la méthode D, avec le procédé du type mobile suivant, donnerait des résultats équivalents à ceux de la méthode A avec le procédé du type mobile précédent.

Il n' est pas nécessaire d' écrire les formules concernant les méthodes B et C: pour celles-ci, elles sont encore différentes selon que l'on considère les (I), (II), (III), ou bien les (I'), (II'), (III'). On trouve que, dans un cas comme dans l' autre, la méthode C

avec le procédé du type mobile précédent donne des résultats équivalents à ceux de la méthode B avec le procédé du type mobile suivant et que la méthode C avec le procédé du type mobile suivant donne des résultats équivalents à ceux de la méthode B avec le procédé du type mobile précédent.

16. — Il est inutile de dire que ces formules s' appliquent identiquement aux taux de la mortalité générale. Elles peuvent aussi s' appliquer à bien d' autres données statistiques.

Les méthodes A, B, C, D, - ou tout au moins quelques-unes d'entre elles - ont été employées dans plusieurs autres recherches.

En généralisant, nous pourrons appeler la méthode A, *méthode de la composition type;* la méthode B, *méthode des coefficients type*; la méthode C, *méthode comparative entre les résultats observés et les résultats prévus d' après la composition type;* la méthode D, *méthode comparative entre les résultats observés et les résultats prévus d' après les coefficients type.* Pour brièveté nous les désignerons pourtant par la suite par leurs lettres A, B, C, D.

Dans le tableau I à pages 39-42 sont indiquées quelques recherches dans lesquelles on a eu recours à ces méthodes. Je n' ai pas la prétention d'en donner une liste complète : il est bien possible que d' autres applications aient été faites dans d' autres domaines ; on pourrait en effet les multiplier à volonté.

Je dirai quelques mots pour expliquer les significations des différentes applications.

Des applications 1 et 2 nous avons déjà parlé longuement. Il suffira d' ajouter que, pour l' application 1, on a songé généralement à la méthode A, rarément aux méthodes B et C (1); pour l' application 2, on a eu recours aux méthodes A, B, D.

---

(1) Il serait impossibile d'énumérer toutes les applications de la méthode A. La méthode C avec le procédé du type fixe a été appliquée par Charles Guyot pour mesurer les variations des consommations (ou, ainsi qu'il disait, l' aisance relative) dans les campagnes lorraines depuis 1451-1475 jusqu' à 1872-1885 (*Essai sur l' aisance relative du paysan lorrain,* Nancy 1889). Cfr. la discussion qu' en a fait A. De Foville dans le « Journal de la Société Statistique de Paris », 1888 (*Les variations du bien-être dans les campagnes lorraines depuis le moyen-âge*). La méthode B avec le procédé du type mobile précédent a été appliquée par le prof. R. Bachi aux importations et aux exportations italiennes de 1913 à 1919. Cfr. *Numeri indici delle quantità di merci importate ed esportate,* « Economista » N. 2424,

La signification des applications 3 et 4 est tout à fait analogue à celle de l'application 2 et n'a pas besoin d'explications. On a employé la méthode *A*; peut-être aussi la méthode *D*.

Il est à peine nécessaire de dire que, si l'on possède la classification de la population générale et celle des morts (application 2) ou des mères (application 3) ou des époux (application 4), non seulement par âge, mais aussi par état civil ou par n'importe quel autre caractère, on pourra éliminer en même temps l'influence aussi de cet autre caractère. Dans ce cas, les q_{ab}, au lieu d'ex-

---

12 Octobre 1920. Guyot avait aussi appliqué une autre méthode, dont il reconnaissait pourtant lui-même l'inexactitude et dont l'expression peut être mise sous la forme suivante:

$$B''' = \sum_{b=1}^{s} \frac{\dfrac{P_{kb}\,Q_{kb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}Q_{kb}} \; \dfrac{1}{p_{ib}} \sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{ib}}{Q_{kb}} \cdot \frac{P_{kb}\,Q_{kb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}Q_{kb}} =$$

$$= \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}Q_{kb}} \sum_{b=1}^{s} \frac{P_{kb}}{p_{ib}} \; \frac{P_{kb}Q_{kb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}Q_{kb}}$$

Dans les applications de Guyot il était toujours $B''' > C$, ce qui est facile à comprendre.

En mettant l'expression de la méthode *B* sous la forme suivante:

$$B = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}Q_{kb}} \sum_{b=1}^{s} \frac{P_{kb}}{p_{ib}} \; \frac{p_{ib}\,q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{ib}}$$

on voit en effet les relations entre les deux méthodes *B* et B'''. On aura ordinairement $B''' > B$ car on doit s'attendre $\dfrac{p_{ib}\,q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{ib}} \lessgtr \dfrac{P_{kb}\,Q_{kb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{kb}Q_{kb}}$ selon que le rapport $\dfrac{P_{kb}}{p_{ib}}$ est spécialement bas ou au contraire spécialement élevé: c'est-à-dire on doit s'attendre qu'une marchandise ait dans le budget d'une époque une importance plus forte ou plus faible que dans l'époque type selon que le prix est plus bas ou plus élevé que dans l'époque type.

D'autre part il est vraisemblable que, d'une époque à l'autre, les consommations soient augmentées ou diminuées davantage pour les marchandises dont les prix ont baissé ou respectivement monté plus fortement, Or, si entre les rapports $\dfrac{Q_{kb}}{q_{ib}}$ et les rapports correspondants $\dfrac{P_{kb}}{p_{ib}}$ il y a une relation négative, on obtient, ainsi que nous le verrons (cfr. pages 82-83, 87 et 92) $B > C$.

À plus forte raison on aura donc $B''' > C$.

primer les nombres des personnes vivantes ayant l'âge *b*, doivent exprimer les nombres des personnes vivantes ayant la combinaison *b* de l'âge et de l'état civil.

Applications 5-6 et 11. Le poids moyen et la longueur moyenne des nouveaux-nés augmentent avec l'âge de la mère. Est-ce que cela dépend de la circonstance que les enfants des mères plus âgées ont généralement un ordre de génération plus élévé, ou bien du poids moyen et de la longueur moyenne supérieurs des enfants des mères plus âgées, à parité d'ordre de génération? On trouve que, après avoir éliminé l'influence de la composition par ordre de génération, le poids moyen et la longueur moyenne des enfants ne varient pas sensiblement avec l'âge de la mère.

Si on élimine d'une façon analogue l'influence de l'âge de la première menstruation ou celle de l'âge sexuel de la mère (= différence entre l'âge de l'accouchement et l'âge de la première menstruation) l'ordre de naissance garde toujours une influence sur le poids moyen des nouveaux-nés et aussi, quoique dans une mésure bien moindre, sur leur longueur moyenne.

Après avoir éliminé l'influence de l'ordre de naissance, l'âge sexuel ne révèle aucune influence sur le poids et la longueur des nouveaux-nés; l'âge de la première menstruation garde au contraire une certaine influence dans le sens que les mères qui ont été très précoces donnent des enfants en moyenne plus lourds et plus longs.

D'après d'autres données, la précocité de la vie sexuelle, après avoir éliminé l'influence de l'âge de la mère à l'accouchement, ne révèlerait aucune influence régulière.

On a appliqué la méthode D.

Applications 7-10. Problèmes analogues pour le poids moyen du placenta, des membranes, du funicule, et pour la longueur moyenne du funicule.

Après avoir éliminé l'âge de la mère à l'accouchement, ou bien son âge sexuel, ou bien son âge à la première menstruation, l'ordre de naissance garde une certaine influence sur le poids du placenta et des membranes qui sont plus lourdes pour les ordres de naissance élevés. Aucune influence nette n'est au contraire visible pour le poids ou la longueur du funicule.

Aprés avoir éliminé l'ordre de naissance, l'âge de la mère à l'accouchement ne révèle pas une influence nette, sauf sur le poids des membranes qui diminue avec l'âge; l'âge sexuel aussi ne paraît pas avoir une influence régulière, sauf, peut-être, sur le poids du funicule qui augmente avec l'âge; l'âge de la première menstruation au contraire révèle une influence dans le sens que les mères qui ont été très précoces donnent des valeurs élevées pour tous les caractères considérés.

On a appliqué la méthode *D*.

Applications 12-22. Les mêmes méthodes ont été appliquées à l'étude de la variabilité des caractères des nouveaux-nés selon l'âge de la mère et l'ordre de naissance et à l'étude des relations entre ces caractères. La conclusion la plus importante est que, si l'on élimine l'influence de l'âge de la mère, la variabilité des caractères selon l'ordre de génération paraît plus forte parmi les premiers nés et les cadets ayant un ordre de naissance bien élevé, tandis que le 2me et surtout le 3me né ont une variabilité moindre. En examinant de la même façon les relations entre les caractères, on parvient à la conclusion que bien souvent les catégories qui ont la moindre variabilité ont aussi la moindre corrélation et celles qui ont la variabilité plus élevée ont une corrélation plus étroite.

Les faits se présentent comme si les individus qui s'écartent davantage de la moyenne avaient besoin, pour survivre, d'avoir une corrélation plus étroite entre leurs caractères.

On a appliqué la méthode *D*.

Application 23. Est-ce que l'âge du père à la naissance des enfants a une influence sur leur taille? Après avoir éliminé l'influence de la composition dés accouchements selon l'âge de la mère, on trouve que l'influence de l'âge du père est nulle. On a appliqué le méthode *D*.

Applications 26 et 27. La natimortalité varie avec l'âge de la mère et avec l'ordre de génération. Quelle est l'influence à attribuer à chacune des deux circonstances? Après avoir éliminé l'influence de la composition des naissances par ordre de génération, la natimortalité augmente régulièrement avec l'âge de la mère. Après avoir éliminé l'influence de la composition des naissances par âge de la mère, la natimortalité d'abord diminue et après augmente. Problème et résultats analogues pour la fréquence des accouchements artificiels, c'est-à-dire ayant nécessité l'intervention chirurgicale. Si on considère pourtant les différentes formes de l'intervention, les résultats ne sont pas toujours les mêmes. Par exemple, après avoir éliminé l'influence de l'âge, la nécessité d'avoir recours aux tenailles est plus fréquente pour les premiers nés et diminue suivant l'ordre de génération tandis que la probabilité que l'accouchement ait nécessité un renversement augmente suivant d'ordre de génération. L'un et l'autre cas résultent plus fréquents avec l'augmentation de l'âge de la mère, après avoir éliminé l'influence de l'ordre de génération.

On a appliqué la méthode *A*.

Application 24. La fréquence d'une position anormale de l'enfant augmente fortement avec l'âge de la mère et aussi avec l'ordre de génération sauf pour les premiers-nés qui présentent une fréquence un peu supérieure à celle des deuxièmes-nés.

Après avoir éliminé l'influence d'une des deux circonstances, l'influence de l'autre persiste, mais reste moins forte. Les deux influences donc se cumulent.

Application de la méthode *A*.

Application 25. Le pourcentage des naissances prématurées est plus fort pour les âges et les ordres de naissances extrêmes, et plus faible pour les moyens. Après avoir éliminé l'influence d'une des deux circonstances, l'influence de l'autre persiste; mais les variations des pourcentages sont plus faibles. Ici aussi les deux influences se cumulent.

On a appliqué la méthode *A*.

Application 27. La fréquence des morts-nés ou des produits expulsés morts (morts-nés et avortements) augmente, soit avec l'âge de la mère à l'accouchement, soit avec celle du père. Quelle est l'influence à attribuer à chacune des deux circonstances?

Toutes les deux ont une influence : celle-ci est plus forte pour l'âge de la mère. Méthode *A*.

Application 28. Après avoir éliminé l'influence de la composition des naissances selon l'âge du père au mariage, la probabilité qu'ont les enfants de survivre à la dissolution du mariage diminue lorsque l'âge de la mère au mariage augmente (et cela malgré que la durée du mariage diminue). Après avoir éliminé l'influence de la composition des naissances selon l'âge de la mère au mariage, la probabilité au contraire augmente lorsque l'âge du père au mariage augmente. Méthode D (1).

Application 29. Les personnes présentant des caractères exceptionnels (en sens bon ou mauvais) ont un ordre de génération bas et sont surtout des premiers-nés, beaucoup plus souvent que cela n'arrive pour la population générale. Est-ce que cela tient à une plus grande probabilité que les personnes exceptionnelles ont à appartenir, dans une même famille, aux premiers-nés, ou bien cela dépend-il de la circonstance que, dans les familles moins nombreuses prises en considération, les enfants ont plus de probabilité de présenter des caractères exceptionnels? Si, ainsi que l'on a fait souvent, on considère seulement les familles auxquelles appartiennent les personnes exceptionnelles, la deuxième circonstance a indubitablement une grande influence, car alors les familles avec 1 enfant ont la probabilité du 100% qu'il soit exceptionnel, celles avec 2 enfants ont la probabilité du 50% etc. En éliminant l'influence du nombre des enfants, on trouve que l'ordre de la naissance exerce une influence qui, pour la plupart des caractères, est assez petite et, pour tous les caractères, est beaucoup moindre qu'elle ne le semblait avant d'avoir éliminé l'influence du nombre des enfants. La méthode employée correspond à la méthode D (2).

Application 30. Deux pays x et y ont tous les deux un impôt progressif — par exemple sur les successions — avec des taux tantôt plus forts en x, tantôt en y. Le rapport du montant annuel

(1) On peut trouver des exemples des applications 24, 25, 27 dans l'ouvrage cité de Westergaard, *Die Lehre von der Mortalität und Morbilität*, cité; des exemples des applications 5, 6, 11, 23 et 26-28 dans notre article *Contributi statistici ai problemi dell' Eugenica*, « Rivista Italiana di Sociologia », Septembre 1912, reproduit en anglais dans les « Proceedings of the First Int. Congress of Eugenics » London, 1912, Vol. II sous le titre *Contributions of Demography to Eugenics*, et des exemples des applications 5-10, 12-18, et 19-22 dans le travail de G. Dettori, *Di alcuni caratteri dei neonati secondo l'ordine di generazione e l'età della madre*, « Rivista di Antropologia » Vol. XIX Fasc. III, Roma 1914.

(2) Cfr. W. Weinberg, *Die rassenhygienische Bedeutung der Fruchtbarkeit*, « Archiv für Rassen-und Gesellschaft-Biologie », 1910, Vol. VII; C. Gini, *I fattori demografici dell' evoluzione delle nazioni*, Bocca, Torino, 1912; W. Weinberg, *Zur Frage der Messung der Fruchtbarkeit*, « Archiv. für Rassen und Gesell.-Biologie » 1913, vol. X; *Die Kinder der Tuberkulosen*, Leipzig, 1913; M. Greenwood and G. U. Yule, *On the determination of size of family and of distribustion of characters in order of births from simples taken trought members of the sibships*, « Journal of the R. Stat. Society », January 1914; C. Gini, *Nuove osservazioni sui pro-*

de l'impôt à l'annuité successorale est plus élevé en x, mais aussi la succession moyenne est plus élevée en x. Est-ce que la différence entre les taux moyens de l'impôt dépend exclusivement de la différence entre la composition de l'annuité successorale selon les montants unitaires des successions? ou bien, abstraction faite de celle-ci, l'impôt est-il plus lourd en x? Les méthodes A et D sont applicables (1).

Application 31. Qui est plus dolicocéphale : la femme ou l'homme? L'indice céphalique moyen (rapport de la largeur moyenne à la longueur moyenne de la tête) résulte plus élevé pour la femme. Mais la tête de l'homme est plus longue et, en général, l'indice céphalique diminue lorsque la longueur de la tête augmente. Si nous supposons que la longueur de la tête des deux sexes est la même, l'indice céphalique résulte plus bas pour la femme. C'est une application de la méthode A ou de la méthode D. Problème analogue et solution semblable pour ce qui concerme les variations de l'indice céphalique selon la taille (2).

Nous verrons que les conclusions auxquelles on est arrivé dans cette application ne sont pas justifiées (Cfr. pages 152 et suivantes).

Applications 32. La tête de la femme est-elle relativement plus grande ou plus petite que celle de l'homme? Le rapport de la circonférence moyenne de la tête à la taille moyenne est plus élevé pour la femme que pour l'homme, mais, si nous supposons que la fréquence des tailles soit la même pour les deux sexes, la circonférence moyenne de la tête de l'homme résulterait plus grande. C'est une application de la méthode A ou de la méthode D (3).

---

blemi dell' Eugenica, « Rivista Italiana di Sociologia », Marzo-Aprile 1914; W. WEINBERG, *Ueber die Frage der Minderwertigkeit der Erstgeborenen,* «Oeffentliche Gesundheitspflege», Erster Jahgang. Heft 6, 1916; M. BOLDRINI, *Nuovi contributi alle ricerche sull'azione dell' ordine di nascita,* « Metron » Vol. I, N. 2.

(1) Cette application est envisagée dans les *Appunti di statistica raccolti dallo studente* ETTORE BITTARELLO *alle lezioni del* PROF. CORRADO GINI *durante l'anno accademico 1913-14.* Padova - La Litotipo.

(2) Cette application a été faite par W. JOHANNSEN, *Über Dolicocephalie und Brachycephalie. Zur Kritik der Indexangaben,* « Archiv. für Rassen und Gesellschaft-Biologie », IV, 2, März-April 1907.

(3) Cfr. W. PFITZNER, *Social-antropologische Studien,* II. *Der Einfluss des Geschlechts auf die anthropologischen Charaktere,* « Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie », Band III, pages. 518-520.

La conclusion, que l'on en a tiré, que la circonférence de la tête est relativement plus petite pour la femme n'est pas justifiée, ainsi que nous le verrons dans la suite (Cfr. pages 152 et suivantes).

17. — Parmi les applications, dont nous venons de parler, on peut faire quelques distinctions. Il y en a (Application 29) pour lesquelles seulement la valeur de A_a et non celle de R_a a de l'intérêt. C'est parce que les valeurs de R_a pour les différents a ne sont pas comparables entre elles.

Pour plusieurs au contraire (Appl. 5-23, 31,32) c'est seulement la valeur de R_a que l'on prend en considération.

Dans d'autres enfin (Appl. 1-4, 24-28, 30) les deux valeurs peuvent avoir un intérêt. Dans toutes ces dernières applications pourtant, sauf dans la Ière, c'est la valeur de R_a qu'en général on a en vue dans les recherches.

Pour ce qui concerne la construction des nombres indices des prix et les autres applications du type I, une difficulté à calculer la grandeur R_a provient souvent de la circonstance que les q_{ab} sont exprimées en unités de mesure non comparables. On pourrait pourtant les rendre comparables en exprimant les q_{ab} en unités de poids et en choisissant toujours la même unité de poids. La comparabilité des q_{ab} pourrait être atteinte de cette manière dans la construction de tous les nombres indices des prix qui concernent des biens meubles (nombres indices du coût de la vie, des consommations, des revenus); pour les nombres indices au contraire qui concernent aussi des immeubles (nombres indices de la richesse privée ou nationale, nombres indices du pouvoir d'achat de la monnaie) la comparabilité des p_{ab} ne peut pas être atteinte.

Une autre observation à faire est que, dans les diverses applications, tantôt ce sont les p_{ab}, tantôt les q_{ab}, qui sont le plus facilement et exactement connus. Généralement ce sont les q_{ab}. Dans le cas des prix au contraire ce sont les p_{ab}. Dans l'application 30, l'impôt pour une certaine matière imposable est toujours bien connu d'après la loi; mais généralement les q_{ab} aussi sont connus.

Or, il est à remarquer que pour l'application des méthodes A, B, C, D il n'est pas nécessaire de connaître toutes les valeurs, soit des p_{ab} soit des q_{ab}.

Pour appliquer la méthode A à type fixe, il suffit de connaître les $s \times n$ valeurs des p_{ab}. Pour appliquer la méthode C à type fixe il est nécessaire de connaître en plus les n valeurs de $\sum_{b=1}^{s} q_{ab}$ et les n valeurs de $\sum_{b=1}^{s} p_{ab}\, q_{ab}$. Si, par ces deux méthodes, l'on veut déduire les s quantités type Q_{kb} des s sommes respectives $\sum_{a=1}^{n} q_{ab}$ ou des s valeurs moyennes des q_{ab} correspondant à certains a, il sera nécessaire de connaître encore ces s valeurs. En tout cas, il n'est pas nécessaire, pour l'application des méthodes A et C à type fixe, de connaître aussi toutes les $s \times n$ valeurs des q_{ab}. Cette connaissance devient nécessaire pour l'application des mêmes méthodes à type mobile.

Au contraire, pour appliquer la méthode B à type fixe, il suffit de connaître les $s \times n$ valeurs des q_{ab}. Pour appliquer la méthode D à type fixe il suffit de connaître les $s \times n$ valeurs des q_{ab} et les n valeurs des $\sum_{b=1}^{s} p_{ab}\, q_{ab}$. Si, dans l'application de ces deux méthodes, l'on veut déduire les quantités type P_{kb} des s sommes respectives $\sum_{a=1}^{n} p_{ab}$ ou bien des s valeurs moyennes des p_{ab} correspondant à certains a, il sera nécessaire de connaître encore ces n valeurs. Mais il n'est jamais indispensable, pour l'application des méthodes B et D à type fixe, de connaître aussi toutes les $s \times n$ valeurs des p_{ab}, ce qui est au contraire nécessaire pour l'application des mêmes méthodes à type mobile.

Les éléments nécessaires pour appliquer les diverses méthodes sont donc différents. C'est à cause de cette circonstance que, pour éliminer l'influence des q_{ab}, on a bien souvent recours à la méthode D à la place de la méthode A, ainsi que nous l'avons vu pour plusieurs des applications passées en revue. C'est pour la même raison que, pour éliminer des taux de mortalité générale l'influence des q_{ab} on emploie quelquefois, ainsi que nous l'avons vu (1), la « méthode indirecte », (2) basée sur la méthode B, à la place

(1) Cfr. note (1) a page 29.

(2) Cfr. H. H. Wolfenden, *On the Methods of Comparing the Mortalities of Two or More Communities and the Standardization of Death-Rates*, « Journal of the R. Statistical Society » May 1923; et J. Körösi, *Mortalitäts-Cöefficient und Mortalitäts-Index*, Op. cit., pages *a d*.

de la méthode A, qui permetterait d'éliminer directement cette influence. (On pourrait employer de même la méthode directe D). C'est encore une méthode indirecte que l'on adopte généralement pour avoir les nombres indices des variations de la richesse privée ou nationale ou des revenus nationanx d'un pays. Dans ce cas on devrait éliminer l'influence des p_{ab} et les méthodes directes seraient la méthode B ou la méthode C; mais, puisqu'on ne connaît pas généralement les valeurs des q_{ab}, ni même celles des $\sum_{b=1}^{s} q_{ab}$, mais seulement celles des p_{ab}, on a recours à la méthode A qui donne les nombres indices des prix. Ces nombres indices seront employés à la suite comme des coefficients de correction pour passer des valeurs observées de la richesse ou des revenus nationaux à celles que l'on aurait observées si les prix étaient demeurés constants. Nous examinerons à la suite (pages 97-99) les résultats des méthodes indirectes par rapport à ceux des méthodes directes.

Les trois dernières applications (30, 31, 32) méritent quelques mots à part. L'impôt moyen par contribuable, la largeur moyenne de la tête, la circonférence moyenne de la tête ne sont pas vraiment les buts de la recherche, qui vise plutôt aux rapports: taux moyen de l'impôt, indice céphalique moyen, rapport moyen de la circonférence de la tête à la taille. Nous avons exposé ces applications d'une façon à les rapprocher le plus possible aux autres; mais l'on pourrait très bien les conduire d'une façon légèrement différente, en considérant, à la place des grandeurs indiquées dans le tableau I, les grandeurs suivantes:

	$R'_a = \dfrac{\sum_{b=1}^{s} p'_{ab} q'_{ab}}{\sum_{b=1}^{s} q'_{ab}}$	a	b	p'_{ab}	q'_{ab}
30	Taux moyen de l'impôt	pays	montant unitaire de la matière imposable	taux de l'impôt pour b en a	montant total de la matière imposable en a ayant un montant unitaire b
31	Indice céphalique moyen	sexe taille	longueur de la tête	indice céphalique pour a des têtes de longueur b	sommes des longueurs des têtes de a ayant une longueur b
32	Rapport moyen de la circonférence de la tête à la taille	sexe	taille	rapport de la circonférence de la tête à la taille pour a dans les tailles de hauteur b	somme des tailles des personnes de sexe a ayant une taille b

Il est à remarquer qu'existent les relations

$$p'_{ab} = \frac{p_{ab}}{b}\,,\quad q'_{ab} = b q_{ab}\,,\quad \sum_{b=1}^{s} p'_{ab}\, q'_{ab} = \sum_{b=1}^{s} p_{ab}\, q_{ab}\,,\quad R'_a = R_a \frac{\sum_{b=1}^{s} q_{ab}}{\sum_{b=1}^{s} q'_{ab}}$$

Les deux façons de faire l'application ne peuvent donc conduire qu'à des résultats concordants. Une circonstance importante sur laquelle nous aurons à revenir, est mise en lumière par cette façon de conduire l'application : c'est que le caractère b est de la même nature que le dénominateur $\sum_{b=1}^{s} q'_{ab}$; ce dénominateur n'est même que la somme de toutes les valeurs de b, chacune multipliée par sa fréquence q_{ab}.

Tandis que dans les autres applications on vise à éliminer l'influence des q_{ab} classés selon les modalités d'un caractère différent, dans les applications 30, 31, 32 on vise à éliminer l'influence des q_{ab} classés selon l'intensité de ce même caractère. Par exemple, dans la construction des nombres indices des prix, on vise à éliminer l'influence des quantités classées, non pas selon le montant de ces quantités, mais selon la qualité de la marchandise, tandis que, dans l'application 31, on vise à éliminer l'influence des tailles classées précisément d'après la hauteur de la taille.

18. — Nous allons maintenant appeler l'attention du lecteur sur une circonstance qui nous paraît d'importance fondamentale; c'est que la distinction des facteurs qui ont de l'influence sur R_a en deux groupes exprimés par les grandeurs p_{ab} et q_{ab} est arbitraire. On pourrait distinguer les facteurs d'une autre façon, c'est-à-dire en deux groupes exprimés par les grandeurs r_{ab} et t_{ab}, où $t_{ab} = \dfrac{1}{p_{ab}}$ et $r_{ab} = p_{ab}\, q_{ab}$, et se proposer de déterminer ce que deviendrait R_a si l'on éliminait l'influence des t_{ab}, ou bien des r_{ab}.

Par exemple, on peut dire que le taux de la mortalité générale dépend du nombre des exposés à la mort en chaque âge et des taux de mortalité spéciaux pour les différents âges, mais on peut dire, avec la même raison, qu'il dépend du nombre des morts à chaque âge et des moyennes des morts par habitant dans les divers âges.

Or on pourrait envisager une méthode — que l'on pourrait appeler de la *liste mortuaire type*, et en général Méthode A', dans laquelle on admettrait que, pour les différents pays à comparer, les listes mortuaires fussent les mêmes et on mettrait en lumière les différences dans leurs taux de mortalité générale provenant des différences dans les taux de mortalité de chaque âge.

Par une méthode qu'on pourrait appeler Méthode B', on pourrait au contraire admettre que les taux de mortalité pour chaque âge soient les mêmes dans les différents pays et, en les appliquant aux nombres respectifs des morts que l'on a observés, calculer la population des différents pays et les respectifs taux de mortalité, dont les différences dépendraient des différences entre les listes mortuaires.

En comparant, d'ailleurs, les taux de mortalité calculés par la méthode B' avec les taux de mortalité effectifs pour les pays respectifs (Méthode D'), on mettrait en lumière les divergences provenant des différences entre la liste mortuaire type et la liste mortuaire observée; tandis qu'en comparant les taux de mortalité calculés par la méthode A' avec les taux de mortalité effectifs des pays respectifs (Méthode C'), on mettrait en lumière les divergences provenant des différences entre les taux de mortalité type pour chaque âge et les taux de mortalité observés.

La méthode D' a été déjà envisagée (1); cette méthode et la méthode B' sont même les seules applicables lorsque les statistiques ne donnent pas pour les différents a la composition par âge de la population (q_{ab}), ni les taux de mortalité pour chaque âge âge (p_{ab}), tandis qu'elles donnent les nombres des morts pour chaque âge (r_{ab}). C'est parfois le cas lorsque les a représentent des classes sociales ou professionnelles.

Dans l'application 2 que nous envisageons maintenant, ainsi que dans les applications 3, 4, 24-28, on peut trouver une raison de préférence pour les méthodes A, B, C, D, en comparaison des méthodes A' B' C' D' dans la considération que les q_{ab} sont préexistants aux r_{ab}, et, par conséquent, qu'il est plus naturel de considérer les q_{ab}, plutôt que les r_{ab}, comme des circonstances qui ont de l'influence sur R_a. C'est aussi le cas pour l'application 1, lorsque les q_{ab} indiquent des quantités préexistantes à la formation des prix, ainsi qu'il arrive lorsqu'il s'agit de construire des nombres indices

---

(1) H. Westergaard. *Die Lehre* etc. 1882, pages 28-29; L. v. Borktkewisch l'a appelée *Methode der erwartungsmässig Lebenden*. Cfr. *Mittlere Lebensdauer*, cité, pages 48-49 et *Ueber die Methode der «standard population*, cité, pag. 427.

de la valeur de la richesse privée ou nationale. Mais ce n'est plus le cas lorsque les q_{ab} et les p_{ab} (et par conséquent les r_{ab}) sont interdépendants ainsi qu'il arrive dans les nombres indices du coût de la vie, de la valeur des revenus, des consommations, des biens échangés.

Une variation du coût moyen des marchandises consommées, par exemple, peut être décomposée dans une variation des quantités consommées et dans une variation de leurs prix; mais elle peut être aussi décomposée dans une variation de la dépense pour les différentes catégories de consommation et dans une variation du pouvoir d'achat de l'unité monétaire pour chaque catégorie. Je ne saurais pas indiquer une raison pour donner dans tous les cas la préférence à l'une plutôt qu'à l'autre décomposition: on doit donner la préférence à la première ou à la deuxième selon que l'on a raison de penser que ce sont les quantités à acheter qui règlent la dépense ou plutôt la dépense qui règle les quantités achetées. Nous reviendrons ensuite sur ce point (cfr page 151). Pour ce qui concerne les autres applications, les r_{ab}, les p_{ab} et les q_{ab} sont des phénomènes coexistants et soustraits à la volonté humaine: je ne saurais trouver dans des considérations de ce genre une raison pour préférer les méthodes A, B, C, D aux méthodes A' B' C' D'.

19. — Il est à remarquer que les formules auxquelles conduisent les méthodes $A,'$ $B,'$ $C,'$ $D,'$ ne sont pas du tout identiques aux formules auxquelles on parvient avec les méthodes A, B, C, D.

Voici les formules pour les huit méthodes dans le cas de nombres indices à type mobile précédent et à bases enchaînées, en supposant qu'il y ait seulement deux valeurs de a à comparer ($n=2$).

Méthode

$$A = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}} = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{1b} \dfrac{p_{1b}}{p_{2b}}}$$

$$B = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}} \cdot \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{2b}} = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{2b} \dfrac{p_{2b}}{p_{1b}}} \; \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}} \; \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{2b}}$$

$$C = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{1b}} \cdot \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{2b}} = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{1b} \dfrac{p_{1b}}{p_{2b}}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{1b}} \; \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}} \; \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{2b}}$$

$$D = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{2b}} = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{2b} \dfrac{p_{2b}}{p_{1b}}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{2b}}$$

Méthode

$$A' = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} t_{1b}\, r_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} t_{2b}\, r_{1b}} = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{1b} \dfrac{p_{1b}}{p_{2b}}}$$

$$B' = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} t_{1b}\, r_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} t_{1b}\, r_{2b}} \cdot \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} r_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} r_{1b}} = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{2b} \dfrac{p_{2b}}{p_{1b}}} \; \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}} \; \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{2b}}$$

$$C' = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} t_{2b}\, r_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} t_{2b}\, r_{2b}} \; \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} r_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} r_{1b}} = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} q_{1b} \dfrac{p_{1b}}{p_{2b}}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{1b}} \; \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}} \; \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{1b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{2b}}$$

$$D' = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} t_{1b}\, r_{2b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} t_{2b}\, r_{2b}} = \frac{100 \sum\limits_{b=1}^{s} q_{2b} \dfrac{p_{2b}}{p_{1b}}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{2b}}$$

Les formules pour les méthodes A', B', C', D' sont différentes de celles pour les méthodes A, B, C, D. Si on met les formules sous la forme indiquée à droite, on voit clairement à quoi la différence peut être réduite. Dans les méthodes A', C', ainsi que dans les A, C, on prend une moyenne pondérée des rapports $\frac{p_{1b}}{p_{2b}}$, mais dans les formules A et C on donne à chaque rapport un poids $p_{2b}\, q_{1b}$, tandis que dans les formules A', C' on lui donne un poids q_{1b}. De même dans les méthodes B', D', ainsi que dans les B, D on prend une moyenne pondérée des rapports $\frac{p_{2b}}{p_{1b}}$, mais dans les formules B et D, on donne à chaque rapport un poids $p_{1b}\, q_{2b}$, tandis que dans les formules B' et D' on lui donne un poids q_{2b}.

30. — Les résultats des méthodes A et C coïncideraient avec ceux des méthodes A' et C' dans le cas spécial où il y aurait indépendance entre les $\frac{p_{1b}}{p_{2b}}$ et les q_{1b}, d'une part, et entre les $\frac{p_{1b}}{p_{2b}}$ et les

$p_{2b}\, q_{1b}$ d'autre part. Et, de même, les résultats des méthodes B et D coïncideraient avec ceux des méthodes B' et D' dans le cas spécial où il y aurait indépendance entre les $\dfrac{p_{2b}}{p_{1b}}$ et les q_{2b} d' une part, et entre les $\dfrac{p_{2b}}{p_{1b}}$ et les $p_{1b}\, q_{2b}$ d'autre part.

Si ce cas spécial ne se vérifie pas, les résultats des méthodes A, B, C, D diffèrent de ceux des méthodes A', B', C', D'; mais il est à remarquer qu'ils ne diffèrent pas dans le même sens. Par exemple, s'il y a une relation négative plus faible ou une relation positive plus forte des $\dfrac{p_{1b}}{p_{2b}}$ avec les q_{1b} qu'avec les $p_{2b}\, q_{1b}$ on aura $C < C'$, mais $A > A'$.

De même, s'il y a une relation négative plus faible ou une relation positive plus forte des $\dfrac{p_{2b}}{p_{1b}}$ avec les q_{2b} qu'avec les $p_{1b}\, q_{2b}$, on aura $D < D'$, mais $B > B'$.

Encore, on ne peut pas exclure que, lorsqu' il y a une relation négative plus faible ou une relation positive plus forte des $\dfrac{p_{2b}}{p_{1b}}$ avec les q_{2b} qu'avec les $p_{1b}\, q_{2b}$, il y ait aussi une relation négative plus faible ou une relation positive plus forte des $\dfrac{p_{1b}}{p_{2b}}$ avec les q_{1b} qu'avec les $p_{2b}\, q_{1b}$; au contraire cela paraît vraisemblable. On peut donc regarder comme probable que, lorsqu'on n'est pas dans le cas spécial d'indépendance, l'on ait $A > A'$ pour $D < D'$ et $B > B'$ pour $C < C'$.

Des considérations du même genre peuvent être faites pour le cas du procédé du type fixe. Les formules suivantes permettent de saisir, pour ce cas, les relations entre les résultats des différentes méthodes.

Méthode

$$A = 100\, \frac{\sum_{b=1}^{s} \dfrac{p_{kb}}{p_{1b}}\, p_{1b}\, q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{kb}} : \frac{\sum_{b=1}^{s} \dfrac{p_{kb}}{p_{2b}}\, p_{2b}\, q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{kb}}$$

$$B = 100\, \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}}\; \frac{\sum_{b=1}^{s} q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}}\; \frac{\sum_{b=1}^{s} \dfrac{p_{1b}}{p_{kb}}\, p_{kb}\, q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{kb}\, q_{1b}} : \frac{\sum_{b=1}^{s} \dfrac{p_{2b}}{p_{kb}}\, p_{kb}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{kb}\, q_{2b}}$$

$$C = 100 \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{kb}\, q_{kb}} \; \frac{\sum_{b=1}^{s} q_{k}}{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}} \; \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{kb}}{p_{2b}}\, p_{2b}\, q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{kb}}$$

$$D = 100 \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{2b}}{p_{kb}}\, p_{kb}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{kb}\, q_{2b}}$$

Méthode

$$A' = 100 \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{kq}}{p_{1b}}\, q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} q_{kb}} : \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{kb}}{p_{2b}}\, q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} q_{kb}}$$

$$B' = 100 \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}} \; \frac{\sum_{b=1}^{s} q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}} \; \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{1b}}{p_{kb}}\, q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{1b}} : \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{2b}}{p_{kb}}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}}$$

$$C' = 100 \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{kb}\, q_{kb}} \; \frac{\sum_{b=1}^{s} q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}} \; \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{kb}}{p_{2b}}\, q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} q_{kb}}$$

$$D' = 100 \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{2b}}{p_{kb}}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}}$$

Les trois dernières applications mentionnées (30, 31, 32) méritent une considération spéciale à un autre point de vue. Nous avons vu que dans ces applications les différentes modalités des b ne sont que les différentes intensités unitaires des q'_{ab}; par exemple, si b est le montant unitaire des successions, q'_{ab} est le montant total de toutes les successions de montant b; si b est la longueur de la tête, q'_{ab} est la somme des longueurs de toutes les têtes avec une certaine longueur b. Si, dans la recherche, on décompose les variations des R'_{a}, non plus dans les influences des p'_{ab} et des q'_{ab}, mais au contraire des t_{ab} et des r_{ab}, il est naturel que les modalités de b représentent les différentes intensités unitaires des r_{ab}.

Dans le § 17 nous avons considéré l'indice céphalique moyen comme la moyenne pondérée des produits de deux quantités: 1) somme des longueurs des têtes des personnes ayant une longueur de la tête $= b$ et 2) rapport $\frac{\text{largeur}}{\text{longueur}}$ pour les mêmes catégories des personnes; et nous avons recherché ce que devenait l'indice céphalique des femmes si la longueur de leurs têtes était la même que celle des hommes. Maintenant nous venons de remarquer que l'indice céphalique moyen peut être également considéré comme la moyenne pondérée des produits de deux autres quantités: 1) somme des largeurs des têtes des personnes ayant une largeur de la tête $= b$ et 2) rapport $\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$ pour les mêmes catégories de personnes. La question symétrique sera de rechercher ce que devient l'indice céphalique des femmes si la largeur de leurs têtes est supposée être la même que celle des hommes. Les grandeurs qui entrent dans le calcul sont alors les suivantes:

	$R'_a = \frac{\sum_{b=1}^{s} r_{ab}}{\sum_{b=1}^{s} t_{ab} r_{ab}}$	a	b'	t_{ab}	r_{ab}
30	Taux moyen de l'impôt	pays	montant unitaire de l'impôt	rapport de la matière imposable à l'impôt b' en a	montant total des impôts dans la catégorie à impôt b'
31	Indice céphalique moyen	sexe taille	largeur de la tête	rapport de la longueur à la largeur de la tête pour les têtes de largeur b'	sommes des largeurs des têtes de a ayant une largeur b'.
32	Rapport moyen de la circonférence de la tête à la taille	sexe	circonférence de la tête	rapport de la taille à la circonférence de la tête dans les têtes à circonférence b'	sommes des circonférences des têtes de sexe a ayant une circonférence b'.

Or on doit faire ici une observation importante: l'impôt augmente, ou tout au moins ne diminue pas, lorsque le montant de la matière imposable augmente. Il y a *cograduation parfaite* entre b et b' dans ce cas (1). Ce n'est pas la même chose dans les applications 31 et 32. Lorsque la largeur de la tête augmente, sa longueur augmente dans la moyenne des cas, mais pas dans tous

(1) Pour le concept de *cograduation*, cfr. notre mémoire *Delle relazioni tra le intensità cograduate di due caratteri*, « Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti », Anno accademico 1916-1917, Tomo LXXVI, Parte seconda.

les cas. De même, lorsque la circonférence de la tête augmente, la taille augmente dans la moyenne des cas, mais pas dans tous les cas. La cograduation n'est pas parfaite : il se produit alors le phénomène que l'on appelle *régression.*

Si par $p'_{ab} = \frac{\overline{b'}}{b} = \frac{\overline{r}_{ab}}{q'_{ab}}$ on indique le taux de l'impôt pour les successions d'un montant unitaire b, avec $\overline{b'}$ l'impôt moyen payé par ces successions, avec $t_{ab} = \frac{\overline{b}}{b'} = \frac{\overline{q'}_{ab}}{r_{ab}}$ le rapport à l'impôt b' de la succession moyenne $\overline{b}$ payant un impôt b', on aura, pour $b' = \overline{b'}$, $b = \overline{b}$ et par conséquent $p'_{ab} = \frac{1}{t_{ab}}$.

C'est ce que l'on a admis dans les formules des méthodes A', B', C', D'. Mais, s'il y a régression, les choses changent. Si par $p'_{ab} = \frac{\overline{b'}}{b} = \frac{\overline{r}_{ab}}{q'_{ab}}$ on indique le rapport entre la longueur des têtes d'une longueur b et la largeur moyenne $\overline{b'}$ des mêmes têtes, et par $t_{ab} = \frac{\overline{b}}{b'} = \frac{q'_{ab}}{r_{ab}}$ on indique le rapport entre la largeur des têtes d'une largeur b' et la longueur moyenne $\overline{b}$ des mêmes têtes, on ne trouve pas, pour $b' = \overline{b'}$, $\overline{b} = b$ et par conséquent $p'_{ab} = \frac{1}{t_{ab}}$; mais on trouve généralement, pour $b' = \overline{b'}$, $\overline{b} \lessgtr b$ et par conséquent $p'_{ab} \lessgtr \frac{1}{t_{ab}}$ selon que b et b' sont supérieurs ou bien inférieurs aux moyennes respectives $\frac{\sum_{b=1}^{s} q'_{ab}}{\sum_{b=1}^{s} q_{ab}}$, $\frac{\sum_{b=1}^{s} r_{ab}}{\sum_{b=1}^{s} \frac{r_{ab}}{b'}}$.

Par exemple, la largeur moyenne des crânes des mâles considérés par JOHANNSEN est 13.54 ; la longueur moyenne correspondant à cette largeur est 18.42. À la longueur 19.25 > 18.42 correspond une largeur moyenne de 13.76, avec un indice céphalique $p'_{ab} = 71.46$. À la largeur 13.76 des mêmes crânes, ne correspond pas une longueur moyenne = 19.25, mais seulement = 18.55, avec un indice céphalique $\frac{1}{t_{ab}} = 74.14$, sensiblement supérieur à 71.46. Par contre, la largeur moyenne correspondant à la longueur 16.25 < 18.42 est 12.75, avec un indice $p'_{ab} = 78.46$, et la longueur moyenne correspondant à la largeur 12.75 est 18.18, avec un indice $\frac{1}{t_{ab}} = 70.13$, bien inférieur à 78.46.

Nous verrons dans la suite les conséquences de faits sur lesquels nous venons d'attirer l'attention.

21. — Il est à remarquer que, quoique la plupart des problèmes relatifs aux méthodes d'élimination qui se posent pour les p_{ab} se posent aussi pour les q_{ab}, toutefois la nature des deux séries des valeurs est différente et on ne peut pas dire absolument que les méthodes soient tout à fait symétriques en p_{ab} et q_{ab}. La différénce provient du fait que les q_{ab} expriment des nombres ou des montants, tandis que les p_{ab} expriment des moyennes ou des rapports. En tant que les q_{ab} sont exprimés en unités de mesure comparables, on peut par conséquent les additioner et leur somme a une signification matérielle bien déterminée; tandis que la somme des p_{ab} n'aurait pas une signification analogue. Une première conséquence de cette différence est que, tandis que l'on a souvent à considérer les rapports $\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ab}\, q_{ab}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{ab}}$, il n'y a jamais lieu à considérer les rapports $\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ab}\, q_{ab}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ab}}$. Nous verrons par la suite (cfr. page 114 et suivantes) d'autres conséquences de cette absence de symétrie (1).

22. — Par contre il n'y a aucune raison à demander aux méthodes d'élimination qu'une des deux circonstances dont on tâcherait de mettre en lumière l'influence ait un caractère général et l'autre un caractère spécial aux différents a. On a dit que cette condition se réalisait dans les nombres indices des prix et ne se réalisait pas dans les nombres indices de la mortalité, auxquels par conséquent l'application des méthodes d'élimination aurait été

(1) Le prof. FISHER est donc mal placé en demandant à la formule idéale des nombres indices des prix d'être symétrique en p_{ab} et q_{ab}. Voir, à ce sujet, page 104, note 2.

moins autorisée (1). Pour ce qui concerne les prix, cette conception provient probablement de l'idée qu'il y a une puissance générale d'achat de la monnaie, ou un niveau général des prix, indépendants des prix particuliers; ce qui n'est pas, ainsi que nous l'avons déjà observé (cfr. page 15 et suivantes). C'est précisément dans ce domaine, d'ailleurs, ainsi que nous l'avons vu en commençant, que bien souvent il s'agit d'éliminer, non l'influence des quantités, mais celle des prix. En tout cas, je ne vois pas pourquoi on ne pourrait pas parler d'un niveau général de la mortalité, en relation aux âges, ainsi que l'on parle d'un niveau général des prix, en relation aux marchandises.

On a dit que le «lieu» a une grande influence sur la mortalité; c'est vrai; il en a aussi une assez grande sur les prix; et; comme le lieu, bien d'autres circonstances, en outre des q_{ab}, ont de l'influence, dans chacune des applications envisagées sur les R_a, mais il ne s'agit pas d'éliminer toutes les influences, mais seulement d'en éliminer une, ou quelques unes, qui ont intérêt pour la recherche.

Cela nous donne l'occasion de faire quelques observations qui touchent à la nature même des méthodes d'élimination. J'ai vraiment l'impression qu'elles soient assez naturelles et je dirai tout de suite que d'abord il ne m'avait pas paru nécessaire de les faire, mais, après avoir lu les longues discussions que la méthode de la population type a provoquées, surtout parmi les membres de l'Inst. Int. de Statistique, j'ai trouvé qu'il n'était pas inutile d'ajouter quelques mots à ce sujet.

Les grandeurs R_a, ainsi que toutes celles qui mesurent des phénomènes collectifs, sont sous l'influence d'une quantité de circonstances. Par exemple, l'indice céphalique d'une personne dépend de la longueur de sa tête, de sa taille, de sa race, de l'indice céphalique du père, de celui de la mère, etc. Le poids du nouveau-né varie avec l'ordre de génération, avec l'âge de la mère, avec le sexe, avec le poids du père, avec le poids de la mère, avec la durée de la gestation, etc. Le niveau des prix dépend des quantités des marchandises, du caractère urbain ou rural de l'endroit, de la distance des centres de production, etc. Le taux de la mortalité générale dépend analoguement de la composition de la population par âge, par sexe, par état civil, par profession, par classe sociale, par résidence en ville ou à la campagne etc.

---

(1) L. V. Bortkiewicz, *Ueber die Methode der « standard population »*, cité, pages 425-426.

Pour certaines recherches, on peut avoir intérêt à éliminer l'influence de telle ou telle autre circonstance et à considérer exclusivement l'influence des autres. On peut avoir intérêt à en éliminer une seulement (par exemple âge) ou bien deux (âge et sexe) ou bien plusieurs (âge, sexe, état civil, profession). On ne peut pas dire que l'élimination d'un plus grand nombre de circonstances soit, en soi, une opération plus parfaite que l'élimination d'un nombre plus petit ou d'une circonstance seule. Tout cela dépend de la recherche et de son but. Il y a des recherches dans lesquelles on ne doit éliminer aucune circonstance et l'application des méthodes d'élimination ne serait pas justifiée. C'est le cas, par exemple, lorsque les taux de mortalité et de natalité doivent servir à juger de la rapidité d'accroissement de la population.

On ne doit donc pas dire que l'on élimine l'influence d'une ou de quelques circonstances, car on ne peut pas en éliminer davantage (1): sans doute il y a des cas où il serait désirable, en vue du but de la recherche, d'éliminer un nombre de circonstances plus grand qu'il n'est possible de le faire, mais, par contre, en d'autres cas on peut avoir intérêt a ne pas éliminer toutes les influences qu'il serait possible d'éliminer, puisqu'il s'agit précisément de mettre en lumière l'importance de ces influences.

Et le fait qu'en éliminant plusieurs circonstances, on peut obtenir des valeurs plus près des valeurs observées de R_a qu'en éliminant une circonstance seulement (ainsi qu'il arrive pour les taux de mortalité après avoir éliminé l'âge, le sexe et l'état civil en comparaison des résultats obtenus en éliminant seulement l'âge ou l'âge et le sexe) ne prouve pas que l'élimination d'un nombre moindre de circonstances puisse être nuisible et conduire à des résultats contraires à la vérité (2).

---

(1) Cfr., en ce sens, Körösi, *Ueber die Berechnung eines internationalen Sterblichkeitsmasses*, cité, Tome VIII, note à page 144, et le même Körösi et Bodio dans la discussion qui suivit le rapport de M. Sundbaerg. Tome XII, pages 98 et 99.

(2) Telle paraît être l'opinion de Sundbaerg : « Ainsi le taux général de la mortalité (nombre annuel des décès par mille personnes de la population totale) est, généralement, l'expression correcte de l'intensité de la mortalité » (Tome XII, page 94). « On a dit qu'il existe, indubitablement, des différences très importantes entre les taux de la mortalité effectifs et les taux normalisés. Je le sais bien, mais la cause en est que l'on a normalisé là les taux seulement d'après l'âge ; ce que veut dire ma théorie, c'est justement que, pour une neutralisation, il faut normaliser les taux comme j'ai fait ici, d'après l'âge, d'après le sexe et d'après l'état civil. C'est l'influence de ces trois facteurs qui se neutralise» (*Ibidem*, page 96).

Dans cet exemple, l'âge et le sexe sont des caractères naturels dans le sens qu'il se soustraient à l'influence humaine, tandis que l'état civil est la conséquence d'un acte volontaire : on peut précisément avoir en vue d'éliminer, pour certaines recherches, l'influence des caractères naturels, pour mettre en lumière l'influence des caractères volontaires, tandis que, en d'autres recherches, ce sont les caractères volontaires ceux dont on a intérêt à éliminer les effets pour dégager l'influence des facteurs naturels.

Il n'y a donc non plus aucune raison de dire qu'en éliminant des R_a l'influence des q_{ab}, par exemple en éliminant des taux de mortalité l'influence de la composition par âge, ou bien par âge et par sexe, on lui, ou on leur, reconnaisse une position de privilège (1) ; on reconnaît seulement que, pour certaines recherches, il peut être utile d'éliminer ces influences et de connaître quelle serait la mortalité à parité de distribution des âges et des sexes : il n'y a pas de privilège ; c'est seulement que l'on peut avoir raison de préférence à cette élimination en vue des recherches qui sont les plus communes parmi les statisticiens.

Les influences que l'on élimine sont de nature quantitative (différences dans la composition selon un ou plusieurs caractères exprimées par les différences des q_{ab}), mais il n'est pas dit que les autres, dont on met en lumière la portée, soient des caractères qualitatifs (2) ; à un point de vue formel, l'influence de ces dernières circonstances est représentée par les différences des p_{ab} ; elle est donc exprimée elle aussi par des quantités ; nous pouvons d'ailleurs éliminer précisément l'influence des différences entre les p_{ab} et mettre en lumière l'influence des différences entre les q_{ab}.

On ne peut non plus parler d'une vraie valeur de R_a que l'on déterminerait (3) après avoir éliminé des différences illusoires (4).

---

(1) Cfr., en ce sens, v. Bortkewitsch, *Die mittlere Lebensdauer*, cité pages 51-52. Voir aussi la réponse de Körösi dans l'article cité à la page précédente, note à page 143.

(2) Cfr., en ce sens, Körösi, *Mortalitäts-Coefficient und Mortalitäts-Index*, cité, Tome VI, pages *g* et *j*.

(3) L. v. Bortkiewicz *(Ueber die Methode der « standard population »* cité. Tome XIV, page 431) parle de la « wahren Masse der Sterblichkeit » que l'on voudrait trouver en éliminant l'influence de la composition de la population.

(4) Sundbaerg dit que « quand on normalise les taux d'après l'âge, d'après le sexe et d'après l'état civil, le but en est d'éliminer des différences illusoires (ou que l'on croit illusoires) ; quand on normalise d'après les classes sociales etc. on a pour but d'étudier les différences réelles ». (Procès verbal cité, Tome XII), page 96. L. v. Bortkiewicz approuve *(Ueber die Methode* etc. cité, Tome XIV, pages 431-432)

On peut dire seulement que la valeur de R_α, que l'on vise, est celle qui a le vrai intérêt pour la recherche et que, non en général, mais pour celle-ci, on aurait tort de considérer les différences que l'on élimine.

On a raison de parler, non toutefois en général, mais seulement en vue du but de la recherche, de circonstances hétérogènes ou perturbatrices (1).

Et il n'est pas même dit que l'on doive éliminer les circonstances les plus importantes, c'est-à-dire celles dont l'élimination fait varier davantage les R_α (2); il est évident que l'élimination d'une circonstance reconnue sans influence sur les R_α serait inutile; mais il n'est pas dit qu'il soit plus important pour une recherche d'éliminer une circonstance qui fait varier les R_α plus qu'une autre; par exemple, dans la comparaison entre les poids moyens des nouveaux-nés des différentes classes sociales, il peut être plus important d'éliminer l'influence de l'ordre de génération, qui peut donner pour les classes basses des poids supérieurs, que l'influence de la taille des parents, même si celle-ci était plus forte, puisque, si la taille est plus petite dans les classes basses, cela dépend en grande partie de ces différences dans le milieu social dont on peut avoir en vue d'examiner les effets. Il faut dire d'ailleurs que parfois le résultat important de l'application de la méthode d'élimination est précisément d'avoir démontré que la circonstance n'a pas d'importance du tout sur le R_α, ainsi que c'a été le cas pour l'âge de la mère sur le poids moyen du nouvau-né.

La thèse contraire a été aussi soutenue dans d'autres domaines: c'est-à-dire que les nombres indices complexes ont le but d'éliminer les influences négligeables pour ne laisser apparaître que les plus importantes (3). Elle n'est pas plus fondée que la

---

(1) « Cette application ne représente en somme autre chose que l'élimination d'un effet qui est dû à une cause hétérogène, une cause perturbatrice pour reconnaître l'effet isolé de la cause envisagée » v. Körösy Tome XI, page 173.

(2) « ... comme la quantité des causes est infinie, nous devons tenir compte en premier lieu des causes les plus importantes, comme l'âge, dont la mortalité est une fonction directe; elle change avec le changement de l'âge; mais pas autant avec le changement de profession ou de confession ». v. Körösy. Tome XII, page 98.

(3) C'est là l'idée de L. March pour ce qui concerne les indices économiques complexes. On la trouve déjà dans ses articles et rapports précédents et elle est formulée clairement dans le dernier article publié dans cette

précédente, à moins que par « influences négligeables » et par « influences importantes » on n'entende les influences que l'on veut négliger et respectivement lès influences auxquelles on attribue plus d'importance en vue du but de la recherche.

Une thèse différente et bien fondée est que, plus les influences que l' ont veut éliminer sont considérables, plus fortes sont les erreurs auxquelles les indices sont exposés, si on ne fait entrer dans les calculs qu'une partie des b, ainsi qu'il arrive ordinairement pour les nombres indices des prix (1). C'est là une question à traiter plus loin, lorsque nous examinerons les limitations des données dont on dispose ur construire les indices (cfr. pages 130-134).

---

revue (page 340). Cette idée est probablement liée à l'autre idée, que nous avons déjà examinée, que les différences entre les variations des différents prix soient à attribuer à des erreurs accidentelles.

Au point de vue des faits il ne paraît pas d'ailleurs que, dans le domaine des prix, on puisse appeler négligeables les variations des prix individuels que l'indice vise à éliminer. On n'a qu'à examiner à ce propos les exemples numériques fournis par MITCHELL et FISHER. FISHER considère les prix de 36 marchandises de 1913 à 1918 ; le nombre indice des prix accuse dans les 6 années une augmentation de 78 %; l'augmentation la plus forte a atteint le 182 %; il y a eu par contre des diminutions, pour d'autres marchandises dont la plus remarquable est de 32 % (cfr. pages 11 et 512); le champ de variation est donc de $(182-78)+(78+32)=214$, c'est-à-dire presque du 300 % de l'augmentation moyenne mesurée par le nombre indice. Les données de MITCHELL (cfr. page 14) sont encore plus significatives : cet auteur a mesuré, pour chacune des années 1891-1918, la médiane et les déciles des variations des prix individuels. Le champ de variation le plus restreint se rencontre en 1892 et pourtant il n'atteint pas moins de 69 points (augmentation maxima 28 %; diminution maxima 41 %), tandis que la variation médiane était de -3.1 %; le champ de variation atteignait donc plus que le .2300 % de la variation médiane ; le plus étendu est celui de 1915 avec une extension de 233 points (augmentation maxima 173 %, diminution maxima 60 %) tandis que la variation médiane est $=\pm 0$: dans ce cas le champ de variation est infininement plus étendu que la variation médiane.

Je crois qu'en face de ces données on ne peut pas nier que les influences qui font varier les prix individuels, loin d'être négligeables, ont une importance énorme en comparaison des variations moyennes mises en lumière par les nombres indices.

Le champ de variation naturellement augmente en prenant une base plus arriérée, ainsi que MITCHELL le fait remarquer (pages 21-22) : le champ de variation, pour les variations des prix individuels des 241 marchandises côtées en 1913 par le « Bureau of Labor Statistics » des Etats Unis de la période base 1890-1899 à l'année 1913, lui résulte de 287 points (augmentation maxima 235 %, diminution maxima 52 %); l'erreur probable respective est 4 fois plus grande que si l'on mesure les variations des prix de l'année précédente 1912.

(1) Cfr., pour cette thèse, MITCHELL, *The Making and Using* etc., pages 21-22.

Les limites de la compétence des méthodes d'élimination dans la construction des nombres indices.

23. — Passons maintenant à l'examen du domaine de compétence des méthodes exposées.

On peut déconseiller l'emploi d'une méthode pour deux raisons: ou parce qu'il y en a de plus simples, ou parce qu'elle ne conduit pas à des résultats satisfaisants. La laboriosité des calculs peut aussi entrer en ligne de compte.

Il n'est pas nécessaire d'avoir recours aux méthodes d'élimination, lorsqu'on peut en établir une parmi les séries suivantes de relations

$$p_{1b} = p_{2b} = p_{3b} = \ldots\ldots\ldots = p_{nb} \qquad (1)$$
$$q_{1b} = q_{2b} = q_{3b} = \ldots\ldots\ldots = q_{nb} \qquad (2)$$
$$k_1\, p_{1b} = k_2\, p_{2b} = k_3\, p_{3b} = \ldots\ldots\ldots = k_n\, p_{nb} \qquad (3)$$
$$h_1\, q_{1b} = h_2\, q_{2b} = h_3\, q_{3b} = \ldots\ldots\ldots = h_n\, q_{nb} \qquad (4)$$

où $k_1, k_2 \ldots\ldots\ldots k_n$; $h_1, h_2, \ldots\ldots\ldots h_n$ sont des coefficients qui demeurent constants pour tous les b.

a) Si en effet les (1) et les (2) se réalisent en même temps, la valeur de R_a est identique pour tous les a et il n'y a aucune influence des p_{ab} et des q_{ab} sur R_a.

b) Si les (1) se réalisent, mais non les (2), les variations dans la valeur de R_a selon les a doivent être attribuées entièrement à l'influence des différences de composition, les différences entre les coefficients $p_{1b}, p_{2b}, \ldots\ldots\ldots p_{nb}$ étant nulles.

c) Si, au contraire, les (2) se réalisent, mais non les (1), les variations dans la valeur de R_a selon les a doivent être attribuées entièrement à l'influence des différences entre les coefficients p_{1b}, $p_{2b}, \ldots\ldots\ldots p_{nb}$, les différences dans la composition étant nulles.

d) Si les (3) et les (4) se réalisent en même temps, il suffit de diviser les différentes valeurs $R_1, R_2 \ldots\ldots\ldots R_n$ de R_a pour les respectifs produits $k_1\, h_1, k_2\, h_2, \ldots\ldots\ldots k_n\, h_n$, et l'on rentre dans le cas *a*).

e) Si les (3) se réalisent, mais non les (4), il suffit de diviser les différentes valeurs $R_1, R_2 \ldots\ldots\ldots R_n$ de R_a pour les coefficients respectifs $k_1, k_2 \ldots\ldots\ldots k_a$, et l'on rentre dans le cas *b*).

f) Si les (4) se réalisent, mais non les (3), il suffit de diviser les différentes valeurs $R_1, R_2, \ldots\ldots\ldots R_n$ de R_a pour les coefficients respectifs $h_1, h_2 \ldots\ldots\ldots h_n$, et l'on rentre dans le cas *c*).

Dans l'hypothèse *a*) il n'y a donc aucune influence des p_{ab}, q_{ab}; dans les hypothèses *b*) et *c*) il y a une influence des p_{ab} et des q_{ab}, mais elle se manifeste déjà clairement dans les données et il n'y a aucune élimination à faire; dans les hypothèses *d*), *e*), *f*) il y a une influence des p_{ab} ou des q_{ab}, ou de tous les deux, à éliminer, mais on peut l'éliminer par une méthode plus simple que les méthodes A, B, C, D.

Mêmes considérations pour les r_{ab} et les t_{ab} au sujet des méthodes A', B', C', D'.

24. — Il n'est pas non plus nécessaire d'avoir recours aux méthodes A, B, C, D lorsque les diverses valeurs des p_{ab} et des q_{ab} que l'on obtient pour un même a et pour les différents b sont indépendantes entre elles et avec les valeurs type Q_{tb}, et respectivement P_{tb}.

Pour qu'il n'y ait pas besoin d'avoir recours à la méthode A il suffit qu'il y ait indépendance entre les s valeurs de p_{ab} et les valeurs type respectives Q_{tb}. En effet dans ce cas (1) on aura

$$\sum_{b=1}^{s} p_{ab} Q_{tb} = \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} p_{ab} \sum_{b=1}^{s} Q_{tb}$$

et le rapport entre deux termes de la succession:

$$\sum_{b=1}^{s} p_{1b} Q_{tb} \qquad \sum_{b=1}^{s} p_{2b} Q_{tb} \ \ldots . \ \sum_{b=1}^{s} p_{nb} Q_{tb}$$

équivaudra au rapport entre les termes respectifs de la succession:

$$\sum_{b=1}^{s} p_{1b} \qquad \sum_{b=1}^{s} p_{2b} \ \ldots . \ \sum_{b=1}^{s} p_{nb}$$

---

(1) En faisant $\varepsilon_{ab} = p_{ab} - \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} p_{ab}$, $\lambda_{ab} = Q_{tb} - \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} Q_{tb}$, on peut écrire:

$$\sum_{b=1}^{s} p_{ab} Q_{tb} = \sum_{b=1}^{s} \left(\varepsilon_{ab} + \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} p_{ab}\right)\left(\lambda_{ab} + \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} Q_{tb}\right) =$$

$$= \sum_{b=1}^{s} \varepsilon_{ab} \lambda_{ab} + \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} \varepsilon_{ab} \sum_{b=1}^{s} Q_{tb} + \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} \lambda_{ab} \sum_{b=1}^{s} p_{ab} + \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} p_{ab} \sum_{b=1}^{s} Q_{tb}$$

et, en rappelant qu'il est toujours $\sum_{b=1}^{s} \varepsilon_{ab} = 0$, $\sum_{b=1}^{s} \lambda_{ab} = 0$ et que, si les p_{ab} et Q_{tb} sont indépendants, on doit s'attendre à avoir $\sum_{b=1}^{s} \varepsilon_{ab} \lambda_{ab} = 0$,

$$\sum_{b=1}^{s} p_{ab} Q_{tb} = \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} p_{ab} \sum_{b=1}^{s} Q_{tb}.$$

Comparer entre elles les valeurs de R_a équivaut dans ce cas à comparer entre elles les moyennes simples des coefficients p_{ab}.

De même, pour qu' il n'y ait pas besoin d' avoir recours à la méthode B, il suffit qu' il y ait indépendance entre les s valeurs de q_{ab} et les valeurs type respectives P_{tb}.

Pour qu'il n'y ait pas besoin d'avoir recours à la méthode D, il est nécessaire qu'il y ait indépendance entre les p_{ab} et les q_{ab} respectifs et, en même temps, entre les P_{tb} et les q_{ab} respectifs. En effet dans ce cas on aura $\sum_{b=1}^{s} p_{ab} q_{ab} = \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} p_{ab} \sum_{b=1}^{s} q_{ab}$, $\sum_{b=1}^{s} P_{tb} q_{ab} = \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} P_{tb} \sum_{b=1}^{s} q_{ab}$. Le rapport entre deux termes de la succession

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}\, q_{1b}} \quad \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}\, q_{2b}} \cdots\cdots \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{nb}\, q_{nb}}{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}\, q_{nb}}$$

équivaudra alors au rapport entre les termes respectifs de la succession

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}} \quad \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}} \cdots\cdots \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{nb}}{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}}$$

Comparer entre elles les valeurs effectives de R_a avec celles que l'on obtiendrait en adoptant les coefficients type équivaut dans ce cas à comparer les moyennes simples des coefficients p_{ab} avec les moyennes simples des coefficients type respectifs.

De même, pour qu'il n'y ait pas besoin d' avoir recours à la méthode C, il est nécessaire qu'il y ait indépendance entre les p_{ab} et les q_{ab} respectifs et en même temps entre les p_{ab} et les Q_{tb} respectifs.

Il est à remarquer que tout cela suppose que le nombre s des b soit suffisamment grand, car seulement dans ce cas on peut s'attendre à ce que la condition $\sum_{b=1}^{s} \varepsilon_{ab}\, \lambda_{ab} = 0$ (voir note à page 66), pour la méthode A, ou les conditions analogues pour les autres méthodes, soient suffisamment réalisées.

Dans la plupart des applications, on sait *à priori* que cette indépendance n'existe pas.

On ne peut au contraire exclure *à priori* qu'elle existe dans la construction des nombres indices des prix. La question mérite la plus grande attention, car, s'il y avait indépendance entre les p_{ab} et les Q_{tb} (ou entre les p_{ab} et les q_{ab}, ainsi qu'entre les P_{tb} et les q_{ab}) on aurait là la justification du procédé qui consiste à déduire les nombres indices des prix des rapports entre les moyennes simples des prix, lorsque les marchandises considérées sont suffisamment nombreuses. C'est là une question expérimentale, que l'on ne peut pas résoudre théoriquement. Il est à remarquer que, si l'on adopte pour les quantités de toutes les marchandises la même unité de mesure, c'est-à-dire de poids, on pourrait exclure que l'indépendance se réalise. En effet, si on ne peut pas dire que le prix d'une marchandise dépend uniquement de sa quantité (il dépend en effet aussi de la quantité dont on a besoin et de l'intensité des désirs qu'elle satisfait) il paraît pourtant que l'on peut affirmer que les marchandises les plus chères sont en général celles dont on produit et consomme et échange la moindre quantité. En adoptant pour toutes les marchandises la même unité de poids et en faisant la moyenne simple des prix — ainsi que l'on fait dans le nombre indice de Bradstreet — on doit donc s'attendre à une mauvaise mesure du niveau des prix.

L'habitude d'exprimer généralement en unités de mesure petites les marchandises à prix élevés et en unité de mesure grandes les marchandises à prix bas porte au contraire à un résultat dont on ne peut pas exclure *à priori* qu'il soit en accord avec l'indépendance des prix et des quantités. Il est inutile d'ajouter qu'il est bien possible que le résultat ne soit pas le même pour les nombres indices du coût de la vie ou des consommations et pour ceux des marchandises échangées, des valeurs des revenus et de la richesse nationale. Pour ces derniers, par exemple, ont une grande importance les catégories des biens immobiliers qui sont exprimées en unités de mesure telles que les prix et les quantités représentent tous les deux des grandeurs élevées.

Il est encore à remarquer que la condition pour qu'on ait

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}\, Q_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}\, Q_{tb}} = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}} \qquad \text{(I)}$$

(où i et l sont deux modalités quelconques de a) est beaucoup plus large que celle, envisagée ci-dessus, de l'indépendance entre les p_{ib} et Q_{tb} et les p_{lb} et Q_{tb}; et aussi la condition pour qu'on ait

$$\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{tb}\, q_{tb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{tb}\, q_{tb}} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{tb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} P_{tb}} \qquad \text{(II)}$$

est beaucoup plus large que celle, dont nous avons parlé, de l'indépendance entre les p_{tb} et q_{tb} et entre les P_{tb} et q_{tb}. L'indépendance est une condition suffisante, mais pas nécessaire.

Pour que l'égalité (I) se vérifie, il suffit qu'on ait:

$$\frac{r_{it}\, \varepsilon_i\, \lambda_t}{r_{lt}\, \varepsilon_l\, \lambda_t} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}}$$

où r_{it} est l'indice quadratique de relation (coefficient de corrélation de Bravais) entre les variations des p_{ib} et Q_{tb}; r_{lt} est l'indice quadratique de relation entre les variations des p_{lb} et Q_{tb}; ε_i, ε_l, λ_t sont respectivement les écarts quadratiques moyens des p_{ib}, p_{lb}, Q_{tb}. (1)

Les conditions pour que la (II) soit vérifiée sont analogues.

On aura

$$\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, Q_{tb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\, Q_{tb}} > \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}} \qquad \text{(III)}$$

a) lorsqu'il est $r_{it} > 0$, $r_{lt} < 0$

b) ou lorsque, étant $r_{it} > 0, r_{lt} > 0$, il est $\dfrac{r_{it}\, \varepsilon_i\, \lambda_t}{r_{lt}\, \varepsilon_l\, \lambda_t} > \dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}}$

c) ou lorsque, étant $r_{it} < 0, r_{lt} < 0$, il est $\dfrac{r_{it}\, \varepsilon_i\, \lambda_t}{r_{lt}\, \varepsilon_l\, \lambda_t} < \dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}}$

---

(1) En effet on trouve aisément

$$\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, Q_{tb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\, Q_{tb}} = \frac{\frac{1}{s}\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib} \sum\limits_{b=1}^{s} Q_{tb} + \sum\limits_{b=1}^{s} \varepsilon_{ib}\, \lambda_{tb}}{\frac{1}{s}\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb} \sum\limits_{b=1}^{s} Q_{tb} + \sum\limits_{b=1}^{s} \varepsilon_{lb}\, \lambda_{tb}} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib} + r_{it}\, \varepsilon_i\, \lambda_t \dfrac{s^2}{\sum\limits_{b=1}^{s} Q_{tb}}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb} + r_{lt}\, \varepsilon_t\, \lambda_t \dfrac{s^2}{\sum\limits_{b=1}^{s} Q_{tb}}}$$

Dans le cas des 36 marchandises considérées par le prof. FISHER (1), la (III) est réalisée pour toutes les années, soit que l'on adopte le procédé du type fixe (1913), soit que l'on adopte le procédé du type mobile précédent. Voici les nombres indices calculés en prenant la base fixe 1913:

		1914	*1915*	*1916*	*1917*	*1918*
$\dfrac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}\, Q_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}\, Q_{tb}}$	Type fixe (1913)	99,93	99,67	114,08	162,07	177,87
	Type mobile précédent	99,93	100,13	113,82	162,44	178,56
$\dfrac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}}$		95,88	96,29	107,70	114,90	172,76

On est dans le cas *c*) car on obtient toujours $r_{it} < 0$; $r_{lt} < 0$, soit que l'on adopte le procédé du type fixe ou bien celui du type mobile. Voici, pour les deux procédés, les valeurs de r_{it} et de r_{lt} (2). Le chiffre —0.18 inscrit sous la notation r_{it} et à droite de la notation $p_{14}\, q_{13}$ signifie que c'est la valeur de l'indice de relation r_{it} entre les p_{ib} de l'année 1914 et les q_{ib} de l'année 1913.

Procédé du type fixe, 1913				*Procédé du type mobile précédent*			
	r_{it}		r_{lt}		r_{it}		r_{lt}
$p_{14}q_{13}$	—0.18	$p_{13}q_{13}$	—0.19	$p_{14}q_{13}$	—0.18	$p_{13}q_{13}$	—0.19
$p_{15}q_{13}$	—0.15	$p_{14}q_{13}$	—0.18	$p_{15}q_{14}$	—0.20	$p_{14}q_{14}$	—0.18
$p_{16}q_{13}$	—0.22	$p_{15}q_{13}$	—0.15	$p_{16}q_{15}$	—0.21	$p_{15}q_{15}$	—0.20
$p_{17}q_{13}$	—0.18	$p_{16}q_{13}$	—0.22	$p_{17}q_{16}$	—0.22	$p_{16}q_{16}$	—0.20
$p_{18}q_{13}$	—0.22	$p_{17}q_{13}$	—0.18	$p_{18}q_{17}$	—0.21	$p_{17}q_{17}$	—0.21

Viceversa on aura

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}\, Q_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}\, Q_{tb}} < \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}} \qquad \text{(IV)}$$

A) lorsqu'il est $r_{it} < 0$, $r_{lt} < 0$

B) ou, lorsque, étant $r_{it} < 0$, $r_{lt} < 0$, il est $\dfrac{r_{it}\, \varepsilon_i\, \lambda_t}{r_{lt}\, \varepsilon_l\, \lambda_t} > \dfrac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}}$

(1) *The Making of Index Numbers*, cité, pages 503 et 507.
(2) Les calculs ont été faits par le Dr. B. DE SIMONE, assistant au Cabinet de Statistique de l'Université de Padoue.

C) ou, lorsque, étant $r_{it} > 0$, $r_{lt} > 0$, il est $\dfrac{r_{it}\,\varepsilon_i\,\lambda_t}{r_{lt}\,\varepsilon_l\,\lambda_t} < \dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}}$

Dans un article qui vient de paraître (1), le prof. HERSCH a calculé les valeurs de $\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,Q_{tb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\,Q_{tb}}$ et de $\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}}$ pour les prix de détail des consommations d'une «famille normale» suisse d'après les statistiques de l'Union des Sociétés Coopératives Suisses de Consommation. Il a adopté pour type fixe le budget attribué à une famille normale; pour base juin 1914. Les résultats donnés par HERSCH sont les suivants

	juin 1919	*juin 1923*
$\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,Q_{tb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{eb}\,Q_{tb}}$	261	169
$\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}}$	312	167

La (III) se réalise pour juin 1923. On est dans le cas c), car on a $r_{it} = -\ 0.2756$, $r_{lt} = -\ 0.2752$.

La (IV) se réalise pour juin 1919. On est dans le cas B), car on a $r_{it} = -\ 0.2746$, $r_{lt} = -\ 0.2752$ (1).

Il est à remarquer que, si les p_{ab}, q_{ab} sont indépendants, les t_{ab}, r_{ab} nécessairement ne le sont pas. Il faudrait en effet que l'on ait $\sum\limits_{b=1} t_{ab}\,r_{ab} = \dfrac{1}{s}\sum\limits_{b=1}^{s} t_{ab} \sum\limits_{b=1}^{s} r_{ab}$, c'est-à-dire $\sum\limits_{b=1}^{s} q_{ab} = \dfrac{1}{s}\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ab}\,q_{ab} \sum\limits_{b=1}^{s} \dfrac{1}{p_{ab}}$. Mais, si les p_{ab} et q_{ab} sont indépendants, l'on a $\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ab}\,q_{ab} = \dfrac{1}{s}\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ab} \sum\limits_{b=1}^{s} q_{ab}$.

---

(1) *Quelques considérations sur le calcul des index généraux des prix*, « Journal de Statistique et Revue économique suisse », fascicule I^er^, 1924 pages 61 et 62.

On devrait donc avoir $\sum_{b=1}^{s} q_{ab} = \frac{1}{s^2} \sum_{b=1}^{s} p_{ab} \sum_{b=1}^{s} q_{ab} \sum_{b=1}^{s} \frac{1}{p_{ab}}$ et, par conséquent, $\frac{s}{\sum_{b=1}^{s} \frac{1}{p_{ab}}} = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{ab}}{s}$; ce qui n'est pas possible, le premier nombre étant la moyenne harmonique et le deuxième la moyenne arithmétique (qui est toujours plus grande que la première) des mêmes quantités.

25. — Dans le numéro précédent nous avons indiqué la condition qui doit être réalisée pour que l'on puisse substituer aux résultats obtenus par les méthodes d'élimination le rapport entre les moyennes arithmétiques des coefficients. Il est facile de montrer aussi la condition qui doit être réalisée pour que l'on puisse substituer à ces résultats la moyenne arithmétique ou la moyenne harmonique des rapports entre les coefficients individuels.

On aura en effet

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{tb}\, Q_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}\, Q_{tb}} = \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} \frac{p_{tb}}{p_{lb}} \qquad \text{(I)}$$

toutes les fois qu'il y aura indépendance entre les rapports $\frac{p_{tb}}{p_{lb}}$ et les produits $p_{lb}\ Q_{tb}$, et de même

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{tb}\, q_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}\, q_{tb}} = \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} \frac{p_{tb}}{P_{tb}} \qquad \text{(II)}$$

toutes les fois qu'il y aura indépendance entre les rapports $\frac{p_{tb}}{P_{tb}}$ et les produits $P_{tb}\ q_{tb}$.

D'autre part on aura

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{tb}\, Q_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}\, Q_{tb}} = \frac{s}{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{lb}}{p_{tb}}} \qquad \text{(III)}$$

toutes les fois qu'il y aura indépendance entre les rapports $\frac{p_{lb}}{p_{tb}}$

et les produits $p_{ib}\ Q_{tb}$ et de même

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}\, q_{ib}}{\sum_{b=1}^{s} P_{tb}\, q_{ib}} = \frac{s}{\sum_{b=1}^{s} \frac{P_{tb}}{p_{ib}}} \qquad \text{(IV)}$$

toutes les fois qu'il y aura indépendance entre les rapports $\frac{P_{tb}}{p_{ib}}$ et les produits $p_{ib}\ q_{ib}$ (1).

On en tire les propositions suivantes pour les nombres indices des prix:

Si les variations des prix des marchandises sont indépendantes de la valeur totale des marchandises respectives dans la période type:

α) la méthode A avec le procédé du type mobile précédent donne le même résultat que la moyenne arithmétique des variations individuelles des prix.

β) la méthode A avec le procédé du type mobile suivant donne les mêmes résultats que la moyenne harmonique des variations individuelles des prix.

Pour avoir la démonstration de la proposition α) il suffit de faire dans la (1) $l = i - 1$; $t = i - 1$, pour avoir celle de la proposition β), il suffit de faire, dans la (III): $l = i - 1$, $t = i$ ou dans la (IV) $t = i - 1$.

Il est aussi facile d'en tirer les propositions suivantes:

Si la méthode A avec le procédé du type mobile précédent donne des nombres indices supérieurs à ceux qui sont tirés de la moyenne arithmétique des variations individuelles des prix d'une période à l'autre, on en peut déduire que les augmentations des prix ont été plus fortes (ou les diminutions des prix ont été plus faibles) pour les marchandises qui avaient dans la première période une plus grande importance sur le marché. Si, au contraire, le résultat obtenu par la méthode A avec le procédé du type mobile suivant est inférieur, on peut dire que les augmentations des prix ont été plus fortes (ou les diminutions plus faibles) pour les marchandises qui avaient dans la première période une moindre importance sur le marché.

Si la méthode A avec le procédé du type mobile suivant donne des nombres indices supérieurs à ceux qui sont tirés de la moyenne harmonique des variations individuelles des prix d'une période à

---

(1) On a un cas spécial des conditions indiquées lorsque les produits $p_{ib}\ Q_{tb}$ ou respectivement $P_{tb}\ q_{ib}$, $p_{ib}\ Q_{tb}$, $p_{ib}\ q_{ib}$ sont constants pour tous les b.

l'autre, on en peut déduire que les augmentations des prix ont été plus fortes (ou les diminutions des prix ont été plus faibles) pour les marchandises qui ont atteint dans la deuxième période une plus grande importance sur le marché. Conclusion inverse dans le cas contraire.

Des calculs du prof. FISHER sur 36 marchandises on tire les résultats suivants, en prenant pour base l'année précédente:

	1914	*1915*	*1916*	*1917*	*1918*
$\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{tb}\, q_{(t-1)b}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{(t-1)b}\, q_{(t-1)b}}$	99.93	100.20	113.67	142.72	109.92
$\sum\limits_{b=1}^{s} \dfrac{p_{tb}}{p_{(t-1)b}}$	96.32	101.68	127.97	140.15	110.12
$\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{tb}\, q_{tb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{(t-1)b}\, q_{tb}}$	100.32	100.01	114.41	141.10	110.13
$\dfrac{s}{\sum\limits_{b=1}^{s} \dfrac{p_{(t-1)b}}{p_{tb}}}$	95.19	100.47	123.08	134.63	105.86

On peut donner à ces chiffres l'interprétation suivante:

De 1913 à 1914 et de 1916 à 1917 les augmentations des prix ont été en général plus fortes pour les marchandises qui avaient en 1913, et respectivement en 1916, une plus grande importance sur le marché et qui, à cause de l'augmentation des prix, augmentaient cette importance dans l'année suivante. De 1914 à 1915 et de 1915 à 1916 les augmentations des prix ont été en général plus fortes pour les marchandises qui, en 1914, et respectivement en 1915, avaient une moindre importance sur le marché et dont, malgré l'augmentation des prix, l'importance restait moindre en 1915 et respectivement en 1916. De 1917 à 1918 l'augmentation des prix a été en général plus forte pour les marchandises ayant une moindre importance sur le marché en 1917, mais cette augmentation a suffi pour leur donner dans l'année suivante une importance plus grande.

Les formules (I), (II), (III), (IV) permettent de tirer des conclusions analogues pour les nombres indices obtenus par le procédé du type fixe.

Par exemple, la formule (1) nous dit que la méthode A par le procédé du type fixe donne les mêmes résultats que la moyenne arithmétique des variations individuelles des prix d'une période à une autre, si ces variations sont indépendantes de la valeur des quantités type respectives, évaluées d'après les prix de la première période.

On peut en déduire aussi que, lorsque la méthode A par le procédé du type fixe donne des nombres indices plus élevés, les augmentations des prix individuels ont été plus fortes (ou les diminutions plus faibles) pour les marchandises dont les quantités type évaluées d'après les prix de la première période représentaient des montants plus élevés. Conclusion inverse dans le cas contraire.

De même, la formule (III) nous dit que la méthode A par le procédé du type fixe donne les mêmes résultats que la moyenne harmonique des variations des prix individuels d'une période à une autre, si ces variations sont indépendantes de la valeur des quantités types respectives, évaluées d'après les prix de la deuxième période.

Lorsque la méthode A par le procédé du type fixe donne des nombres indices plus élevés que la moyenne harmonique des variations des prix individuels, les augmentations des prix individuels ont été plus fortes (ou les diminutions plus faibles) pour les marchandises dont les quantités type évaluées d'après les prix de la deuxième période représentaient des montants plus élevés. Conclusion inverse dans le cas contraire.

Le prof. Fisher a trouvé pour les 36 marchandises prises en considération les indices suivants par le procédé du type fixe et de la base fixe (1913).

	1914	*1915*	*1916*	*1917*	*1918*
$\dfrac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}\, Q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{kb}\, Q_{kb}}$	99.93	99.67	114.08	162.07	177.87
$\sum_{b=1}^{s} \dfrac{p_{ib}}{P_{kb}}$	96.32	98.03	123.68	175.79	186.70
$\dfrac{s}{\sum_{b=1}^{s} \dfrac{P_{kb}}{p_{ib}}}$	95.19	95.58	119.12	157.88	171.79

Les indices autorisent les affirmations suivantes: en 1914 et en 1915 les augmentations des prix par rapport à 1913 résultaient plus fortes pour les marchandises qui en 1913 avaient sur le marché une plus grande importance; en 1916, en 1917 et en 1918 elles résultaient au contraire plus fortes pour les marchandises qui en 1913 avaient une importance moindre. Les marchandises qui avaient démontré par rapport à 1913 une plus forte augmentation des prix, auraient pourtant gardé, en général, en 1916 une moindre importance sur le marché, étant admis que les quantités n'avaient pas varié depuis 1913, tandis qu'en 1917 et en 1918 elles auraient acquis une importance plus grande.

Les calculs du prof. HERSCH pour les consommations de la «famille normale suisse» (type fixe déduit de la consommation adoptée comme normale; base fixe = juin 1914) donnent les résultats suivants:

	juin 1919	*juin 1923*
$\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, Q_{kb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\, Q_{kb}}$	261	169
$\sum\limits_{b=1}^{s} \dfrac{p_{ib}}{p_{lb}}$	320	165

Ces résultats nous disent que les articles qui, d'après les prix de juin 1914, avaient plus d'importance dans le budget de la « famille normale » suisse ont présenté, de cette date à la date de juin 1919, des augmentations moins fortes que les articles qui avaient une importance moindre, tandis que, de juin 1914 à juin 1923, le contraire s'est vérifié, quoique dans une mesure plus faible.

26. — En suivant la même voie, il est facile d'indiquer la condition nécessaire pour que le rapport entre les moyennes des coefficients individuels coïncide avec la moyenne arithmétique ou avec la moyenne harmonique des rapports entre les coefficients individuels.

On aura :

$$\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}} = \frac{1}{s} \sum_{b=1}^{s} \frac{p_{ib}}{p_{lb}} \tag{1}$$

si les rapports $\dfrac{p_{ib}}{p_{lb}}$ sont indépendants des p_{lb}.

On aura :

$$\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}} = \frac{s}{\sum\limits_{b=1}^{s} \dfrac{p_{lb}}{p_{ib}}} \tag{2}$$

si les rapports $\dfrac{p_{lb}}{p_{ib}}$ sont indépendants des p_{ib}.

Les relations précédentes permettent de tirer, pour le cas des prix, les conclusions qui suivent:

La moyenne arithmétique des variations individuelles des prix d'une période à une autre coïncide avec le rapport entre les moyennes des prix si les marchandises qui avaient un prix unitaire moindre dans la première période n'ont pas augmenté ou diminué leur prix plus que celles qui avaient un prix unitaire plus élevé.

La moyenne harmonique des variations individuelles des prix d'une période à une autre coïncide avec le rapport entre les moyennes des prix si les marchandises dont les prix ont augmenté davantage ou diminué moins ne présentent, dans la deuxième période, ni des prix généralement plus élevés, ni des prix généralement moins élevés que ceux des marchandises qui ont augmenté moins ou diminué davantage.

Si la moyenne arithmétique des variations des prix d'une période à une autree st plus élevée que le rapport entre les moyennes des prix, on peut en déduire que les augmentations des prix ont été en général plus fortes ou les diminutions en général plus faibles pour les marchandises qui dans la première période avaient un prix unitaire plus bas.

Si la moyenne harmonique des variations individuelles des prix d'une période à une autre est moins élevée que le rapport entre les moyennes des prix, on peut en déduire que les prix des marchandises dans la deuxième période sont en général plus élevés pour les marchandises qui ont présenté des augmentations des prix plus fortes ou des diminutions plus faibles.

Pour les 36 marchandises considérées par le prof. FISHER ni la (1) ni la (2) ne se réalisent.

		1914	1915	1916	1917	1918
$\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{tb}}{p_{1b}}$	Type et base fixes (1913)	96.32	98.03	123.68	175.79	186.70
	Type et base mobiles précédentes	*96.32*	*101.68*	*127.96*	*140.15*	*110.11*
$\frac{s}{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{1b}}{p_{tb}}}$	Type et base fixes (1913)	95.19	95.58	119.12	157.88	171.79
	Type et base mobiles précédentes	*95.19*	*100.47*	*123.08*	*134.63*	*105.86*
$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{tb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}}$	Base fixe (1913)	95.88	96.29	107.70	114.90	172.76
	Base mobile précédente	*95.88*	*100.43*	*111.84*	*106.69*	*150.36*

Les indices à base mobile admettent l'interprétation suivante: dans toutes les années, sauf en 1918 par rapport à 1917, les marchandises qui présentaient des prix unitaires plus bas ont en général augmenté davantage ou diminué moins; seulement en 1914 par rapport à 1913 et en 1915 par rapport à 1914 l'augmentation plus forte ou la diminution plus faible des prix de ces marchandises leur a fait atteindre des prix unitaires en général plus élevés que ceux des autres marchandises, qui ont augmenté moins ou diminué davantage.

Les indices à base fixe nous disent encore que, par rapport à 1913, les augmentations des prix ont été, dans toutes les années, plus fortes, en général, pour les marchandises qui en 1913 présentaient des prix unitaires plus bas; et que, en 1914, en 1915 et en 1918, les marchandises qui avaient atteint des prix unitaires plus élevés avaient en général présenté, par rapport à 1913, des augmentations de prix plus fortes.

Pour les articles de consommation de la « famille normale suisse », on peut dire au contraire, sur la base des calculs faits par le prof. HERSCH, que les variations individuelles des prix ont été à peu près indépendantes de la hauteur des prix unitaires dans l'année type. Cela résulte bien des nombres indices suivants:

		juin 1919	*juin 1923*
$\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{ib}}{p_{ib}}$	Type et base fixes (juin 1914)	320	165
	Type et base mobiles précédentes	*320*	*54*
$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}}$	Base fixe (juin 1914)	312	167
	Base mobile précédente	*312*	*54*

Le prof. HERSCH à calculé des nombres indices aussi pour les prix de 26 articles « alimentaires et similaires » en Allemagne, se basant sur les prix de la « Frankfurter Zeitung ». Les nombres indices se rapportent à l'année 1914, et au commencement de 1920 et de 1922. Il résulte que, soit en 1920 par rapport à 1914, soit en 1922 par rapport à 1920 (cfr. indices à base mobile) les augmentations avaient été plus fortes pour les prix unitaires qui étaient plus bas; mais en 1922 (cfr. indices à base fixe 1914) les augmentations résultaient plus fortes pour les prix unitaires qui en 1914 étaient plus élevés.

		1 janvier 1920	1 janvier 1922
$\dfrac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}}$	Type et base fixes (1914)	1972	3813
	Type et bases mobiles précédentes	*1972*	*367*
$\dfrac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb}}$	Base fixe (1914)	1425	4662
	Base mobile précédente	*1426*	*327*

Lorsqu'on parle de « prix unitaires » il ne faut pas oublier que l'on se rapporte toujours aux « unités de mesure » adoptées. Si l'on change ces unités, les prix unitaires changent en même temps, et les marchandises qui présentent les prix unitaires les plus bas ne sont plus les mêmes.

Les relations établies entre les moyennes des variations des prix individuels et les rapports entre les moyennes des prix ne sont donc valables que pour les unités de mesure adoptées. Nous pouvons le vérifier. Le prof. HERSCH a précisément changé les unités de mesure adoptées par la « Frankfurter Zeitung » en prenant, pour toutes les denrées mesurées en poids, la même unité de 50 Kg. Les nombres indices déduits des rapports entre les moyennes des prix unitaires p'_{ib}, p'_{lb}, que l'on obtient de la sorte, sont reproduits ci-dessous. Ils sont très différents des précédents ; et aussi les relations de ces nombres indices avec les moyennes des variations des prix individuels en restent complètement modifiées.

		1 janvier 1920	1 janvier 1923
$\dfrac{\sum_{b=1}^{s} p'_{ib}}{\sum_{b=1}^{s} p'_{lb}}$	Base fixe (1914)	2046	4632
	Base mobile précédente	*2046*	*227*

27. — L'application des méthodes d'élimination A, B, C, D ne serait pas logiquement correcte si les variations des p_{ab} pour un même b selon les a et les variations correspondantes des q_{ab} fussent liées nécessairement les unes aux autres. Il serait en effet absurde dans ce cas de supposer que les valeurs p_{ab} (ou les q_{ab}) demeurent invariées lorsqu'on fait changer les valeurs correspondantes q_{ab} (ou respectivement p_{ab}) en substituant aux valeurs observées les valeurs type.

L'application des méthodes A et B ne serait donc autorisée au point du vue logique qu'à la condition qu'une variation des q_{ab} ne déterminerait pas nécessairement — toute autre condition demeurant égale — une variation dans le même sens ou dans le sens contraire — dans les valeurs des p_{ab}. De même l'application des méthodes B et D ne serait autorisée au point de vue logique qu'à la condition qu'une variation des p_{ab} ne déterminerait pas nécessairement — toute autre condition demeurant égale — une variation — dans le même sens ou dans le sens contraire — dans les valeurs desc q_{ab}.

Parfois il n'est pas facile de décider si les deux conditions — ou une d'entre elles — existent. Mais il paraît que l'on puisse en admettre l'existence dans la plupart des applications envisagées. Par exemple, on ne voit pas pourquoi une variation de la fréquence des différentes tailles devrait exercer nécessairement une influence sur le rapport entre circonférence de la tête et taille pour une taille donnée; ni pourquoi les variations du rapport entre la circonférence de la tête et la hauteur de la taille pour chaque taille devrait déterminer des variations dans la distribution des fréquences des tailles.

Dans quelques applications pourtant une des deux conditions n'existe pas. C'est le cas pour l'application 2. On peut admettre que dans certains cas la composition par âge de la population puisse être modifée (par exemple par effet des migrations) sans que les coefficients de mortalité de chaque âge présentent nécessairement des variations, mais il paraît évident que, si les coefficients de mortalité de la population aux différents âges sont modifiés, aussi la composition par âge de la population en résulte modifiée. On peut dire quelque chose d'analogue pour l'application 30, les taux des impôts pour les différents montants de l'imposable — par exemple des fortunes — ayant nécessairement une certaine influence sur la distribution des fortunes, tandis que la distribution des fortunes peut présenter des variations sans que les taux des impôts changent.

Pour ce qui concerne l'application 1 il est clair qu'aucune des deux conditions n'existe, les variations des prix déterminant nécessairement des variations dans l'offre, dans la production, dans la consommation, dans les quantités existantes des biens, et les variations des quantités produites, consommées, existantes déterminant de leur côté nécessairement des variations dans les prix.

Au point de vue logique, le recours aux méthodes d'élimination en vue de la construction des nombres indices des prix impliquerait donc une absurdité. Il serait absurde, en principe, de rechercher ce que deviendrait une somme de valeurs si seulement les prix variaient, tandis que les quantités demeureraient constantes, ou si, au contraire, les prix demeurant invariés, ce seraient les quantités seules qui seraient modifiées.

28. — On serait cependant mal fondé à en vouloir déduire qu' il faut renoncer à la construction des nombres indices des prix ou tout au moins qu'il faut renoncer à en donner une justification théorique. En effet la conclusion à laquelle nous sommes parvenus nous autorise seulement à affirmer qu' il est absurde de vouloir construire des nombres indices exacts avec les méthodes d'élimination que nous avons exposées. Mais cela ne porte pas à exclure que l' on puisse construire des nombres indices approximatifs ou bien donner des limites à la valeur exacte des nombres indices. L'importance des résultats dépend dans ces cas de l'approximation atteinte ou de l'ampleur des limites que l'on peut fixer. Si, l'approximation est bonne ou si les limites sont suffisamment restreintes, le résultat peut être tout à fait satisfaisant pour les exigences pratiques.

Il y a d'ailleurs plusieurs buts qu'on peut, sans sortir du domaine des méthodes d'élimination, se proposer avec un nombre indice des prix. Ces buts doivent être nettement distingués.

Nous les examinerons d' abord pour le procédé du type mobile précédent. Les résultats ne sont pas différents pour le procédé du type mobile suivant. Ensuite nous verrons les conclusions à tirer pour le cas du procédé du type fixe.

Dans le procédé du type mobile, le terme type peut être comparé à un autre terme seulement. On n' ôte donc rien au caractère général de nos conclusions en considérant le cas le plus simple $n = 2$.

A) Le premier but, que l'on peut se proposer dans la construction du nombre indice et que nous avons eu spécialement en vue jusqu'à présent, est de mesurer comment aurait varié la somme A_a des valeurs ou leur moyenne R_a si les quantités étaient demeurées constantes.

Supposons que les variations des q_{ab} provoquent dans les p_{ab} correspondants des variations dans le sens contraire.

Si la quantité d' une marchandise b a augmenté, de l' année 1 à l' année 2, de q_{b1} à q_{b2}, le prix de la marchandise aura diminué de p_{b1} à p_{b2}. Soit p'_{b2} le prix que la marchandise b aurait présenté dans l' année 2 si la quantité de la marchandise dans l' année 2 avait été encore $= q_{b1}$; et p'_{b1} le prix que la marchandise aurait présenté dans l'année 1 si la quantité de la marchandise dans l'année 1 avait été $= q_{b2}$. On aura $p'_{b2} > p_{b2}, p'_{b1} < p_{b1}$. Au contraire, si l'on a $q_{b1} > q_{b2}$, on aura $p'_{b2} < p_{b2}$, $p'_{b1} > p_{b1}$. Le rapport $\frac{p_{b2}}{p_{b1}}$ mesure donc la variation réelle du prix de la marchandise b; les rapports $\frac{p'_{b2}}{p_{b1}}, \frac{p_{b2}}{p'_{b1}}$ mesurent les variations qui se seraient vérifiées si les quantités étaient demeurées dans l'année 2 telles qu'elles étaient dans l'année 1, ou respectivement si les quantités dans l'année 1 avaient été telles qu'elles sont devenues dans l'année 2. On ne peut pas dire à la rigueur que l'augmentation du prix d'une marchandise, lorsque la quantité de la marchandise reste constante, soit indépendante de cette quantité et que, par conséquent, il soit exactement

$$\frac{p'_{2b}}{p_{b1}} = \frac{p_{b2}}{p'_{b1}} \tag{1}$$

Au point de vue pratique cette égalité peut pourtant être admise.

L'application des méthodes d'élimination donne, d'après la méthode A et respectivement d'après la méthode D,

$$A = \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{b2}}{p_{b1}} p_{b1} q_{b1}}{\sum_{b=1}^{s} p_{b1} q_{b1}} \quad (2) \qquad D = \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{b2}}{p_{b1}} p_{b1} q_{b2}}{\sum_{b=1}^{s} p_{b1} q_{b2}} \quad (3)$$

La variation moyenne des prix, si les quantités étaient restées constantes, aurait été au contraire, selon que l'on suppose que les quantités étaient égales à celles que l'on a observé dans la 1ère ou dans la 2ème année,

$$A' = \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p'_{b2}}{p_{b1}} p_{b1} q_{b1}}{\sum_{b=1}^{s} p_{b1} q_{b1}} \quad (4) \qquad D' = \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{b2}}{p'_{b1}} p'_{b1} q_{b2}}{\sum_{b=1}^{s} p'_{b1} q_{b2}} \quad (5)$$

Il s'agit maintenant de voir quelles sont les relations entre les (2) et (3), d'un côté, et les (4) et (5), de l'autre.

a) Il est facile de comprendre qu'il est $A > D$.

En effet, pour $\frac{p_{b2}}{p_{b1}} > 1$, on a $q_{b1} > q_{b2}$ et, par conséquent, $p_{b1}\, q_{b1} > p_{b1}\, q_{b2}$, et viceversa, pour $\frac{p_{b2}}{p_{b1}} < 1$, on a $q_{b1} < q_{b2}$ et, par conséquent $p_{b1}\, q_{b1}. < p_{b1}\, q_{b2}$.

Les expressions (2) et (3) sont donc des moyennes des mêmes termes $\frac{p_{b2}}{p_{b1}}$, mais dans l'expression (2) on attribue un poids supérieur aux termes plus élevés que l'unité et dans l'expression (3) au contraire un poids supérieur aux termes moins élevés que l'unité.

b) Différentes considérations font prévoir $A - D > A' - D'$.

En effet, pour $q_{b1} > q_{b2}$, on a $p'_{b1} > p_{b1}$ et, par conséquent, $p_{b1}\, q_{b1} - p_{b1}\, q_{b2} > p_{b1}\, q_{b1} - p'_{b1}\, q_{b2}$ et viceversa, pour $q_{b1} < q_{b2}$, on a $p'_{b1} < p_{b1}$ et par conséquent $p_{b1}\, q_{b2} - p_{b1}\, q_{b1} > p'_{b1}\, q_{b2} - p_{b1}\, q_{b1}$; c'est-à-dire les poids qui figurent dans les moyennes (4) et (5) diffèrent entre eux moins que ceux qui figurent dans les moyennes (2) et (3).

Il y a une consideration plus décisive.

Nous avons vu qu'il y a une relation positive entre les $\frac{q_{b1}}{q_{b2}}$ et les $\frac{p_{b2}}{p_{b1}}$ et que de cette relation provient la différence $A - D$. Or, pour $q_{b1} > q_{b2}$, on a $\frac{p'_{b2}}{p_{b1}} < \frac{p_{b2}}{p_{b1}}$, $\frac{p_{b1}}{p'_{b1}} < \frac{p_{b2}}{p_{b1}}$; et pour $q_{b1} < q_{b2}$, on a $\frac{p'_{b2}}{p_{b1}} > \frac{p_{b2}}{p_{b1}}$; $\frac{p_{b2}}{p'_{b1}} < \frac{p_{b2}}{p_{b1}}$. Ces expressions font penser que, si entre $\frac{q_{b1}}{q_{b2}}$ et $\frac{p'_{b2}}{p_{b1}}$ il y a une relation positive, elle sera moins forte que celle entre $\frac{q_{b1}}{q_{b2}}$ et $\frac{p_{b2}}{p_{b1}}$: on ne peut pas exclure d'ailleurs que la relation entre $\frac{q_{b1}}{q_{b2}}$ et $\frac{p'_{b2}}{p_{b1}}$ soit nulle ou négative. Cela fait prévoir $A - D > A' - D$. Des considérations analogues font prévoir $A - D > A - D'$. On en déduit $A - D > A' - D'$.

c) Si on pouvait admettre que les différences entre les variations des prix présentées pour les différentes marchandises dépendaient uniquement des différences entre les variations des quantités correspondantes, les rapports $\frac{p'_{b2}}{p_{b1}}, \frac{p_{b2}}{p'_{b1}}$, dont l'influence de la variation des quantités a été éliminée, devraient avoir une valeur constante. On aurait alors $A' = D'$.

Même dans ce cas pourtant on ne peut pas dire que la valeur de $A' = D'$ soit dans une relation déterminée constante avec les valeurs de A et de D. Il suffit de remarquer que, si les q_{b1} sont toujours supérieurs aux q_{b2} correspondants, il est toujours $\frac{p'_{b2}}{p_{b1}} < \frac{p_{b2}}{p_{b1}}$ et, par conséquent, $A > A'$, et il est aussi toujours $p'_{b1} > p_{b1}$ et, par conséquent, $D > D'$; si au contraire les q_{b1} sont toujours inférieurs aux q_{b2} correspondants, il est toujours $\frac{p'_{b2}}{p_{b1}} > \frac{p_{b2}}{p_{b1}}$ et, par conséquent, $A < A'$; et il est aussi toujours $p'_{b1} < p_{b1}$ et, par conséquent, $D < D'$.

Si enfin les q_{b1} sont tantôt supérieurs tantôt inférieurs aux q_{b2} correspondants, on peut avoir $D < A' = D' < A$.

Si les variations des q_{ab} provoquaient dans les p_{ab} des variations dans le même sens, il faudrait dans les raisonnements ci-dessus invertir les signes $\gtrless$.

A,a) On peut envisager spécialement le cas dans lequel la somme des quantités des marchandises reste constante, c'est-à-dire qu'il est $\sum_{b=1}^{s} q_{b1} = \sum_{b=1}^{s} q_{b2}$, la quantité des marchandises individuelles pouvant pourtant varier de l'année 1 à l'année 2. Dans ce cas, on ne peut affirmer, ni que les valeurs A et D soient supérieures, ni qu'elles soient inférieures aux valeurs respectives A' et D', et on peut regarder les valeurs A et D comme des valeurs approximatives des valeurs A', D' que l'on voudrait déterminer.

B) On pourrait attribuer au nombre indice des prix un but légèrement différent, c'est-à-dire celui de mesurer comment aurait varié la moyenne R_a des valeurs si le total des quantités des marchandises avait varié comme il a varié en effet, mais si la composition des quantités était restée constante, c'est-à-dire la quantité de chaque marchandise représentait sur le total des quantités le même pourcentage dans la période 1 et dans la période 2.

Dans ce cas, p'_{b1} et p'_{b2} représenteraient les prix qui se seraient vérifiés si la quantité de la marchandise b avait varié avec la même intensité du total des quantités des marchandises. Les relations entre les valeurs A, D, A', D' seraient dans ce cas analogues à celles qui se vérifient dans le cas A, a) précédemment envisagé: les valeurs A, D pourraient donc être considérées comme des mesures approximatives des valeurs A', D' auxquelles on voudrait parvenir.

C) On peut pourtant remarquer que les buts *A*) et *B*), tout en ayant un intérêt théorique remarquable, ne correspondent pas vraiment au véritable but pratique des nombres indices. Avec ceux-ci, nous voulons mesurer une moyenne des variations réelles des prix, plutôt qu'une moyenne des variations hypothétiques qui se seraient vérifiées si la quantité de chaque marchandise était demeurée constante ou avait varié avec la même intensité que le total des quantités des marchandises. L'élimination des variations des quantités a simplement le but d'éliminer les variations dans les poids à attribuer aux prix individuels des différentes marchandises. On peut donc dire que la construction du nombre indice a le but de mesurer comment aurait varié la moyenne R_a des valeurs si les poids des prix individuels, poids que l'on déduit des quantités respectives, étaient restés constants. Dans la suite de ce travail, c'est exclusivement ce but des nombres indices des prix que nous aurons en vue lorsqu'il s'agit des applications des méthodes d'élimination.

29. — Le problème considéré sous *C*) admet évidemment des solutions différentes pour les différentes séries des poids que l'on peut attribuer aux prix individuels. Son absurdité, dont nous avons parlé, provient du fait que, les prix ayant varié, les poids, répresentés par les quantités, doivent aussi avoir varié. Pour lui donner une solution, nous devrions nous demander : quel serait le nombre indice des prix si le poids à attribuer aux différents prix individuels, c'est-à-dire leurs quantités, n'avaient par varié par effet des variations des prix, c'est-à-dire si les variations des quantités avaient été indépendantes des variations des prix respectifs ?

Même au problème ainsi posé on ne peut pas donner une solution précise, mais on peut faire des considérations aptes à montrer que la solution est contenue dans des limites, qui ne diffèrent pas systématiquement des résultats obtenus d'après les méthodes *A* et *D* avec le procédé du type mobile.

Supposons que les variations des q_{ab} soient liées aux variations des p_{ab} par une relation négative.

Si la variation des prix de p_{b1} à p_{b2} d'une marchandise b n'avait pas influencé la variation de sa quantité, celle-ci, ayant été q_{b1} dans l'année 1, aurait été dans l'année 2, q'_{b2}. On aurait $q'_{b2} \lesseqgtr q_{b2}$ pour $p_{b2} \lesseqgtr p_{b1}$. Si on appelle D'' la valeur du nombre indice obtenu par la méthode D dans cette hypothèse, on aura

$$D'' = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} \frac{p_{b2}}{p_{b1}} p_{b1}\, q'_{b2}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{b1}\, q'_{b2}}$$

On comprend aisément par des considérations analogues à celles faites à pages 82-83 qu'il est $D'' > D$.

De même, en considérant la variation inverse de p_{b2} à p_{b1}, on peut dire que la quantité de la marchandise, ayant été q_{b2} dans l'année 2, aurait été q'_{b1} dans l'année 1. On aurait $q'_{b1} \lesseqgtr q_{b1}$ pour $p_{b1} \lesseqgtr p_{b2}$ et, par conséquent, $A'' < A$, où il est

$$A'' = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} \frac{p_{b2}}{p_{b1}} p_{b1}\, q'_{b1}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{b1}\, q'_{b1}}$$

Cela ne signifie pas nécessairement que la solution envisagée soit contenue dans les limites A, D.

Si on pouvait admettre que les quantités ne varient que *a*) par effet de causes générales qui ont une influence uniforme sur toutes les marchandises (telles que l'augmentation de la population, s'il s'agit des quantités consommées) ; *b*) par effet des variations des prix, on aurait $q'_{b1} = Kq_{b2}$, $q'_{b2} = \frac{1}{K} q_{b1}$ où K est une quantité constante pour toutes les s marchandises qui serait égale à $\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} q'_{b1}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{b2}}$. Dans ce cas on aurait $A'' = D$, $D'' = A$.

De fait les quantités peuvent varier aussi pour des causes spéciales aux marchandises individuelles et on ne peut pas exclure, qu'étant par exemple $q'_{b1} > q_{b1}$, il ne soit, pour certaines marchandises, $q'_{b1} < K\, q_{b2}$ (ou au contraire $q'_{b1} > K\, q_{b2}$).

Mais, à cause de la signification de K, cela ne peut arriver que pour certaines marchandises, tandis que, pour d'autres, on doit avoir alors au contraire $q'_{b1} > K\, q_{b2}$ (ou respectivement $q'_{b1} < K\, q_{b2}$) de sorte que l'on doit admettre que la valeur de D ne diffère pas systématiquement de la valeur de A'' et aussi que la valeur de A ne diffère pas systématiquement de la valeur de D''.

Aux résultats obtenus par les méthodes A et D on peut donc attribuer la signification de valeurs approximatives des limites parmi lesquelles la solution recherchée est contenue (1).

Il est inutile d'ajouter que des considérations analogues aux précédentes puissent être faites au sujet des méthodes B et C.

Nous avons donc deux limites (déterminées — il-est-vrai — seulement avec approximation) entre lesquelles devrait se placer le nombre indice que l'on cherche, si on pouvait le calculer.

Si, ainsi qu'il arrive pour les 36 marchandises considérées par le prof. FISHER, les deux limites sont près l'une de l'autre (2), le

---

(1) Cette conclusion est analogue à celle à laquelle est parvenu dans ses *Elements of Statistics* (King and Son, Second Edition, 1902, pages 226-227) le prof. BOWLEY en traitant le cas spécial des nombres indices du coût de la vie. BOWLEY fait un exemple en partant de l'hypothèse qu'il y ait une tendance à acheter plus largement les marchandises dont le prix a baissé, et observe que la méthode que nous appelons A manifestement exagère et la méthode que nous appelons D manifestement atténue la diminution du prix qui résulte de l'exemple, de façon que l'on peut regarder les résultats des deux méthodes comme les limites supérieure et inférieure du nombre-indice. — Il arrive souvent qu'il ne soit pas du tout facile de démontrer rigoureusement ce qui à première vue paraît manifeste, et dans ce cas je ne vois pas comment on peut démontrer d'une façon rigoureuse que la véritable valeur du nombre indice cherché est comprise nécessairement entre les résultats des méthodes A et D. On peut en effet démontrer, ainsi qu'il est fait dans le texte, qu'il est $q'_{b2} \lesseqgtr q_{b2}$ pour $p_{b2} \lesseqgtr p_{b1}$ et de même $q'_{b1} \lesseqgtr q_{b1}$ pour $p_{b1} \lesseqgtr p_{b2}$ et par conséquent $D'' > D$, $A'' < A$; mais je ne vois pas le moyen de démontrer qu'il est nécessairement en même temps $D'' < A$; $A'' > D$, ce qui importerait qu'il fût $q'_{b2} \gtreqless q_{b1}$ pour $p_{b2} \lesseqgtr p_{b1}$ et $q'_{b1} \gtreqless q_{b2}$ pour $p_{b1} \lesseqgtr p_{b2}$. — Pour la signification des résultats des méthodes A et D lorsqu'il s'agit de mesurer les variations de la valeur de l'unité monétaire, voir pages 147-149.

(2) Voici les valeurs des deux limites, obtenues par le procédé du type mobile précédent, base mobile

	1914	*1915*	*1916*	*1917*	*1918*
$\dfrac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{b1}\, q_{1b}}$	99.93	100.20	113.67	142.72	109.92
$\dfrac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{2b}}$	100.32	100.01	114.41	141.10	110.13

résultat est en général suffisant au point de vue pratique. Il est à remarquer pourtant que pour 1914 les deux nombres indices ne sont pas en accord, l'un étant supérieur et l'autre inférieur à 100.

Nous pouvons d'ailleurs prendre, entre les deux valeurs-limite, une valeur moyenne et la considérer comme la valeur la plus probable. Mais quelle est la moyenne à prendre? Nous reviendrons sur cette question.

Voici un exemple qui montre comment les différences peuvent être quelquefois remarquables.

La valeur totale des consommations alimentaires principales était en Italie avant la guerre (moyenne 1910-1914) de $8\frac{1}{2}$ milliards, en 1921 de 50 milliards. En supposant (Méthode *B*) que les prix aient été en 1921 tels qu'ils étaient avant la guerre, on aurait eu, en 1921, une valeur de 10,3 milliards avec un indice des quantités de 121%. En supposant au contraire (Méthode *C*) qu' en 1910-14 les prix aient été tels qu'ils sont devenus en 1921, la valeur des consommations aurait été de presque 45 milliards, en comparaison desquels la valeur de 1921 correspondrait à un indice des quantités de 111%. Cet indice aurait été à peu près le même que celui de la population qui a augmenté du 10%, tandis que l'augmentation d'après la méthode *B* aurait été du double.

D'autres exemples sont cités par le prof. Pigou (1). La publication du *Board of Trade* qui traite des salaires réels à Londres, dans les *Midlands* et en Irlande donne, par exemple, les résultats suivants :

Nombre indice des salaires à	*Type de Londres*	*Type de l'Irlande*
Londres	100	98
Midlands	100	104
Irlande	87	100

La divergence est encore plus marquée dans la comparaison entre les villes anglaises et les villes allemandes. En prenant pour type le budget anglais, la consommation de l'ouvrier anglais a en Allemagne un coût du 20 % plus élevé qu'en Angleterre; en prenant pour type le budget allemand la différence se réduit au 10 % (2).

---

(1) *Wealth and Welfare*, Macmillan, 1912, pages 36 et 44.
(2) [Cd. 4032], pages VI et XLV.

Il est important de remarquer qu'une démonstration analogue ayant un caractère général ne peut pas être donnée, si je ne me trompe, pour le procédé du type fixe. Dans ce cas, les formules pour le terme i selon le procédé A et selon le procédé D sont respectivement, en prenant pour base le terme l,

$$\frac{100 \sum_{b=1}^{s} p_{ib} Q_{kb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb} Q_{kb}} \qquad \frac{100 \sum_{b=1}^{s} p_{ib} q_{ib} \sum_{b=1}^{s} P_{kb} q_{lb}}{\sum_{b=1}^{s} P_{kb} q_{ib} \sum_{b=1}^{s} p_{lb} q_{lb}}$$

Or je ne vois pas le moyen de démontrer d'une façon générale que ces formules représentent même approximativement la valeur de la limite inférieure et respectivement de la limite supérieure du nombre indice que l'on obtiendrait dans l'hypothèse d'indépendance.

On peut pourtant donner cette démonstration dans le cas spécial que l'on prenne comme type l'un des deux termes i ou l, en faisant $Q_{kb} = q_{lb}$, $P_{kb} = p_{lb}$ ou respectivement $Q_{kb} = q_{ib}$, $P_{kb} = p_{ib}$.

En faisant, par exemple, $Q_{kb} = q_{lb}$, $P_{kb} = p_{lb}$ les deux formules précédentes deviennent

$$\frac{100 \sum_{b=1}^{s} p_{ib} q_{lb}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb} q_{lb}} \qquad \frac{100 \sum_{b=1}^{s} p_{ib} q_{ib}}{\sum_{b=1}^{s} p_{lb} q_{ib}}$$

et, par des considérations analogues à celles faites pour le cas du type mobile, on peut démontrer qu'elles représentent les valeurs approximatives de deux limites, entre lesquelles doit être comprise la mesure cherchée des prix que l'on aurait obtenue si les q_{ab} étaient restés constants, et dont la moyenne peut être prise comme le nombre indice des prix.

La conséquence à tirer de cette limitation est que par le procédé du type fixe — ainsi que par celui du type mobile — on ne peut prétendre à comparer le niveau des prix pour plus de deux années (ou pays). Dans le procédé du type mobile précédent ou suivant on peut comparer les prix d'une année avec ceux de la précédente ou respectivement de la suivante. Dans le procédé du type fixe on peut comparer les prix d'une année avec ceux de l'année type, qui peut être une année différente de la précédente et de la suivante. Nous aurons l'occasion de revenir sur cette limitation que présentent les méthodes d'élimination lorsqu'elles sont appliquées aux nombres indices des prix.

Pour les 36 marchandises considérées par le Prof. FISHER, les valeurs des deux limites obtenues par la méthode du type fixe, base fixe (1913), sont les suivantes: on a ajouté en bas les valeurs des coefficients de corrélation entre les $\frac{p_{ib}}{p_{hb}}$ et les $\frac{q_{ib}}{q_{hb}}$ calculées par le prof. FISHER lui-même (1).

Dans les trois premières années la corrélation est positive et l'on a $D > A$, dans les deux dernières la corrélation est négative et l'on a $A > D$.

	1914	*1915*	*1915*	*1917*	*1918*
A	99.93	99.67	114.08	162.07	177.87
D	100.32	100.10	114.35	161.05	177.43
r	+0.265	+0.023	+0.035	—0.133	—0.250

30. — Même si les variations des p_{ab} et des q_{ab} ne sont pas liées nécessairement les unes aux autres, il est bien possible qu'il y ait entre elles des relations positives ou négatives, de façon que de fait on ait, pour tous les a ou pour quelques a, $q_{2b} > q_{1b}$ pour $p_{2b} > p_{1b}$ ou au contraire $q_{2b} < q_{1b}$ pour $p_{2b} > p_{1b}$.

C'est le cas le plus fréquent dans les applications que nous avons considérées. Il paraît que l'on puisse dire que cela arrive en général lorsque les p_{ab} ne sont pas une des circonstances déterminantes des q_{ab}, ni inversement les q_{ab} une des circonstances déterminantes des p_{ab}, mais les uns et les autres sont influencés par des circonstances communes, qui pourtant n'exercent pas une influence nécessaire dans les cas individuels, mais seulement sur leur distribution ou sur leur moyenne. Par exemple, nous avons dit qu'il n'y a pas un lien logique nécessaire entre la distribution des tailles et les rapports entre la circonférence de la tête et la hauteur de la taille pour les différentes tailles; cette distribution des tailles et ces rapports sont pourtant tous les deux influencés par le sexe, qui ne détermine pas nécessairement la taille de chaque personne, ni le rapport de celle-ci à la circonférence de la tête, mais qui a une influence sur la distribution des tailles ainsi que sur la circon-

---

(1) *The making* etc., page 410.

férence moyenne de la tête pour l'ensemble des personnes d'une taille déterminée. De même la composition par âge de la population ne peut pas être regardée comme une des causes qui déterminent nécessairement les taux de mortalité à chaque âge — l'on peut en effet très bien concevoir qu' une guerre coloniale ou l'émigration change cette composition, sans changer les taux de mortalité à chaque âge — mais elle est sous l'influence de certaines circonstances (race, conditions économiques, climat, etc.) qui ont de l'influence aussi sur les dits taux (1).

Dans tous ces cas il n'y a pas, entre les variations des p_{ab} et des q_{ab}, une relation logique nécessaire telle qu'il soit absurde de supposer que, les uns variant, les autres demeurent constants, mais il peut y avoir tout de même des relations statistiques qui, à un certain point de vue, ont les mêmes effets sur les résultats des calculs.

---

(1) L. v. Bortkiewcz a mis en lumière le fait que les nombres indices de la mortalité construits par la méthode de la population type ne portent pas aux mêmes résultats que les coefficients sommaires de mortalité, qui sont les réciproques de la vie moyenne (Cfr. *Kritische Betrachtungen zur theoretischen Statistik*, 3 Artikel, « Conrads Jahrbücher », 3 Folge, Bd. XI, Page 671 et suiv. Voir aussi « Bull. de l'Inst. Int. de Stat » Tome XI, page 174; Tome XIV, pages 148 et 428); mais il a exagéré en déclarant que, par ce fait, la méthode de la population type est inapplicable et ses résultats illusoires. En comparant les coefficients sommaires des tables de mortalité des différents pays, on élimine les effets de toutes les causes différentielles qui influencent la composition par âge de la population (naissances, émigration, immigration; non seulement l'influence des naissances, ainsi que le déclare v. Bortkiewicz, tome XIV, page 148 et 428) *sauf les effets des différences dans la mortalité aux divers âges;* en comparant les résultats de la méthode de la population type, on élimine les effets globaux de toutes les causes différentielles qui influencent la composition par âge de la population *y compris les effets des différences dans la mortalité aux divers âges,* et on suppose la population constante dans sa composition par âge.

Les variations des naissances, ainsi que l'émigration et l'immigration, *peuvent* avoir une influence sur les taux de mortalité dans les différents âges, mais, comme il ne s'agit pas de relations nécessaires, il n'y a rien d'absurde à calculer, d'après la table de mortalité, un coefficient sommaire de mortalité de la population en supposant que toutes ces influences soient éliminées. De même, les variations globales dans la composition de la population *peuvent* avoir une influence sur les taux de mortalité des divers âges, ainsi que le faisait remarquer le Dr. M. Rubin (Tome XII, page 97), mais ici aussi il ne s'agit pas de relations nécessaires, ainsi que nous le disons dans le texte, et il n'y a par conséquent aucune absurdité à appliquer la méthode de la population type. À un point de vue logique, les deux méthodes — de la population type et des coefficients sommaires déduits des tables de mortalité — sont donc également autorisées; et, si l'on peut donner la préférence à la méthode des coefficients sommaires, c'est pour d'autres rai-

En effet les considérations faites à pages 81-82 pour montrer que, lorsqu' il y a entre les p_{ab} et les q_{ab} une relation logique nécessaire, on a $A > D$ si la relation est négative, et au contraire $A < D$ si la relation est positive, sont tout à fait applicables aussi au cas où il s' agit d' une relation empirique.

Les variations des q_{ab} n'étant pas liées nécessairement aux variations des p_{ab}, on ne peut pas au contraire appliquer à ce cas le raisonnement fait à pages 85-87 pour montrer que les résultats des méthodes A et D représentent des valeurs approximatives des limites entre lesquelles est contenue la solution recherchée. On ne peut pas dire dans ce cas qu' il soit plus justifié d' attribuer aux différents rapports $\frac{p_{b2}}{p_{b1}}$ certaines quantités plutôt que certaines autres. Le problème des poids à attribuer à ces rapports dans la formation de leur moyenne reste dans ce cas complètement indéterminé, et aussi celui de la construction des nombres indices, en tant qu'elle dépend des poids donnés aux différents p_{ab}.

Il est important de remarquer qu'étant admis que, lorsqu' il y a une relation positive ou négative entre les p_{ab} et les q_{ab} selon les a, on *doit* avoir $A \gtrless D$, on ne peut pas en déduire qu'on *doit*,

---

sons; par exemple parce qu' ils sont dans une relation bien déterminée avec d' autres constantes biométriques, telles que la vie moyenne, et avec les tables de mortalité qui permettent la meilleure analyse de la mortalité d'un pays. La méthode de la population type a d' ailleurs, au point de vue pratique, l' avantage que l'on a plus facilement les éléments statistiques pour son application.

La remarque — faite aussi par v. Bortkiewicz — de l'influence nécessaire que les variations des taux de mortalité à chaque âge exercent sur la composition par âge de la population, porterait à écarter, à un point de vue logique, non la méthode de la population type, mais la méthode des taux de mortalité type (Méthode B) si l' on prétendait parvenir avec celle-ci à un résultat précis. Mais, si, au contraire, l' on ne prétend que déterminer la valeur approximative des limites qui renserrent le résultat exact, la méthode des taux de mortalité type peut être justifiée, ainsi que nous l' avons vu, aussi à un point de vue logique, comme le moyen pour déterminer une de ces limites, tandis qu' à un point de vue pratique le résultat auquel elle conduit peut être accepté dans des recherches dans lesquelles l' exp rience montre que les deux limites, représentées approximativement par les résultats des méthodes B et C, sont assez rapprochées.

Des remarques analogues peuvent être faites au sujet des objections faites par v. Bortkiewicz à l'application de la méthode de la population type aux taux généraux de la natalité, en ajoutant qu' ici il n' existe d' influence nécessaire, ni de la composition de la population par âge sur la distribution mais seulement qu'on *peut*, avoir $A=D$ lorsque les p_{ab} et les q sont indépendants selon les a.

Je ne vois pas la possibilité de démontrer d'une façon générale que, lorsque les p_{ab} et les q_{ab} sont indépendants selon les a, l'on doit s'attendre à avoir $A = D$. La démonstration peut être donnée seulement dans des cas spéciaux, tels que les suivants:

a) que les p_{b2}, ainsi que les p_{b1}, soient indépendants selon les b, soit des q_{b2} que des q_{b1};

b) que les rapports $\frac{p_{b2}}{p_{b1}}$ soient indépendants, soit des produits $p_{b1}\, q_{b1}$ que des produits $p_{b1}\, q_{b2}$;

c) que les rapports $\frac{p_{b1}}{p_{b2}}$ soient indépendants, soit des produits $p_{b2}\, q_{b2}$ que des produits $p_{b2}\, q_{b1}$.

Mais, dans tous ces cas, il n'est pas nécessaire d'avoir recours aux méthodes d'élimination, dans le cas *a)* étant $A = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{b2}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{b1}} = D$ (cfr. pages 66-67), dans le cas *b)* étant $A = \frac{1}{s} \sum\limits_{b=1}^{s} \frac{p_{b2}}{p_{b1}} = D$ et dans le cas *c)* étant $A = \frac{s}{\sum\limits_{b=1}^{s} \frac{p_{b1}}{p_{b2}}} = D$ (cfr. pages 72-73).

---

de ces taux, ni de la distribution de ces taux sur la composition de la population par âge, de façon que la méthode des coefficients type, ainsi que celle de la population type, est, dans ce cas, autorisée aussi à un point de vue logique.

Quant à l'affirmation de v. Bortkiewicz que l'application de la méthode de la population type serait juste « si la distribution par âges et la mortalité étaient des facteurs indépendants l'un de l'autre » (Tome XI, page 178) et par conséquent elle serait à conseiller dans les applications « à des groupes démographiques dans lesquels la distribution des vivants par classes d'âge ne dépend qu'à un faible degré de la mortalité qui *y règne*, comme p. ex. dans les différents groupes professionnels où les entrées et les sorties se produisent à tous les âges » (Tome XIV, page 148, cfr. aussi pages 149, 429, 437), il faudrait préciser ce que l'on doit entendre par cette dépendance dont v. Bortkiewicz parle. Si en effet on entend « dépendance nécessaire », on ne peut pas dire qu'elle existe non plus dans les autres cas de ces applications, ainsi que nous venons de dire; si l'on entend « corrélation statistique des p_{ab} et des q_{ab} selon les a » il n'est pas démontré que son absence soit suffisante à porter à un résultat univoque, et, si les résultats des différentes méthodes ne sont pas coïncidents, il y a, à un point de vue pratique, les mêmes inconvénients que dans le cas de la dépendance nécessaire; si enfin on entend « corrélation statistique des p_{ab} et des q_{ab} selon les b », son absence rend inutile, ainsi que nous l'avons vu (cfr. page 66 et suivantes), le recours aux méthodes d'élimination.

La conclusion à laquelle nous conduit notre discussion n'est donc pas du tout réconfortante, tout au moins au point de vue théorique. Les méthodes d'élimination portent, dans la plupart des cas, à des résultats divergents; si d'ailleurs les conditions dans lesquelles on peut démontrer que les résultats doivent être concordants, se réalisent, il n'est plus nécessaire d'avoir recours à ces méthodes, des méthodes plus simples donnant les mêmes résultats.

Il est inutile de répéter pour les méthodes *B* et *C* des considérations qui ne seraient que d'une parfaite analogie avec celles que nous venons de faire pour les méthodes *A* et *D*.

An point de vue pratique la divergence peut être pourtant presque négligeable. Westergaard a calculé les nombres indices de la mortalité avec la méthode *D* (type: les coefficients de mortalité de la population générale masculine) et avec la méthode *A* (type: la composition par âge de la population générale) pour beaucoup de groupes professionnels. Les résultats sont presque toujours coïncidents.

Voilà un exemple (2). La mortalité de la population générale étant faite = 100 on obtient les résultats suivants:

Mortalité à l'âge de 25-65 ans	Méthode *D*	Méthode *A*
Maîtres de magasins	86 (1)	86 (1)
Personnel de bureau	93 (2)	91,5 (2)
Voyageurs de commerce.	95 (3)	96 (3)
Personnel employé pour les transports. .	122 (4)	122 (4)

L'exemple où les divergences sont maxima (3) est le suivant. Dans ce cas, elles ne sont pas négligeables.

Mortalité à l'âge 25-65 ans	Méthode *B*	Méthode *A*
Maîtres de restaurants (M) en Angleterre	164 (4)	164 (5)
Garçons (G) en Angleterre	187 (8)	173 (8)
M. et G. en Angleterre	166 (5)	166 (6)
M. à Londres.	170 (6)	169 (7)
G. à Londres.	209 (12)	197 (11)
M. et G. à Londres	189 (9)	184 (9)
M. dans les districts industriels	200 (11)	203 (12)
G. » » » »	177 (7)	158 (4)
M. et G. dans les districts industriels . .	196 (10)	195 (10)
M. dans les districts agricoles	130 (1)	132 (1)
G. » » » »	157 (3)	145 (3)
M. et G. dans les districts agricoles . .	132 (2)	135 (2)

(1) Die *Lehre der Mortalität und Morbilität.* II Auflage. Cité, pages 530, 548, 551, 570, 575, 577, 585, 588, 592, 595, 596, 598, 628.
(2) Page 548.
(3) Page 628.

Les formules à choisir pour les nombres indices établis d'après les méthodes d'élimination.

31. — Non seulement les résultats des méthodes d'élimination sont plus ou moins divergents, mais ils ne répondent pas au but de la recherche. Bornons nous à présent au cas plus simple de $n = 2$.

Le but de la recherche est, ainsi que nous avons dit en commençant, de déterminer comment une certaine grandeur, dont les variations dépendent de deux groupes de circonstances p et q, aurait varié, d'un certain a à un certain autre, si l'un seulement des deux groupes aurait varié, en isolant de la sorte directement la variation déterminée par ce groupe et indirectement la variation déterminée par l'autre groupe. Indiquons par i et l les deux a considérés, par $[P_i\, Q_i]$, $[P_l\, Q_l]$ la grandeur dans les deux moments i et l, avec $[P_i\, Q_l]$ la valeur qu'elle aurait eue si le groupe q des circonstances avait été tel qu'il était dans le moment i et le groupe q tel qu'il était dans le moment l et au contraire avec $[P_l\, Q_i]$ la valeur qu'elle aurait eue si le groupe p des circonstances avait été tel qu'il était dans le moment l et le groupe q tel qu'il était dans le moment i, avec $[P]_{il}$ le coefficient exprimant la variation de i à l de la grandeur en question à attribuer au groupe de circonstances p, avec $[Q]_{il}$ le coefficient exprimant la variation de la grandeur de i à l à attribuer au groupe de circonstances q, avec $[P]_{li}$, $[Q]_{li}$ les coefficients des variations respectives de l a i.

Des définitions de $[P_i\, Q_i]$, $[P_l\, Q_i]$, $[P]_{il}$, on déduit

$$[P_i\, Q_i] \cdot [P]_{il} = [P_l\, Q_i] \tag{1'}$$

On a isolé de la sorte directement la variation de i à l à attribuer au groupe de circonstances p. Pour que le résultat réponde complètement au but de la recherche il est aussi nécessaire que l'on ait isolé indirectement, en même temps, la variation déterminée par le groupe de circonstances q, et par conséquent que l'on ait

$$\frac{[P_l\, Q_l]}{[P_l\, Q_i]} = [Q]_{il} \tag{2'}$$

On déduit de même des définitions sus-exposées

$$[P_l\, Q_l] \cdot [P]_{li} = [P_i\, Q_l] \tag{1''}$$

$$[P_i\, Q_i] \cdot [Q]_{il} = [P_i\, Q_l] \tag{1'''}$$

$$[P_l\, Q_l] \cdot [Q]_{li} = [P_l\, Q_i] \tag{1^{IV}}$$

et respectivement

$$\frac{[P_i\, Q_i]}{[P_i\, Q_l]} = [Q]_{li} \ (2'') \qquad \frac{[P_l\, Q_l]}{[P_i\, Q_l]} = [P]_{il} \ (2''') \qquad \frac{[P_i\, Q_i]}{[P_l\, Q_i]} = [P]_{li} \ (2^{IV})$$

Or, de ces égalités, on déduit

$$\frac{[P_l\,Q_i]}{[P_i\,Q_i]} = \frac{[P_l\,Q_l]}{[P_i\,Q_l]} \qquad \frac{[P_i\,Q_l]}{[P_i\,Q_i]} = \frac{[P_l\,Q_l]}{[P_l\,Q_i]} \tag{I}$$

qui nous disent que, pour que les résultats répondent au but de la recherche, les méthodes A et D, d'un côté, et les méthodes B et C, de l'autre, devraient donner les mêmes résultats. Nous avons déjà vu que cela ne se vérifie pas sauf dans des cas spéciaux.

Des égalités (1'), (2^{IV}) et (2'), (1^{IV}) ou bien des (1''), (2''') et (2'') et (1'''), ou déduit aussi

$$[P]_{il} = \frac{1}{[P]_{li}} \qquad [Q]_{il} = \frac{1}{[Q]_{li}} \tag{II}$$

et des (1'') et (2'') ou bien des (1^{IV}) et (2^{IV})

$$[P_i\,Q_i] = [P_l\,Q_l] \cdot [P]_{li} \cdot [Q]_{li} \tag{III}$$

La condition (II) peut être appelée *condition de réversibilité*, la condition (III) *condition de la décomponibilité des causes.*

Or les méthodes d'élimination ne répondent pas même à ces deux conditions. Si on détermine les valeurs $[P]_{li}, [P]_{il}, [Q]_{li}, [Q]_{li}$ d'après les méthodes D et C, on obtient en effet

$$[P]_{li} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\,q_{ib}} \qquad [P]_{il} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\,q_{lb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{lb}}$$

$$[Q]_{il} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\,q_{lb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\,q_{ib}} \qquad [Q]_{li} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{lb}}$$

Si on a recours au contraire aux méthodes A et B on a les résultats qui suivent

$$[P]_{li} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{lb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\,q_{lb}} \qquad [P]_{il} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\,q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,q_{ib}}$$

$$[Q]_{il} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, q_{lb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, q_{ib}} \qquad [Q]_{li} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, q_{lb}}$$

Il est facile de vérifier que les uns aussi bien que les autres ne satisfont, ni à la condition (II), ni à la (III).

32. — Du fait que les méthodes d'élimination ne répondent pas à la condition (III), il s'ensuit que les résultats des *méthodes directes* d'élimination ne coïncident pas nécessairement avec ceux des *méthodes indirectes.*

Les méthodes que nous avons considérées dans le § 31 sont des méthodes directes : afin d'éliminer l'influence des variations des q_{ab}, par exemple, on suppose que les q_{ab} soient constants de $a = l$ à $a = i$, et on calcule la valeur de $[P]_{li}$. Mais on a quelquefois recours, ainsi que nous l'avons vu (1), à la méthode indirecte.

En supposant, par exemple, que les p_{ab} soient constants de $a = l$ à $a = i$ on calcule la valeur de $[Q]_{li}$ et on déduit indirectement la valeur de $[P]_{li}$ en se basant sur la (III), procédé qui est justifié par des raisons pratiques lorsqu'on connaît les q_{ab} mais non les p_{ab} (2).

Au lieu de calculer, par exemple,

$$[P_l\, Q_l]\; [P]_{li} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\, q_{lb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{lb}} \; \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, q_{lb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\, q_{lb}} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, q_{lb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{lb}} \tag{1}$$

on calcule

$$[P_i\, Q_i]\colon \quad \frac{1}{[Q]_{li}} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{ib}} \; \frac{\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\, q_{lb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{lb}}}{\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\, q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{ib}}} \tag{2}$$

C'est précisément à cela que revient la *méthode indirecte de la population type* employée par le « Registrar General » de l'Angleterre. Le deuxième terme du deuxième membre de la (2)

---

(1) Cfr. page 29 note 1.
(2) Cfr. pages 49-50.

est appelé le *coefficient de correction.* Il n'est que la valeur de $\frac{1}{[Q]_{li}}$, où $[Q]_{li}$ est déterminé par la méthode B.

Or les résultats de la méthode indirecte coïncideraient avec ceux de la méthode directe, si la relation (III) était valable.

Dans le fait ils ne coïncident pas, ainsi qu'on l'a observé depuis longtemps (1).

Pour qu' ils coïncidassent il faudrait que le coefficient de correction ne fût pas (2)

$$\frac{\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\, q_{lb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{lb}}}{\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\, q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{ib}}} \quad \text{mais, au contraire,} \quad \frac{\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, q_{lb}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{lb}}}{\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\, q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{ib}}}$$

ou bien que le deuxième terme du premier membre de la (1) ne fût pas $\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\ q_{bl}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bl}\ q_{ib}}$ mais $\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\ q_{ib}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\ q_{ib}}$. On peut donner à cette observation une autre forme.

On peut remarquer que dans la (1), la valeur de $[P]_{li}$ est déterminée par la méthode A, et, dans la (2), la valeur de $[Q]_{li}$ est détérminée par la méthode B. Si l'on avait déterminé $[P]_{li}$ par la méthode D et $[Q]_{li}$ par la méthode B, ou bien si l'on avait déterminé $[P]_{li}$ par la méthode A et $[Q]_{li}$ par la méthode C, les résultats de la méthode directe et de méthode indirecte auraient coincidé (3).

---

(1) Cfr. Körösi, « Bull. de l' Inst. Int. de Stat. » tome VI, *Nachtrag* cité.

(2) Cfr. Wolfenden, cité, page 408.

(3) Si j'ai bien compris les observations de L. v. Bortkievicz, pages 147 et 422-423 du Tome XIV (première et deuxième livraison) du « Bulletin de l' Inst. Int. de Stat. », reviennent précisément à dire que la méthode indirecte, coïncide avec la méthode directe, lorsque, pour déterminer $[P]_{li}$, on adopte dans celle-ci la méthode D, à la place de la méthode A. — Il est à remarquer que ce que v. Bortkievicz entend par méthode de la « standard mortality » est précisément la méthode D (cfr. la definition à page 147) et non pas, selon la signification que l'on donne habituellement à cette expression, la méthode B.

La méthode complémentaire de la méthode A n' est donc pas la méthode B, mais, lorsqu'on prend pour type le même a, la méthode C. De même la méthode complémentaire de la méthode B est, en prenant pour type le même a, la méthode D.

J' ai eu l'occasion, il y a déjà plusieurs années, de faire une observation analogue au sujet de la méthode indirecte d'établir les nombres indices des variations de la richesse (1).

Pour calculer les nombres indices des quantités des biens compris dans la richesse ou dans les revenus nationaux, on adopte habituellement une méthode indirecte en divisant les évaluations successives de la richesse ou des revenus pour les nombres indices des prix des années correspondantes' ce qui est justifié, ainsi que nous l' avons remarqué (cfr. pages 49-50), par le fait que l'on connaît les valeurs des p_{ab}, mais non celles des q_{ab}, ni des $\sum_{b=1}^{s} q_{ab}$. C' est-à-dire qu' au lieu de calculer directement, par les méthodes B ou C, la valeur de $[Q]_{li}$, on la calcule indirectement d'après la formule

$$[Q]_{li} = \frac{[P_i\ Q_i]}{[P_l\ Q_l]}\ \frac{1}{[P]_{li}}$$

Le résultat que l'on obtient par cette formule, si $[P]_{li}$ est déterminé par la méthode A coïncide avec celui que l' on obtiendrait directement par la méthode C, et le résultat que l' on obtient par cette formule, si $[P]_{li}$ est déterminé par la méthode D, coïncide avec celui que l'on obtiendrait directement par la méthode B.

33. — Les méthodes d'élimination ne satisfont donc à aucune des conditions (I), (II), (III). Mais ne serait-il pas possible de choisir, parmi les résultats divergents des méthodes A et D et de même parmi les résultats divergents des méthodes B et C, une moyenne qui satisfasse aux conditions (II) et (III)?

Je ne suis pas en général partisan du procédé, proposé par certains auteurs (2), de présenter une moyenne de plusieurs nombres indices obtenus par des principes plus ou moins différents. Cette proposition se base sur l'idée que ces nombres indices méritent égale confiance, ce qui en général ne peut pas être dit. En général il paraît justifié d'affirmer que la moyenne ne correspondrait pas alors à une notion précise (3).

---

(1) Cfr. notre ouvrage *L' ammontare e la composizione della ricchezza delle nazioni*, Bocca, Torino 1914, pages 534-537.

(2) Edgeworth, cité, page 174.

(3) Dugé de Bernonville, cité, page 49.

Pour les résultats des méthodes A et D, et de même des méthodes B et C, qui sont basés sur le même principe théorique, il paraît pourtant que l'on ait raison d'affirmer qu'ils méritent égale confiance, et de plus il y a lieu d'observer que, ainsi que nous l'avons vu (cfr. page 87), les résultats de ces méthodes donnent les limites approximatives de la valeur du nombre indice que l'on cherche lorsque les variations des p_{ab} et des q_{ab} selon les a sont liées par une relation nécessaire et que l'on emploie le procédé du type mobile ou que l'on compare, avec le procédé du type fixe, un terme avec le terme type. . .

Voyons donc sur quels principes pourrait se baser le calcul de la moyenne.

On pourrait partir de la remarque que les résultats des méthodes A et D (ou B et C) diffèrent systématiquement lorsqu'il y a une relation, nécessaire ou statistique, positive ou négative entre les p_{ab} et les q_{ab} selon les a. Or nous disons que les p_{ab} et q_{ab} sont liés entre eux nécessairement ou statistiquement parce que, pour $p_{2b} \neq \frac{p_{2b}+p_{1b}}{2}$, on a aussi $q_{2b} \neq \frac{q_{2b}+q_{1b}}{2}$. Si, au contraire, on avait $p_{2b} = \frac{p_{2b}+p_{1b}}{2} = p_{1b}$, $q_{2b} = \frac{q_{2b}+q_{1b}}{2} = q_{1b}$ il n'y aurait pas cette connexion. On pourrait donc penser à substituer aux valeurs q_{2b}, q_{1b}, qui figurent dans les formules des méthodes A et D, leur moyenne $\frac{q_{2b}+q_{1b}}{2}$ et, de même, aux valeurs p_{2b}, p_{1b}, qui figurent dans les formules des méthodes B et C, leur moyenne $\frac{p_{2b}+p_{1b}}{2}$. Vraiment cette justification n'est pas tout à fait suffisante, car, ainsi que nous l'avons vu, l'indépendance des variations des p_{ab} et q_{ab} selon les a est nécessaire, mais non suffisante, pour obtenir la coïncidence des résultats des méthodes A et D (1). En tout cas, les formules auxquelles elle conduirait

(1) Dans un article, dont la première partie vient de paraître tandis que je corrige les épreuves, Sir G. H. KNIBBS donne une autre justification du recours à la moyenne arithmétique $\frac{q_{2b}+q_{1b}}{2}$.«Again it is also self-evident that the best basis of comparaison is a regimen which differs the least possible amount from the actual regimens of two dates compared. For each individual element this is of course the mean of the usage on the two occasions,

$$[P]_{12} = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b} \frac{q_{2b}+q_{1b}}{2}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b} \frac{q_{2b}+q_{1b}}{2}} \qquad [Q]_{12} = \frac{\sum_{b=1}^{s} q_{2b} \frac{p_{2b}+p_{1b}}{2}}{\sum_{b=1}^{s} q_{1b} \frac{p_{2b}+p_{1b}}{2}} \qquad (a)$$

méritent considération. La première formule correspondrait à la moyenne arithmétique des résultats des méthodes A et D, pondérée d'après les dénominateurs, et aussi la deuxième à la moyenne arithmétiquè pondérée des résultats des méthodes C et D. La première formule a été recommandée, pour les nombres indices des prix, par MARSHALL et EDGEWORTH (1). Les formules satisfont pourtant seulement à la condition de la réversibilité; elles ne satisfont pas au contraire à la condition de la décomponibilité des causes.

Il en est de même des formules suivantes, dont la première a été recommandée par SIDGWICK, DROBISCH (2), BOWLEY (3), et qui représentent les moyennes arithmétiques simples des résultats des méthodes A et D et respectivement des résultats des méthodes C et D. Elles ont d'ailleurs l'inconvénient d'être plus longues à calculer.

$$[P]_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}} + \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{2b}}\right) \quad [Q]_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}\, p_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{1b}\, p_{1b}} + \frac{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}\, p_{2b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{1b}\, p_{2b}}\right) (a \text{ bis})$$

Sur les formules précédentes les suivantes présenteraient un avantage.

$$[P]_{12} = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b} \frac{p_{2b}\, q_{2b} + p_{1b}\, q_{1b}}{p_{2b}+p_{1b}}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b} \frac{p_{2b}\, q_{2b} + p_{1b}\, q_{1b}}{p_{2b}+p_{1b}}} \qquad [Q]_{12} = \frac{\sum_{b=1}^{s} q_{2b} \frac{p_{2b}\, q_{2b} + p_{1b}\, q_{1b}}{q_{2b}+q_{1b}}}{\sum_{b=1}^{s} q_{1b} \frac{p_{2b}\, q_{2b} + p_{1b}\, q_{1b}}{q_{2b}+q_{1b}}} \qquad (b)$$

---

that is $\frac{1}{2}(q_2 + q_1)$» (Cfr. G. H. KNIBBS, *The nature of an unequivocal Price-index and Quantity - index*, « Journal of the American Statistical Association », March 1924, page 56). - Cette justification pourtant ne me parait pas non plus suffisante. En réalité on peut affirmer que la moyenne arithmétique diffère moins des deux quantités q_{2b} et q_{1b} seulement si l'on déduit la différence de la somme des carrés des écarts; si, au contraire, on déduit la différence de la somme des valeurs absolues des écarts, la moyenne arithmétique ne diffère pas moins d'une autre moyenne quelconque.

(1) Cfr. EDGEWORTH, *Sui Metodi*, etc. cité, page 172.

(2) D'après EDGEWORTH, *Sui Metodi* etc. cité, pages 171-172 et FISHER, *The Making*, cité, pag. 196 et 487.

(3) Cfr. *Elements of Statistics*, King and Son, London 1902, Second Edition, pag. 226-227.

L'avantage est que le total des valeurs calculées, c'est-à-dire $\sum_{b=1}^{s} p_{2b} \frac{p_{2b}\, q_{2b} + p_{1b}\, q_{1b}}{p_{2b} + p_{1b}} + \sum_{b=1}^{s} p_{1b} \frac{p_{2b}\, q_{2b} + p_{1b}\, q_{1b}}{p_{2b} + p_{1b}}$ est égal au total des valeurs observées $\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b} + \sum_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}$.

C'est là une propriété qui peut être utile dans certaines recherches. Par exemple, on peut avoir intérêt à connaître quel serait l'indice céphalique des deux sexes en supposant qu'un certain caractère, par exemple la taille, soit le même dans les deux sexes et que l'indice céphalique moyen pour l'ensemble de la population ne change pas. De même on peut avoir intérêt à connaître quelle serait la richesse de deux parties d'un pays (par exemple, Italie septentrionale et Italie méridionale) en supposant que les prix des différents biens fussent égaux dans les deux parties et que la richesse totale du pays demeurât invariée. Nous pourrons dire que les formules (b) satisfont à la *condition de la permanence des totaux;* elles satisfont aussi à la condition de la réversibilité, mais pas à celle de la décomponibilité des causes.

Pour avoir une formule qui satisfasse en même temps aux conditions de la réversibilité et de la décomponibilité des causes, il faut recourir à la moyenne géométrique des résultats que l'on obtient par les méthodes A et D, ou bien B et C. On parvient alors aux formules :

$$[P]_{12} = \sqrt{\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{2b} \quad \sum_{b=1}^{s} p_{2b}\, q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{2b} \quad \sum_{b=1}^{s} p_{1b}\, q_{1b}}} \qquad [Q]_{12} = \sqrt{\frac{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}\, p_{2b} \quad \sum_{b=1}^{s} q_{2b}\, p_{1b}}{\sum_{b=1}^{s} q_{1b}\, p_{2b} \quad \sum_{b=1}^{s} q_{1b}\, p_{1b}}} \qquad (c)$$

Ces formules ne satisfont pas à la condition de la permanence des totaux; mais elles satisfont à la condition de la réversibilité et à celle de la décomponibilité des causes et sont par conséquent les formules qui répondent aux buts que l'on se propose avec les méthodes d'élimination.

Il est évident que ces formules seront à préférer pour n'importe quelle recherche, lorsque la construction des nombres indices entre dans le domaine des méthodes d'élimination et étant admis que l'on possède toutes les données nécessaires à l'application de ces méthodes.

La première de ces formules a été proposée, pour les nombres indices des prix, premièrement — paraît-il — par Bowley, comme la moyenne géométrique des deux résultats auxquels on parvient par la méthode A, en prenant pour base le terme précédent et le suivant (1). Pigou (2) Walsh (3) et Young (4) l'ont aussi conseillée après Bowley, et Fisher l'a considérée comme la formule idéale précisément en vue des deux conditions que nous avons ap-

---

(1) Cfr. Palgrave, *Dictionary of Political Economy*, Vol. III: Article: *Wages nominal and real*, pag. 641. — Bowley ne donne pas une raison pour préférer la moyenne géométrique à l'arithmétique « The average (possibly the geometric rather than the arithmetic) of these ratios measures the relative « aisance » ». Dans ses *Elements of Statistics* il emploie en effet la moyenne arithmétique, ainsi que nous l'avons vu. Il me paraît que Bowley est tombé dans une équivoque, d'ailleurs sans importance, en suggérant cette formule pour mesurer l'« aisance relative » considérée par Guyot (cfr. note à pages 37-38). L'indice de l'aisance relative est un indice des consommations, c'est-à-dire des quantités. C'est à la formule de $[Q]_{12}$, et non à celle de $[P]_{12}$, qu'il faut avoir recours pour l'obtenir.

(2) Cfr. *Wealth and Welfare*, pag. 45-46, Macmillan, 1912, (le signe $\sqrt{}$ qui est oublié dans cette édition a été dûment inséré dans la suivante *Economics of Welfare*, 1920, p. 84). La raison donnée par Pigou est que, dans le cas que les méthodes que nous appelons A et D donnent des résultats contradictoires, si le premier porte à un indice beaucoup supérieur à 100 et le second à un indice pas beaucoup inférieur à 100, il est possible que le niveau des prix ait augmenté et cela d'autant plus que le résultat de la première méthode excède sur celui de la seconde. Je ne sais voir pourtant dans ce raisonnement une raison bien claire pour choisir la moyenne géométrique en comparaison d'une autre moyenne, par exemple de l'arithmétique. Il est probable que l'auteur lui-même se soit aperçu de l'insuffisance de cette justification, puisqu'elle n'est pas reproduite dans *Economics of Welfare*, où on lit seulement. « In this matter our procedure must necessarily be more or less arbitrary. Simplicity and convenience, on the whole, point to the square root of the product.... » etc. (page 78).

(3) Cfr. *The problem of Estimation*, London, King and Son, 1921, pag. 102 — Les raisons portées par Walsh sont plusieurs, et peut-être pas toutes bonnes: « This method still fails to satisfy the circular test: but perhaps it satisfies it best of all. Note that it involves the arithmetic average, the harmonic average, the weighting of the first and second periods, and the geometric mean. It is too, neither more nor less than the geometric mean between two forms of the formulae (I) $\left[\frac{\Sigma\, q p_2}{\Sigma\, q p_1}\right]$ applied to the quantities of the two periods one at time. It seems to contain everything that could be desired ».

(4) *The measurement of Changes of the general Price Level*, « The Quarterly Journal of Economics », August 1921, pag. 572 — Le Prof. Young adopte la moyenne géométrique des méthodes A et D, se basant sur la considération que le produit des résultats de l'une des deux méthodes et de la réciproque de l'autre donnerait l'unité si les deux méthodes étaient en accord.

pelées de la réversibilité et de la décomponibilité des causes et que, en parlant des prix, il appelle de la réversibilité selon le temps et selon les facteurs (1).

34. — Notre conclusion, pour ce qui concerne la comparaison entre deux a, coïncide donc avec celle de FISHER. Mais la raison pour laquelle FISHER exige que la formule idéale satisfasse à ces deux conditions est différente de celle que nous avons donnée. Cette différence provient à son tour d'une différence fondamentale, que nous avons déjà signalée (cfr. page 10 et suivantes) pour ce qui concerne la nature des nombres indices et les conditions auxquelles ils doivent satisfaire. A notre avis les nombres indices sont, dans la plupart des cas, des applications des méthodes d'élimination, visant à séparer, dans les variations des valeurs, les variations des quantités des variations des prix, tandis que FISHER ne voit, dans les nombres indices des prix, qu'une moyenne des rapports entre les prix individuels. Par conséquent, nous demandons logiquement que la formule idéale satisfasse aux conditions qui sont nécessaires pour atteindre son but ; tandis que FISHER est logiquement porté a demander à la formule idéale qu'elle réalise pour les rapports entre les moyennes des prix les conditions qui sont réalisées pour les rapports entre les prix individuels (2).

Nous avons déjà examiné si le point vue duquel FISHER considère les nombres indices répond à la réalité des problèmes qu'ils sont appelés à résoudre mieux que le nôtre. Ici je désire seulement

---

(1) Cfr. FISHER — *The Making* etc. cité, Chapitre XI ; *The best form of Index numbers*, « Quarterly Publications of the American Statistical Association », March, 1921. — PIGOU aussi dans *Economics of Welfare* parle de cette formule comme de la « ideally best measure for the pourpose » (page 79) ou de la « ideal measure » (page 86).

(2) Cfr. *The Making* etc., cité, pag. 382. A page 64 et 75 FISHER porte aussi comme justification la symétrie du problème envers les deux a (1 et 2) et envers les p_{ab} et q_{ab}. Pour ce qui concerne les p_{ab} et q_{ab}, cette symétrie n'existe pas, ainsi que nous l'avons déjà observé (page 59); pour ce qui concerne les deux a (1 et 2), on peut admettre qu'elle existe généralement, mais pas toujours. Cfr., à ce sujet, BOWLEY, « Economic Journal », March 1923, page 92. La condition de la réversibilité était posée déjà par WALSH, et justifiée par la symétrie du problème envers les deux a. Cfr. *The problem of estimation*, cité, page 90, et *Measurement of general exchange value* 1911, pages 324-332, 368-69, 389-90. Il paraît qu'elle ait été posée pour la première fois par N. G. PIERSON, *Further considerations on Index numbers*, « Economic Journal », Vol VI, March 1896, pages 128-129. PIERSON commentait un passage de SAUERBECK qui signalait la divergence entre les résultats des méthodes A et D par le procédé du type précédent.

faire remarquer que, si on l'accepte et on pose par conséquent logiquement comme condition que la formule idéale doive satisfaire à un maximum des conditions qui sont réalisées par les prix individuels, c'est sur la moyenne géométrique simple des rapports des prix, et non pas sur la première des formules (*c*), que l'on doit faire tomber son choix (1).

Je vois en effet quatre conditions auxquelles les rapports entre les prix individuels satisfont et dont on peut demander la réalisation à leurs moyennes.

1°) La condition de la *réversibilité* qui, pour les prix individuels, peut être exprimée par l'égalité:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{\frac{p_1}{p_2}}$$

2°) La condition de la *décomponibilité des causes* qui, pour les prix individuels, peut être exprimée par l'égalité:

$$\frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{q_2}{q_1} = \frac{p_2\, q_2}{p_1\, q_1}$$

3°) La condition de la *permanence des totaux* qui, pour les prix individuels, peut être exprimée par l'égalité:

$$\left(1 + \frac{p_2}{p_1}\right) p_1 = p_2 + p_1$$

---

(1) Tout en partageant, à un point de vue théorique (cfr. pour le point de vue pratique, les §§ 37-38) et en tant qu'il s'agit d'applications des méthodes d'élimination, la conclusion de Pigou, de Walsh et de Fisher au sujet de la préférence à donner à la formule qu'ils préconisent, je ne suis pas surpris si les raisons qu'ils ont portées n'ont pas réussi à persuader les statisticiens et les économistes, qui se sont, plus ou moins, prononcé contre cette préference. Cfr., par exemple, Mitchell et Persons dans la discussion qui eut lieu à « l'American Stat. Association », « Quarterly Publ. of the Amer. Stat. Assoc. » Mars 1921; Young, en « The Quarterly Journal of Economics », February 1923; Bowley, en « Economic Journal », Mars et Juin 1923; Snyder, en « The American Economic Review »; Septembre 1923; Dugé de Bernonville, *Note sur les méthodes d'établissement des indices des prix de détail et du coût de la vie*, dans les « Rapports de la Commission d'études pour les statistiques économiques internationales », pag. 49. L'Institut Intern. de Statistique n'a pas cru devoir recommander un mode de calcul particulier (Cfr. *Résolutions* en appendice à l'article de March en « Metron » Vol. III. N. 3-4). — Si je ne me fais pas d'illusions, je pense que les raisons que j'ai portées dans ce travail devraient bien faire reprendre en examen la question.

où p_1 est le prix de l'année base, 1 est le nombre indice correspondant à cette année et $\frac{p_2}{p_1}$ est le nombre indice correspondant à l'année 2.

4°) La condition de l'*invertibitité* qui, pour les prix individuels, peut être exprimée par l'égalité $\frac{\frac{1}{p_2}}{\frac{1}{p_1}} = \frac{p_1}{p_2}$.

Nous avons déjà expliqué la signification des trois premières conditions. La signification de la quatrième condition pour les prix est la suivante: le rapport entre le pouvoir d'achat de la monnaie pour une marchandise b dans le moment 2 et son pouvoir d'achat dans le moment 1 est égal au rapport entre le prix de cette marchandise dans le moment 1 et son prix dans le moment 2.

Or les formules (b) satisfont aux conditions 1 et 3, mais non pas à la 2, ainsi que nous l'avons vu, ni à la 4.

Les formules (c) satisfont aux conditions 1 et 2, mais non pas à la 3, ni à la 4.

Les moyennes géométriques des rapports $\frac{p_{2b}}{p_{1b}}$, $\frac{q_{2b}}{q_{1v}}$ qui portent aux formules

$$[P]_{12} = \sqrt[s]{\frac{p_{21} \cdot p_{22} \cdot \ldots \cdot p_{2s}}{p_{11} \cdot p_{12} \cdot \ldots \cdot p_{1s}}} \qquad [Q]_{12} = \sqrt[s]{\frac{q_{21} \cdot q_{22} \cdot \ldots \cdot q_{2s}}{q_{11} \cdot q_{12} \cdot \ldots \cdot q_{1s}}} \qquad (d)$$

satisfont aux conditions 1, 2 et 4; et ne satisfont pas à la condition 3.

35. — Jusqu'à présent nous avons considéré le cas de $n = 2$; ce qui correspond à la réalité dans des recherches particulières (lorsque, par exemple, les a sont les deux sexes), mais non pas dans la grande majorité des applications des méthodes d'élimination. Si les a sont plus nombreux, ou pourrait observer que l'on peut ramener la construction des nombres indices au cas précédent en ayant recours au procédé du type mobile, soit précédent, soit suivant, puisque dans ce cas la comparaison est bornée à deux a successifs. Même dans ce cas on peut pourtant demander que, si on déplace le type, le résultat soit en harmonie avec les précédents. Par exemple, si nous avons obtenu, pour un pays ou une année i, un indice $[P]_{oi}$ par rapport à un autre pays ou à une autre année o prise comme type, et un indice $[P]_{io}$ pour le pays ou année o

par rapport à un troisième pays ou année l, on peut demander que l'indice $[P]_{li}$, construit par le même procédé pour le pays ou année i par rapport au pays ou année l, réponde à la condition

$$[P]_{li} = [P]_{lo} \cdot [P]_{oi}. \qquad \text{(IV)}$$

Une condition analogue peut être posée naturellement pour $[Q]_{li}$.

On peut l'appeler *condition transitive.*

Si la condition transitive se vérifie, les conditions (II) et (III) peuvent être généralisées.

La (II) peut être mise sous la forme

$$[P]_{il} = \frac{1}{[P]_{lo}\,[P]_{oi}} \qquad \text{(II bis)}$$

et être appelée *condition circulaire.*

La (III) peut être mise sous la forme

$$[P_i\, Q_i] = [P_l\, Q_l]\ [P]_{lo}\ [P]_{oi}\ [Q]_{lo}\ [Q]_{oi} \qquad \text{(III bis)}$$

et être appelée *condition de la décomposition graduelle des causes.*

Les conditions (II bis) et (III bis) se réduisent respectivement aux (II) et (III) dans le cas spécial où on a $o = i$ ou bien $o = l$.

La condition de la décomposition graduelle des causes n'a pas été — que je sache — envisagée jusqu'à présent dans la littérature des nombres indices.

Les conditions (IV) et (II bis) sont au contraire désignées sous la même dénomination de «circular test» proposée par WALSH. A un point de vue logique il est pourtant opportun de les distinguer, la condition (II bis) impliquant, outre la condition (IV), aussi la condition (II). La dénomination de « circular test », ou condition circulaire, est évidemment plus appropriée pour la condition (II bis).

Plusieurs auteurs — premièrement, paraît-il, WESTERGAARD — ont signalé la nécessité ou l'opportunité que les nombres indices des prix se conforment à la condition (IV) ou à la (II bis). Quelques uns — tels què WALSH — ont pris cette condition comme un des critèriums pour juger de la bonté des formules des mêmes indices (1). FISHER, au contraire, a soutenu qu'il est absurde de vouloir calculer des nombres indices qui se conforment à cette condition. Son argument est que, les q_{ab} étant différents, il est absurde de prétendre de faire deux comparaisons entre deux couples différentes de pays

(1) Cfr. la discussion au sein de l'« American Statistical Association », « Quarterly Journal of the Am. Stat. Ass. », Mars 1921, page 540, et *The Problem of estimation*, page 98 et suivantes.

ou d'années en se basant sur les mêmes q_{ab} (1). Cet argument est développé par FISHER au sujet des nombres indices des prix, mais, s'il était valide, il aurait évidemment une portée générale, c'est-à-dire pour toutes les applications des méthodes d'élimination. Il n'est pas pourtant persuasif. Il prouve trop. Les q_{ab} sont différents, non seulement d'une couple de pays à une autre ou d'une couple d'années à une autre, mais aussi d'un pays ou d'une année à l'autre, ce qui n'empêche pas de calculer des nombres indices qui répondent à la condition de réversibilité. Nous verrons d'ailleurs ensuite qu'il n'est pas du tout impossible — et il n'est pas même difficile — de généraliser les formules (c), ainsi que les (a) et les (b), de façon qu'elles satisfassent à la condition transitive et par conséquent aux conditions (II bis) et (III bis).

Pour ce qui concerne les prix, pourtant, des raisons bien différentes limitent la comparabilité de chaque nombre indice au nombre indice de la période ou du pays type, ainsi que nous avons déjà dit (cfr. page 89). Nous reviendrons bientôt sur ce sujet.

Ce qu'il faut dire clairement c'est que cela importe une généralisation des concepts des coefficients $[P]_{li}$, $[Q]_{li}$.

En parlant de ces conditions, nous avons considéré, par exemple, le coefficient $[P]_{li}$ comme le coefficient pour lequel on doit multiplier $[P_l\ Q_l]$ pour obtenir $[P_i\ Q_l]$ ou bien $[P_l\ Q_i]$ pour obtenir $[P_i\ Q_i]$. C'est à dire qu'ayant une série de p_{ab} et une série de q_{ab} *correspondants à un même* a ($a = i$ ou $a = l$), $[P]_{li}$ nous donne le moyen de passer de la somme de leurs produits $[P_l\ Q_l]$ ou $[P_i\ Q_i]$ à la valeur que la somme aurait en substituant à la série des p_{ab} une série différente, ou bien le moyen de passer inversement de cette dernière somme à la première.

Or nous pouvons généraliser ce concept de $[P]_{li}$ en disant qu'étant donné une série de p_{ab} et une série de q_{ab} *correspondant soit à un même* a *soit à des* a *divers*, $[P]_{li}$ nous donne le moyen de passer de la somme de leurs produits à la valeur que la somme aurait en substituant à la série des p_{ab} une série différente, ou bien le moyen de passer inversement de cette dernière somme à la première. $[P]_{li}$ serait donc défini par la relation

$$]P_l\ Q_o] \cdot [P]_{li} = [P_i\ Q_o] \qquad (\delta)$$

et de même $[Q]_{li}$ par l'autre

$$[P_o\ Q_l] \cdot [Q]_{li} = [P_o\ Q_i] \qquad (\delta')$$

(1) *The Making*, etc, cité, Chapitre XIII, en particulier page 278.

Cette définition plus générale de $[P]_{li}$, $[Q]_{li}$ est d'ailleurs en parfaite concordance avec le but des méthodes d'élimination, tel que nous l'avons exposé à page 6; c'est à dire de dégager de certaines grandeurs à comparer, qui peuvent être regardées comme influencées par deux groupes de circonstances, l'influence de chacun des deux groupes. Nous n'avons pas exclu en effet que les deux groupes de circonstances considérées puissent concerner deux différents a.

De la relation (δ) on déduit

$$\begin{aligned} [P_l\, Q_l]\cdot[P]_{lo} &= [P_o\, Q_l] \\ [P_o\, Q_l]\cdot[P]_{oi} &= [P_i\, Q_l] \\ [P_l\, Q_l]\cdot[P]_{li} &= [P_i\, Q_l] \end{aligned}$$

et de celles-ci

$$[P]_{lo}\,[P]_{oi} = [P]_{li}$$

Nous pouvons donc conclure que la condition transitive dérive elle aussi du but des méthodes d'élimination.

En indiquant avec $[P]_{li}$, $[Q]_{li}$ les coefficients qui mesurent l'influence des variations des p_{ab} ou des q_{ab} de l à i, d'après les formules (a), $(a$ bis$)$, (b), (c), abstraction faite des autres a, et au contraire avec $[P]^n_{li}$, $[Q]^n_{li}$, les coefficients qui mesurent l'influence des variations des p_{ab} ou des q_{ab} de l à i, en tenant compte de tous les a au nombre de n, de façon à satisfaire aux conditions transitive et circulaire, on parvient aux formules suivantes

$$[P]^n_{li} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{ib}\,\dfrac{\sum\limits_{a=1}^{n} q_{ab}}{n}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\,\dfrac{\sum\limits_{a=1}^{n} q_{ab}}{n}} \qquad [Q]^n_{li} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} q_{ib}\,\dfrac{\sum\limits_{a=1}^{n} p_{ab}}{n}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{lb}\,\dfrac{\sum\limits_{a=1}^{n} p_{ab}}{n}} \qquad (a')$$

On peut les justifier de la façon suivante: D'après les formules (δ), (δ') on a

$$[P]_{li} = \frac{[P_i\ Q_a]}{[P_l\ Q_a]} \qquad [Q]_{li} = \frac{[P_a\ Q_i]}{[P_a\ Q_l]}$$

Nous pouvons donner à a toutes les valeurs de 1 à n. En faisant la moyenne arithmétique des résultats, pondérée d'après les dénominateurs, on parvient précisément aux formules précédentes.

En faisant au contraire la moyenne arithmétique simple de ces résultats on parviendrait aux formules

$$[P]_{li}^{n} = \frac{1}{n} \sum_{a=1}^{n} \sum_{b=1}^{s} \frac{p_{ib}\, q_{ab}}{p_{lb}\, q_{ab}} \qquad [Q]_{li}^{n} = \frac{1}{n} \sum_{a=1}^{n} \sum_{b=1}^{n} \frac{q_{ib}\, p_{ab}}{q_{lb}\, p_{ab}} \quad (a' \text{ bis})$$

Ces formules satisfont à la condition transitive et à la condition circulaire et ne sont que les (a) et les $(a$ bis$)$ généralisées. Elles se réduisent aux (a), et respectivement aux $(a$ bis$)$, pour $n = 2$.

Les formules

$$[P]_{li}^{n} = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{ib} \dfrac{\sum_{a=1}^{n} p_{ab}\, q_{ab}}{\sum_{a=1}^{n} p_{ab}}}{\sum_{b=1}^{s} p_{li} \dfrac{\sum_{a=1}^{n} p_{ab}\, q_{ab}}{\sum_{a=1}^{n} p_{ab}}} \qquad [Q]_{li}^{n} = \frac{\sum_{b=1}^{s} q_{ib} \dfrac{\sum_{a=1}^{n} p_{ab}\, q_{ab}}{\sum_{a=1}^{n} q_{ab}}}{\sum_{b=1}^{s} q_{lb} \dfrac{\sum_{a=1}^{n} p_{ab}\, q_{ab}}{\sum_{a=1}^{n} q_{ab}}} \quad (b')$$

satisfont à la condition transitive, à la condition circulaire et à celle de la permanence des totaux. Elles sont les (b) généralisées et se réduisent à celles-ci pour $n = 2$.

Les formules (c) enfin peuvent être généralisées dans les expressions suivantes, où $\overset{n}{\underset{i=1}{\pi}} [P]_{li}$ signifie « produit de tous les coefficients $[P]_{l1} \cdot [P]_{l2} \cdot [P]_{l3} \cdots\cdots [P]_{ln}$ ».

$$[P]_{li}^{n} = \sqrt[n]{\overset{n}{\underset{a=1}{\pi}} [P]_{ia} \cdot \overset{n}{\underset{a=1}{\pi}} [P]_{al}} \qquad [Q]_{li}^{n} = \sqrt[n]{\overset{n}{\underset{a=1}{\pi}} [Q]_{ia} \cdot \overset{n}{\underset{a=1}{\pi}} [Q]_{al}} \quad (c')$$

On parvient à ces formules par les considérations suivantes: D'après les formules (δ), (δ') on a

$$[P]_{li} = \frac{[P]_{ia}}{[P]_{la}} \qquad [Q]_{li} = \frac{[Q]_{ia}}{[Q]_{la}}$$

et en vertu de la conditlon de la réversibilité (qui est satisfaite par les valeurs de $[P]_{li}$, $[Q]_{li}$ déterminées d'après les formules (c)

$[P]_{li} = [P]_{ia}\, [P]_{al}$ $\qquad$ $[Q]_{li} = [Q]_{ia} . [Q]_{al}$.

Nous pouvons donner à a toutes les valeurs de i à n. En prenant la moyenne géométrique des résultats, on parvient précisément aux formules précédentes.

Ces formules satisfont à la condition transitive et à la condition circulaire ainsi qu'à celle de la décomponibilité graduelle des causes. Elles se réduisent aux formules (c) pour $n = 2$. Au point de vue théorique, ce sont les formules que l'on devrait adopter. Au point de vue pratique, elles ont l'inconvénient d'être assez longues à calculer.

Les formules (a'), (a' bis), (b'), (c') ont aussi l'inconvénient que, lorsqu'il s'agit de séries de grandeurs à comparer qui s'allongent continuellement, ainsi qu'il arrive pour les nombres indices de la mortalité, il faut refaire les calculs continuellement. Mais, dans ce cas, le (c') et les (a' bis) présentent un avantage sur les (a') et les (b'), car les résultats que l'on a déjà obtenus peuvent être employés pour les calculs successifs.

36. — L'application des formules (a'), (a' bis), (b'), (c') présente cependant une limitation importante, qui provient du fait que les relations (δ), (δ'), et par conséquent la généralisation des concepts $[P]_{lt}$, $[Q]_{lt}$, ne peuvent pas être admises lorsque les variations des p_{ab} et des q_{ab} selon les a sont liées nécessairement entre elles. Nous avons vu que, dans ce cas, les résultats que l'on obtient avec les méthodes A et D représentent les valeurs approximatives des limites entre lesquelles tombe la valeur du coefficient $[P]_{lt}$ et de même les résultats que l'on obtient avec les méthodes B et C représentent les valeurs approximatives des limites entre lesquelles tombe la valeur du coefficient $[Q]_{lt}$, en employant dans les deux cas la méthode de la base mobile précédente. Or cela ne se vérifie pas dans les relations (δ), (δ'). Il n'y a, par exemple, aucune raison d'attendre que le rapport $\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_t\, q_o}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_l\, q_o}$ soit compris entre les limites $\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_t\, q_t}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_l\, q_t}$ et $\dfrac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_t\, q_l}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_l\, q_l}$.

Il n'y a aucune raison non plus d'attendre que les valeurs données par les formules (a'), (a' bis), (b'), (c') tombent entre ces limites.

Nous parvenons donc par une autre voie à une conclusion que nous avons déjà atteinte (cfr. page 89), c'est-à-dire que, lorsque les variations des p_{ab} et des q_{ab} selon les a sont liées nécessairement entre elles, tout ce que l'on peut faire est de comparer les sommes des produits $p_{ab}\ q_{ab}$ deux à deux. C'est le cas pour les prix et les quantités des marchandises, ainsi que nous l'avons vu. Sur ce point aussi notre conclusion est d'accord avec celle de FISHER dans le sens que l'on ne doit pas demander aux nombres indices des prix de posséder la propriété transitive, mais cela, non à cause d'une impossibilité technique, qui n'existe pas, de construire des nombres indices qui la possèdent, mais à cause de la circonstance que de tels nombres indices pourraient ne pas représenter les variations des prix indépendamment des quantités avec lesquelles elles sont liées.

On ne doit pas d'ailleurs cacher les conséquences de cette conclusion, qui sont bien graves. Les conséquences sont que la méthode du type mobile nous permet seulement des comparaisons entre deux nombres indices des prix successifs et la méthode du type fixe nous permet des comparaisons seulement entre un des nombres indices quelconque et celui qui correspond à l'année type. Lorsqu'on veut comparer les nombres indices concernant deux autres années, il faut les construire exprès (1).

37. — En recourant aux moyennes et en jugeant de leurs propriétés, nous avons jusqu'à présent supposé : 1) que les b soient les mêmes dans tous les a; 2) que tous les p_{ab} et tous les q_{ab} soient connus; 3) que leur détermination ne soit pas assujettie à des erreurs.

Dans la réalité, les choses se passent souvent autrement et cela peut ne pas rester sans influence sur la formule à choisir pour le nombre indice.

Ad 3.) Les prix, par exemple, peuvent être inexacts, ou parce qu'on fait des erreurs matérielles dans les observations, ou parce qu'ils ne regardent qu'une partie des marchandises à considérer, et dans ce cas ils peuvent s'éloigner des prix que l'on devrait considérer, ou systématiquement, ou par des écarts dus au hasard.

---

(1) Dans les discussions qui ont suivi à l'ouvrage du Prof. FISHER, plusieurs auteurs ont exprimé l'idée que les nombres indices ne sont pas calculés seulement en vue de comparer chaque nombre indice avec celui pour l'année type, mais aussi pour comparer entre eux les nombres indices de toute une série d'années. Cfr. MITCHELL dans la discussion à la communication de FISHER à « l'Am. Stat. Association», March 1921, page 545, YOUNG *Fisher's « The Making of Index Numbers »*, cité page 347. Ce qui est dit dans le texte fait comprendre que ce sont là des désirs qui ne peuvent pas obtenir satifaction, tout au moins d'une façon rigoureuse.

Même pour une marchandise d'une qualité bien déterminée, le prix peut varier, par exemple d'une saison à l'autre. Il faut naturellement prendre la moyenne des prix faits dans les différentes saisons; mais la moyenne ne répondrait pas au but de la recherche si elle ne tenait pas compte de la différente importance de ces prix à cause des différentes quantités de la marchandise qui sont échangées ou consommées ou produites dans les diverses saisons (1).

Les données sur les quantités peuvent aussi être inexactes, et bien souvent il s'agit de données calculées approximativement, plutôt que de quantités observées.

Or il est bien possible que ces inexactitudes aient plus de poids sur la formule idéale que sur une autre formule, de façon à rendre celle-ci préférable dans la pratique. Par exemple, si les prix sont connus exactement, mais les quantités sont inexactes, il n'est pas à exclure que l'introduction des quantités dans la formule idéale nous éloigne de la vérité plus que le recours au rapport entre les moyennes arithmétiques des prix ne puisse le faire à cause de la corrélation entre les variations des p_{ab} et des q_{ab} selon les b, ou le recours à la moyenne simple arithmétique (ou harmonique) des rapports entre les prix individuels ne puisse le faire à cause des relations entre les variations des $\frac{p_{2b}}{p_{1b}}$ et $p_{1b}\, q_{1b}$ ou respectivement des $\frac{p_{1b}}{p_{2b}}$ et $p_{2b}\, q_{2b}$). De même si les quantités sont connues exactement pour le premier a (par exemple pour une année de la période d'avant guerre) et inexactement pour le deuxième (par exemple pour une année de la période de guerre), il est bien possible que le recours à la méthode A qui implique seulement l'emploi des q_{1b} soit préférable à une moyenne des méthodes A et D telle qu'elle est donnée par la formule idéale (2).

Ad 2) Nous avons déjà pris en considération le cas où on ne connaît pas les $s \times n$ valeurs des p_{ab} mais seulement les $s \times n$ valeurs de q_{ab} et les n valeurs des $\sum_{b=1}^{s} p_{ab}\, q_{ab}$, ou bien on ne connaît pas

(1) Cfr. EDGEWORTH, *Sui metodi*, etc., cité, pages 322-323.

(2) Dans l'article cité (« Journal of the American Stat. Ass. », March 1924, pages 50-52), Sir G. H. KNIBBS vise à donner une limite supérieure de l'erreur que les inexactitudes des prix exercent sur le nombre indice des prix établi d'après la méthode A, et, de même, une limite supérieure de l'erreur que les inexactitudes des quantités exercent sur le nombre indice des quantités établi d'après la méthode B.

les $s \times n$ valeurs des q_{ab}, mais seulement les $s \times n$ valeurs de p_{ab}, ou encore on ne connaît ni les unes ni les autres mais l'on connaît les $s \times n$ valeurs de $r_{ab} = p_{ab}\ q_{ab}$ et les n valeurs de $\sum_{b=1}^{s} q_{ab}$; et nous avons vu que, dans ce cas, la méthode D, ou respectivement la A, ou bien la D' avec le procédé du type fixe, est la seule applicable (Cfr. pages 48-49 et 52). Il est donc exclu dans ce cas d'avoir recours à des moyennes telles que celles représentées par les formules (a), (a bis), (b), (c), (a') (a' bis), (b'), (c'). Mais l'analyse, que nous avons faite, a aussi pour ces cas son importance car elle est apte à montrer le sens dans lequel les résultats ainsi obtenus peuvent s'écar ter du résultat plus exact que l'on aurait obtenu si l'on avait eu à disposition tous les élements nécessaires.

38. — Le cas où les b ne sont pas les mêmes pour les divers a comparés mérite une attention spéciale. C'est le cas habituel dans les comparaisons des deux sexes, où les b sont représentées par les dimensions d'un caractère anthropométrique, par ex. taille, longueur de la tête etc., les dimensions plus fortes se rencontrant alors seulement dans les hommes et les plus petites seulement dans les femmes. C'est ce qui peut arriver aussi dans la construction des nombres indices des prix, si les a sont assez éloignés entre eux, de nouveaux biens ayant pu être introduits dans l' intervalle (par exemple, chemins de fer, automobiles, aéroplanes etc.).

Il faut considérer séparément les effets de cette circonstance sur les méthodes A et D et sur les méthodes B et C. Ils sont différents, ce qui nous montre que la symétrie des formules en p_{ab} et q_{ab} n'est en effet qu'une symétrie formelle.

Si l'on veut éliminer l'influence des q_{ab} et mettre en évidence les effets des variations des p_{ab} (Methodes A et D), le procédé habituel est de considérer seulement les q_{ab} qui sont communes à tous les a considérés. Par exemple, en désirant éliminer l'influence que les différences de taille exercent sur l'indice céphalique moyen des deux sexes, on prend en considération seulement les hommes et les femmes dans les catégories des tailles où les deux sexes sont représentés. De même, pour avoir un nombre indice des prix, on néglige souvent les marchandises qui n'existaient pas dans un des deux moments ou des deux pays comparés (1). Si, entre

(1) Cfr. Correa Moylan Walsh, *The problem of estimation,* King and Son. 1921 : « If a commodity exists at one period and not at another, it must be omitted from any comparaison of these two periods: for its prices have not varied, it has merely appeared or disappeared » (pag. 89).

les s modalités des b, il y en a seulement $s-d$ qui sont communes à tous les a, on limite donc le calcul à ces $s-d$ modalités. Il faut pourtant remarquer que les résultats auxquels on parvient ne gardent les propriétés (II) et (III) ou (II bis) et (III bis) que pour les $s-d$ modalités de b. Par exemple, si, d'après les formules (c), nous calculons :

$$[P]_{12}=\sqrt{\frac{\sum_{b=1}^{s-d} p_{2b}q_{2b} \sum_{b=1}^{s-d} p_{2b}q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s-d} p_{1b}q_{2b} \sum_{b=1}^{s-d} p_{1b}q_{1b}}} \qquad [Q]_{12}=\sqrt{\frac{\sum_{b=1}^{s-d} q_{2b}p_{2b} \sum_{b=1}^{s-d} q_{2b}p_{1b}}{\sum_{b=1}^{s-d} q_{1b}p_{2b} \sum_{b=1}^{s-d} q_{1b}p_{1b}}} \tag{α}$$

nous avons

$$\sum_{b=1}^{s-d} p_{1b}q_{1b} \cdot [P]_{12} \cdot [Q]_{12} = \sum_{b=1}^{s-d} p_{2b}q_{2b} \tag{β}$$

mais nous n'avons pas

$$\sum_{b=1}^{s-d} p_{1b}q_{1b}\, [P]_{12} \cdot [Q]_{12} = \sum_{b=1}^{s} p_{2b}q_{2b}\,; \tag{γ}$$

c'est-à-dire que la propriété (III) subsiste pour les $s-d$ modalités des b, mais ne nous permet plus de passer de la valeur totale $\sum_{b=1}^{s-d} p_{1b}q_{1b}$ en 1 à la valeur totale $\sum_{b=1}^{s} p_{2b}q_{2b}$ en 2.

On pourrait atteindre ce dernier but en considérant, dans les Σ, non seulement les $s-d$ modalités de b, mais aussi les autres d modalités lorsque les valeurs correspondantes $p_{ab}\, q_{ab}$ sont connues. L'on obtiendrait alors :

$$[P]_{12}=\sqrt{\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{2b}q_{2b} \sum_{b=1}^{s-d} p_{2b}q_{1b}}{\sum_{b=1}^{s-d} p_{1b}q_{2b} \sum_{b=1}^{s-d} p_{1b}q_{1b}}} \qquad [Q]_{12}=\sqrt{\frac{\sum_{b=1}^{s} q_{2b}p_{2b} \sum_{b=1}^{s-d} q_{2b}p_{1b}}{\sum_{b=1}^{s-d} q_{1b}p_{2b} \sum_{b=1}^{s-d} q_{1b}p_{1b}}}$$

qui satisfont à la condition (γ), mais dans lesquelles $[P]_{12}$ ne peut évidemment pas être considéré comme exprimant les variations des $p_{ab}\, q_{ab}$ dues exclusivement aux variations des p_{ab}.

On peut faire des considérations analogues pour les formules (b) et (b') au sujet de la propriété de la permanence des totaux.

Si nous voulons maintenant éliminer l'influence des p_{ab} et mettre en lumière les effets des variations des q_{ab} du moment 1 au moment 2, nous ne devons pas procéder d'une façon analogue à la précédente, en considérant seulement les $s-d$ modalités de b qui sont communes aux deux modalités de a. Par exemple, si nous voulons décider comment aurait varié la richesse d'un pays dans le XIX^e siècle, en éliminant l'influence des variations des prix, nous ne pouvons pas naturellement négliger les chemins de fer, les automobiles, les aéroplanes, les navires à vapeur, les établissements électriques, etc. parvenant à un résultat qui serait le même si tous ces biens économiques n'avaient pas existé. Il faut évidemment considérer tous les q_{ab}. Mais, d'autre part, nous ne pouvons pas attribuer aux q_{2b} des prix p_{1b} qui n'existaient pas. Cela nous empêche d'appliquer dans ce cas les formules (c). C'est là un inconvénient sérieux de ces formules.

Nous pouvons envisager différentes manières de surmonter ces difficultés en correspondance de différentes hypothèses:

a) La première hypothèse est que, dans un des a, il n'existe que les $s-d$ modalités de b qui sont communes aux deux a. C'est ce qui se vérifierait dans l'exemple de la richesse, si toutes les catégories de richesse existant en 1800 existaient encore en 1900. Dans ce cas, on peut procéder de deux façons: ou bien adopter la méthode (c) en attribuant aux $s-d$ catégories de richesse existant en 1800 leurs prix en 1900; ou bien adopter les formules (a) ou (b) en attribuant aux $s-d$ catégories de richesse existant en 1800 et en 1900 et aux d catégories de richesse existant seulement en 1900 une moyenne des prix dans les deux années ce qui porte naturellement à donner aux d catégories de richesse existant seulement en 1900 les prix dans cette année.

b) Le deuxième de ces procédés est le seul possible si — deuxième hypothèse — chacun des a présente des modalités qui n'existent pas pour l'autre, ce qui se vérifierait si en 1800 il y avait des biens qui n'existaient plus en 1900. Dans les comparaisons entre les deux sexes, auxquelles nous faisions allusion, on est dans la deuxième hypothèse.

Il est à remarquer que, dans des cas spéciaux, même si un certain q_{ab} n'a pas existé dans un des a, on peut calculer quelle aurait été la valeur correspondante de p_{ab} si ce q_{ab} avait existé. Par exemple, bien qu'il n'existe plus en 1900 de gros navires à voile, on pourrait en calculer approximativement le prix qu'ils auraient d'après leur coût de construction. Cela est peut-être possible car les chantiers existants sont encore assez aptes à ces constructions et le bois existe toujours sur le marché. Mais souvent la disparition d'une marchandise est accompagnée, et quelquefois même déterminée, par la disparition des éléments de sa production, de façon qu'un calcul du coût de production deviendrait illusoire; par exemple, le coût actuel de production des chaumières qui autrefois constituaient les habitations les plus communes des paysans et maintenant sont complètement disparues de certains pays ne peut nous donner une idée de ce qu'aurait été leur prix actuel si les chaumières n'avaient pas disparu, car, avec les chaumières, sont disparus aussi les marais d'où l'on tirait les herbes nécessaires pour la construction du toit; et c'est précisément à la bonification des marais que l'on doit la disparition des chaumières.

On a observé que les effets de l'apparition progressive de nouvelles marchandises ou la disparition progressive des anciennes peuvent être réduits au minimum dans le domaine des nombres indices des prix par la méthode du type mobile, puisqu'il est difficile que entre deux années successives les nouvelles marchandises deviennent un élement important ou bien que des marchandises importantes disparaissent (1).

L'observation me paraît juste et je ne saurais pas me rallier à l'opinion des auteurs qui observent que de la sorte on ne saurait pas dégager les influences des variations des prix et des quantités (2). Les variations des quantités restent en effet éliminées complètement dans les comparaisons successives. Mais il y a, à mon avis, d'autres difficultés.

Nous venons de voir, en effet, que c'est précisément dans le domaine des nombres indices des prix que la méthode du type mobile n'autorise des comparaisons qu'entre deux nombres indices, à cause des relations nécessaires qui lient les variations des prix et des quantités. Le remède se prête donc à des objections au point de vue théorique.

Les objections peuvent d'ailleurs n'être pas négligeables au point de vue pratique, car on a déjà remarqué que le procédé du type mobile porte à des résultats plus ou moins différents de ceux du procédé du type fixe. De fait le procédé du type mobile donne fréquemment des nombres indices supérieurs au procédé du type

---

(1) Cfr. EDGEWORTH, cité, page 322; PIGOU, *Wealth and Welfare,* cité, pages 47-48. La méthode du type mobile a été proposée par MARSHALL (« Contemporary Review », mars 1887, pages 371 et suivantes) précisément en vue d'obvier aux inconvénients provenant de l'introduction de nouvelles marchandises.

(2) Cfr., PERSONS, dans la discussion à l'« Am. Stat. Ass. ». Cfr. « Quarterly » etc., March 1921, page 545 et MITCHELL, cité, pages 65-66.

fixe (cfr. pages 121-123). On pourrait donc regarder les résultats obtenus par le procédé du type mobile comme des valeurs approximatives, vraisemblablement supérieures, des résultats que l'on aurait obtenus par le procédé du type fixe, si l'apparition ou la disparition de certaines marchandises n'en avait pas empêché l'application au total des marchandises.

Cette divergence sera réduite au minimum, si, ainsi que quelques auteurs le proposent (1), on ne change pas le type chaque année, mais on le change seulement dans la mesure que les variations dans la composition des marchandises le rendent nécessaire.

Il peut y avoir pourtant une autre cause de divergence entre les deux résultats. En effet, si l'on adopte le procédé du type fixe et si on compare seulement les prix des $s - d$ marchandises qui sont communes aux deux époques, on s'écartera plus ou moins du résultat que l'on obtiendra par le procédé du type mobile selon que les variations annuelles des prix pour les marchandises qui sont en voie d'apparition ou de disparition sont plus ou moins différentes de celles pour les marchandises qui restent communes aux deux époques.

Si cette cause de divergence se vérifie, nous devons dire que la variation dans le pouvoir physique d'achat de la monnaie, que l'on peut déterminer d'une époque à une autre, n'est pas égale à la somme de ses variations que l'on peut déterminer d'une année à l'année successive dans le même intervalle. On peut avoir en vue l'un ou l'autre de ces buts. Si, ainsi qu'il paraît, c'est le deuxième que l'on a en vue, le procédé du type mobile est évidemment préférable à ce point de vue.

On a remarqué, d'autre part, avec raison que le procédé du type mobile au point de vue pratique a l'inconvénient qu'une erreur commise dans la comparaison de deux années se reproduit dans les nombres indices de toutes les années suivantes.

Les deux méthodes présentent donc toutes les deux des avantages et des inconvénients.

On pourra, selon le cas, donner la préférence à l'une ou à l'autre, ou mieux encore les appliquer toutes les deux à la fois pour se rendre compte de leur divergence, en donnant plus de confiance aux résultats de celle qui paraît offrir moins d'inconvénients pour le cas considéré. On peut dire en général que, si les marchandises nouvelles ou les marchandises disparues ne sont pas nombreuses ou

---

(1) Cfr. Edgeworth, cité, page 179; Mitchell, cité, pages 65-66.

sont en tout cas peu importantes, la deuxième méthode sera préférable, tandis que la première aura des avantages si leur importance est remarquable.

Lorsqu'on parle de marchandises nouvelles et de marchandises disparues, on entend aussi, naturellement, les nouvelles qualités ou les qualités disparues de marchandises qui vont sous la même dénomination. Dans un certain sens, on peut donc dire que l'on peut remédier par le procédé du type mobile aussi aux variations de qualité des marchandises.

Il est pourtant important de remarquer que le procédé du type mobile peut être utile seulement en tant que les qualités ou les marchandises anciennes ou nouvelles sont considérées dans des catégories différentes, pour lesquelles on connaît le poids de chacune. Il peut obvier — peut-on dire — aux variations *inter-catégoriales* des marchandises, non pas aux variations *intra-catégoriales*. Si les marchandises comprises dans une même catégorie changent de qualité — par exemple si les automobiles deviennent plus perfectionnés, les étoffes plus fines, le travail de l'homme plus productif — on ne peut pas espérer d'écarter, par le procédé du type mobile, les difficultés de comparaison sur la base de la considération que les différences entre les années successives sont insensibles. De cette façon on ne ferait que cacher, en la diluant, l'absence de comparabilité: ce serait comme si l'on prétendait éliminer les effets de la rotondité de la terre en subdivisant une distance à mesurer et en substituant à la mesure de celle-ci l'addition des mesures de ses parties.

Il est inutile de dire que ce que l'on dit pour les comparaisons entre deux époques, peut être répété pour les comparaisons entre deux pays.

39. — Beaucoup des considérations que nous avons faites ont pourtant une importance seulement théorique. En pratique les différences entre les diverses moyennes que nous avons envisagées peuvent être bien petites. C'est ce qui résulte des calculs du prof. FISHER. Nous reproduisons ici les résultats qu'il a obtenus pour 36 marchandises par les méthodes A et D et avec les moyennes (a), (a bis), (b), (c). Les nombres indices sont calculés avec le type fixe (1913) et avec le type mobile précédent en prenant toujours pour base l'année 1913 (1).

---

(1) Cfr. FISHER, *The Making* etc., cité, pages 503, 512, 516, 518.

Année	Méthode *A*		Méthode *D*		Formule (*a*)		Formule (*a* bis)		Formule (*b*)		Formule (*c*)	
	T. fixe	T. mobile	T. fixe	T. mobile	T. fixe	T. mobile	T. fixe	T. mobile	T. fixe	T. mobile	T. fixe	T. mobile
1913	100.00	*100.00*	100.00	*100.00*	100.00	*100.00*	100.00	*100.00*	100.00	*100.00*	100.00	*100.00*
1914	99.93	*99.93*	100.32	*100.32*	100.12	*100.12*	100.12	*100.12*	100.12	*100.12*	100.12	*100.12*
1915	99.67	*100.13*	100.10	*100.33*	99.89	*100.23*	99.89	*100.23*	99.97	*100.25*	99.89	*100.23*
1916	114.08	*113.82*	114.35	*114.83*	114.23	*114.34*	114.21	*114.33*	114.44	*114.55*	114.21	*114.32*
1917	162.07	*162.44*	161.05	*162.02*	161.52	*162.35*	161.56	*162.24*	162.40	*162.45*	161.56	*162.23*
1918	177.87	*178.56*	177.43	*178.43*	177.63	*178.52*	177.65	*178.50*	178.26	*178.79*	177.65	*178.49*

Il ne faut pas pourtant généraliser les conclusions que l'on pourrait tirer de ces données. Nous avons vu (cfr. page 88) des exemples dans lesquels les différences entre les résultats des méthodes A et D, ou des méthodes B et C, sont du 10 %. Les différences entre ces résultats et ceux des formules (a), (a bis), (b), (c), restent dans ce cas considérables, mais elles peuvent bien être négligeables entre les résultats des formules (a), (a bis), (b), (c). Dans le cas des consommations italiennes, l'indice obtenu par la méthode B, en prenant pour base la période 1910-14 est = 121.31; par la méthode C, il est = 111.29; avec la formule (a bis), il est = 116.30; avec la formule (c), il est = 116.19.

40. — Les différences aussi entre les résultats obtenus avec le type fixe et le type mobile ne sont pas en général remarquables.

Pour 1915 il y a pourtant une divergence essentielle, puisque les indices à type fixe restent, d'après toutes les formules sauf une, au dessous de 100, tandis qu' avec le type mobile ils sont légèrement supérieurs; encore les indices à type mobile pour 1915 sont toujours supérieurs à ceux de 1914, et les indices à type fixe au contraire sont toujours inférieurs. D'après ce que nous avons dit la comparaison entre 1914 et 1915 est autorisée au point de vue théorique seulement avec les indices à type mobile et au contraire la comparaison entre 1913 et 1915 seulement avec les indices à type fixe. Avec une seule exception (méthode A en 1916), les résultats obtenus par le procédé du type mobile sont supérieurs à ceux obtenus par le procédé du type fixe. Si pourtant, au lieu de prendre la base fixe 1913, on prend la base mobile précédente, les exceptions résultent plus nombreuses. Nous nous bornons à exposer, dans le tableau suivant, les résultats obtenus par les méthodes A et D, les résultats obtenus avec les formules (a), (a bis), (b), (c) n'étant que des moyennes de ceux-là.

Année	Méthode A		Méthode D	
	T. fixe (Af)	T. mobile (Am)	T. fixe (Df)	T. mobile (Dm)
1914	99.93	*99.93*	100.32	*100.32*
1915	99.74	*100.20*	99.78	*100.01*
1916	114.46	*113.67*	114.24	*114.41*
1917	142.07	*142.72*	140.84	*141.10*
1918	109.75	*109.92*	110.17	*110.13*

Trois fois sur quatre on a $A_m > A_f$ et aussi trois fois sur quatre $D_m > D_f$.

Il est facile de déterminer les conditions pour qu' il soit $A_m > A_f$, $D_m > D_f$ ou, au contraire, $A_m < A_f$, $D_m < D_f$.

On a en effet

$$A_m = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{b(i-1)}}{\sum_{b=1}^{s} p_{b(i-1)}\, q_{b(i-1)}} \qquad A_f = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bk}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bk}\, q_{bk}} : \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{b(i-1)}\, q_{bk}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bk}\, q_{bk}} = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bk}}{\sum_{b=1}^{s} p_{b(i-1)}\, q_{bk}}$$

d'où on déduit que l'on a $A_m \gtrless A_f$ selon que la relation entre les $\frac{p_{bi}}{p_{b(i-1)}}$ et les $\frac{q_{bk}}{q_{b(i-1)}}$ est négative ou positive.

On a de même

$$D_m = \frac{\sum_{b=1}^{b} p_{bi}\, q_{bi}}{\sum_{b=1}^{s} p_{b(i-1)}\, q_{bi}} \qquad D_f = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bi}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bk}\, q_{bi}} : \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{b(i-1)}\, q_{b(i-1)}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bk}\, q_{b(i-1)}}$$

d'où ou deduit $D_m \gtrless D_f$ selon qu'il est

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{b(i-1)}\, q_{b(i-1)}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bk}\, q_{b(i-1)}} \gtrless \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{b(i-1)}\, q_{bi}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bk}\, q_{bi}}$$

et par conséquent selon qu'il y a une relation négative ou positive entre les $\frac{p_{b(i-1)}}{p_{bk}}$ et les $\frac{q_{bi}}{q_{b(i-1)}}$

Ces résultats font comprendre qu'il n'y a pas une raison *à priori* pour laquelle on devrait attendre $A_m > A_f$, $D_m > D_f$.

La conclusion est différente lorsque le procédé à type mobile et le procédé à type fixe sont appliqués, non pas aux méthodes d'élimination, mais aux moyennes arithmétiques simples des rapports entre les prix. Les formules respectives sont dans ce cas:

$$M = \frac{1}{n} \sum_{b=1}^{s} \frac{p_{bi}}{p_{b(i-1)}} \quad (1) \qquad F = \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{bi}}{p_{bk}}}{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{b(i-1)}}{p_{bk}}} \quad (2)$$

dont la (2) peut être mise aussi sous la forme:

$$F = \frac{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{bi}}{p_{b(i-1)}} \cdot \frac{p_{b(i-1)}}{p_{bk}}}{\sum_{b=1}^{s} \frac{p_{b(i-1)}}{p_{bk}}} \qquad (2\ \text{bis})$$

Or la (1) et la (2 bis) sont des moyennes arithmétiques des mêmes termes; la (1) en donne la moyenne simple, la (2 bis) une moyenne pondérée. On aura $M \gtrless F$ selon que la relation entre les $\frac{p_{bi}}{p_{b(i-1)}}$ et les $\frac{p_{b(i-1)}}{p_{bk}}$ est négative ou positive (1). Lorsque les prix dans l'année (i-1) ont augmenté (ou diminué) beaucoup en comparaison de l'année type k, il est plus probable qu'ils n'augmentent (ou ne diminuent) davantage dans l'année suivante: cette considération fait attendre $M > F$ (2).

Il paraît que cette prévision se vérifie de fait. Le prof. MITCHELL a calculé pour les Etats-Unis d'Amérique les nombres indices déduits des moyennes arithmétiques des variations des prix individuels de 1890 à 1913 en prenant pour base fixe la période 1890-98. Si on prend comme type aussi cette période, on parvient pour 1913 à un indice de 135 %: par le procédé du type mobile précédent, on parvient au contraire à un indice de 150 %. La différence est considérable. Pour les années 1891-1913, 19 fois sur 23 le nombre indice calculé par le procédé du type mobile résulte plus élevé que celui calculé par le procédé du type fixe (3).

L'examen des indices calculés par le prof. HERSCH et exposés à pages 78-79 montre des résultats analogues.

Le nombre indice du coût des articles de consommation de la « famille normale suisse », en prenant pour base juin 1914, résulte = 165 par le procédé du type fixe (juin 1914) et = 320 × 54 = 173 par le procédé du type mobile précédent.

Le nombre indice des prix des 26 articles « alimentaires et similaires » en Allemagne, en prenant pour base l'année 1914, resulte = 3813 par le procédé du type fixe (année 1914) et = 1972 × 367 = 7178 par le procédé du type mobile précédent.

41. — L'importance du type choisi a été l'objet de bien des discussions surtout au sein de l'Inst. Int. de Statistique en relation avec la méthode de la population type.

---

(1) Une démonstration un peu différente de cette même proposition, due au prof. OGBURN, est donnée en note de l'ouvrage de MITCHELL, pages 87-88.

(2) Voir, à ce sujet, J. R. MACAULAY *Making and Using of Index Numbers*, « The American Economic Review », 1916, page 208, et MITCHELL, cité, pages 87-89.

(3) MITCHELL, cité, pages 86-87.

L'affirmation des fauteurs de cette méthode qu'il est indifférent d'adopter une population type plutôt qu'une autre (1) sans doute n'est pas fondée, ainsi qu'ils l'ont d'ailleurs reconnu à la suite (2) mais c'a été exagérer dans l'autre sens que d'affirmer que « les résultats numériques dépendent d'une manière essentielle du « standard appliqué » (3).

Körösi avait d'ailleurs comparé les résultats obtenus en prenant pour type la population suédoise d'un côté (4 ½ millions d'habitants) (Méthode *A*) et la population européenne de l'autre (223 millions) (Formule a'). Les résultats montrent des différences très petites (les plus fortes pour la Bavière étant du 3 %) et la graduation des pays (donnée par les chiffres entre parenthèses) ne présente aucune variation (4).

États	Nombres indices de la mortalité d'après la population type de l'Europe		de la Suède	
Suède	100	(1)	100	(1)
Norvège	108	(2)	108	(2)
Ecosse	116	(3)	116	(3)
Danemark	117	(4)	116	(4)
Belgique	121	(5)	121	(5)
France	131	(6)	130	(6)
Pays Bas	131	(7)	130	(7)
Suisse	131	(8)	130	(8)
Prusse	145	(9)	144	(9)
Württemberg	155	(10)	153	(10)
Saxe	159	(11)	157	(11)
Italie	159	(12)	158	(12)
Bavière	164	(13)	159	(13)
Autriche	174	(14)	173	(14)

(1) Cfr. Körösi, cité, « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. », T. VI, page *k*. La même idée parait être exprimée par Westergaard, *Die Lehre* etc. I[ère] édition, page 30.

(2) Cfr. Körösi, cité. « Bull. de l'Inst. de Stat. » Tome XI, page 172.

(3) Cfr. v. Bortkiewicz, cité, «Bull. de l'Inst. de Stat.» Tome XI, page 174. L'affirmation est un peu atténuée dans le mémoire publié dans le Tome XIV, où on parle seulement de « verschiedene Resultate ».

(4) « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. », Tome VI, page *r*; Tome VIII, page 145.

Körösi a donné des raisons pratiques dignes de considération (basées sur la rapidité des calculs et les difficultés de comparaison provenant des différences des groupements par âge des différents Etats et des dates diverses des recensements) pour choisir comme type la populafion d'un Etat déterminé (1). L'Instit. Int. de Stat. choisit la population suédoise (2).

On a fait l'objection que la méthode devient, de la sorte, une méthode conventionelle et que la convention sur laquelle elle se base ne peut pas être assimilée aux conventions que l'on adopte pour les mesurations physiques, car, dans celles-ci, les résultats obtenus par un système peuvent toujours être transformés dans ceux obtenus par un autre système (3).

Mais, à un point de vue pratique, toute la question dépend de l'intensité des divergences, et nous avons déjà vu que celles-ci sont petites.

On pourrait au contraire contester l'utilité de choisir comme type pour toujours la population de la Suède pour 1890, selon l'interprétation que Körösi montrait de donner à la résolution de l'Institut (4), et l'opportunité aussi de choisir en général la population de la Suède. L'influence du choix d'un type plutôt que d'un autre est d'autant plus grande, en général, que le type s'écarte davantage de la composition des populations à comparer. Par conséquent on ne peut pas approuver l'idée de fixer à jamais une population type, car dans l'avenir celle-ci peut s'écarter notablement de la composition de toutes les populations existantes et il est aussi évident qu'il est préférable de ne pas choisir comme type une population dont le taux de mortalité est à une extrémité de l'échelle. Si aujourd'hui l'influence de cette dernière circonstance peut être négligeable, demain elle peut devenir remarquable. À ce point de vue, le choix d'une population type comme celle de la France, des Pays Bas, de la Suisse ou de la Prusse aurait été préférable.

Il est aussi évident que, pour la même raison, on ne peut pas recommander la méthode d'attribuer à toutes les classes de population le même poids, en faisant de la sorte une moyenne simple

---

(1) « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. », Tome VI, page *a l;* Tome VIII, page 142.

(2) « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. » Tome IX, page LXX.

(3) Cfr. v. Bortkiewicz, cité, « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. », Tome XIV, pages 418-419.

(4) Cfr. « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. », Tome XI, page 172.

des taux de mortalité pour chaque âge. Les mêmes auteurs qui avaient proposé ce procédé ont d'ailleurs reconnu à la suite son infériorité (1).

Les mêmes objections, faites à ce point de vue à la méthode de la population type, ont été faites à la méthode de la mortalité type (2). Il est inutile de répéter à leur sujet les mêmes appréciations.

Des discussions et des recherches analogues ont été faites au sujet des nombres indices des prix.

Tout le monde est d'accord que les variations des prix ont sur le nombre indice des prix une influence plus forte que celles des quantités, de même que les variations des quantités ont sur le nombre indice des quantités une influence plus forte que celles des prix. Mais on a sans doute exagéré en affirmant que le choix des poids, et par conséquent du type, n'a, sur les nombres indices des prix, qu'une influence négligeable (3).

Les calculs de MITCHELL (prix pour les Etats Unis, 1860-1913) on mis en évidence que la différence entre les moyennes simples et les moyennes pondérées des prix s'approche quelquefois, bien que rarement, même dans les temps normaux, de 10 %, tandis que, dans les temps anormaux tels que les années 1860-1872, elle peut atteindre même le 40 % (4). Le déplacement du type d'une période à l'autre peut aussi porter à des différences sensibles: en déplaçant le type de l'indice de Sauerbeck de la période 1867-77 à l'année 1860, les différences dans les indices pour les années 1860-1891 atteignent dans un cas (1864) le 6 %; l'influence est plus faible (au maximum 2 %) pour les indices des années 1890-1913 en déplaçant le type à la période 1890-99 (5). Nous avons porté d'autres exemples, où les différences entre les résultats des méthodes *A* et *D*, ou *B* et *C*, sont aussi de l'ordre du 10 % (cfr. page 88).

Les exemples portés par HERSCH montrent des différences énormes entre les nombres indices des 26 articles alimentaires et similaires en Allemagne en déplaçant le type de 1914 à 1920 (6).

---

(1) Cfr. WESTERGAARD, *Die Lehre* etc. Ière édition, page 30; 2ème édition, page 25.

(2) Cfr. L. v. BORTKIEWICZ, *Mittlere Lebensdauer*, page 53.

(3) Cfr. EDGEWORTH, cité, page 301.

(4) Cité, pages 59-60.

(5) Cité, page 84.

(6) Cité, page 60.

Allemagne	*1914*	*1-I-1920*	*1-I-1922*
Base 1914; type 1914	100	1972	3813
Base 1914; type 1-I-1920	100	855	3111

Les différences sont beaucoup plus petites, quoique toujours remarquables, pour les 36 articles de consommation de la famille normale suisse (1).

Suisse	*Juin 1914*	*Juin 1919*	*Juin 1923*
Base juin 1914; type juin 1914	100	320	165
Base juin 1914; type juin 1919	100	278	150

Dans ces deux exemples les nombres indices sont établis d'après les moyennes simples des indices des prix individuels.

L'affirmation aussi que les directions, soit ascendante, soit descendante, des mouvements des indices établis avec des poids différents restent comparables, quoique leurs amplitudes ne le soient qu'approximativement (2), est aussi trop optimiste. Nous avons déjà vu un exemple où les méthodes *A* et *D* portent à des indices dont les mouvements sont contraires (cfr. page 88).

En tout cas la conclusion que le type choisi rarement influence dans les temps normaux les nombres indices des prix dans une mesure qui atteint le 10 % est déjà importante, et peut souvent permettre d'utiliser même les indices calculés d'après les formules les plus grossières. Dans bien des recherches pourtant il est nécessaire d'avoir une approximation meilleure.

Dans le domaine des prix et des quantités, dont les variations sont liées mutuellement par des relations nécessaires, le choix du type est théoriquement borné par les limites qui sont fournies par les types de deux années ou pays à comparer.

Les inconvénients de prendre un type qui s'écarte des types des pays ou des années comparées, lorsqu'on ne peut pas avoir recours aux formules (*c*), (*a*), (*a* bis), (*b*), sont par conséquent encore plus graves.

C'est là une raison de plus qui conseille, dans ce cas, d'adopter pour type la moyenne de la période considérée, ou bien de cette partie de la période qui peut être considérée comme normale.

---

(1) Cité, page 67.
(2) *Rapport de la Commission d'études* etc., page 31.

C'est là une raison aussi qui déconseille d'avoir recours à des types théoriques ; on a proposé, par exemple, pour mesurer le coût de la vie de se baser sur un budget de famille *minimum*, tel qu'il fût à peine suffisant pour vivre, ou bien sur un budget de famille *rationnel*, tel qu'il fût à la fois salubre et économique. Tout en reconnaissant que, dans des cas particuliers, on peut tirer parti des indices ainsi établis, on ne doit pas se cacher les inconvénients que de tels procédés présentent en comparaison de ceux qui se basent sur des budgets effectifs.

C'est au fond un type théorique — ainsi qu'on l'a déjà observé — celui que l'on adopte inconsciemment en faisant la moyenne simple des variations des prix individuels : cette méthode correspond à admettre que dans l'année type la valeur des marchandises achetées (ou existantes ou consommées etc.) était la même pour toutes les catégories de marchandises.

C'est aussi un type théorique que l'on adopte inconsciemment en faisant le rapport des moyennes simples des prix : cette méthode correspond à admettre que dans l'année type la quantité des marchandises achetées (ou existantes ou consommées etc.) était la même pour toutes les marchandises, la quantité étant exprimée dans l'unité de mesure à laquelle se rapporte le prix respectif. On comprend que l'on pourrait théoriquement modifier les unités de mesure employées pour les différentes marchandises d'une façon telle que, pour l'année type, les quantités exprimées en ces unités correspondent à peu près aux quantités effectivement échangées (ou consommées ou existantes), ce qui éliminerait de la méthode les inconvénients qui lui sont propres. On comprend aussi qu'en réduisant toutes les quantités à la même unité de mesure — ainsi que l'on fait dans l'indice de Bradstreet — on peut s'éloigner, plutôt que s'approcher de la vérité, et augmenter de la sorte les inconvénients de la méthode.

42. — Quelques considérations encore avant de terminer. Quelles sont les b à considérer? Dans bien des applications il n'y a pas même la possibilité d'une incertitude.

Dans d'autres applications, les b à prendre en considération sont différents selon la nature et le but de la recherche. C'est le cas spécialement pour la construction des nombres indices des prix : il va sans dire que les marchandises sont bien différentes et que leurs quantités ne sont pas du tout les mêmes selon qu'il s'agit d'isoler l'influence que les variations des prix ont sur les valeurs échangées ou bien sur les budgets de famille ou bien sur les consommations totales d'un pays ou encore sur le commerce international ou enfin sur les revenus nationaux ou sur la fortune nationale ou privée.

Même lorsqu'il n'y a pas la possibilité d'une incertitude sur le b à considérer, la discussion peut surgir sur les modes de les grouper.

Étant admis que, pour mesurer la variation du niveau général des prix, il faut faire entrer en ligne de compte tous les biens meubles et immeubles échangés avec la monnaie, il reste pourtant à fixer les catégories, plus ou moins vastes, dans lesquelles ces biens doivent être groupés. Il est probable que le mode de groupement peut avoir une certaine influence, et naturellement celle-ci pourra résulter différente pour les diverses formules ; différente, par exemple, pour les formules correspondant à des moyennes simples et pour celles correspondants à des moyennes pondérées. Je ne connais pas de recherches à ce sujet dans le domaine des nombres indices des prix.

Des discussions ont été faites au contraire pour ce qui concerne la méthode de la population type.

Ici les b représentent les âges et, ainsi que toutes les fois que les b représentent des grandeurs continues, un groupement est nécessaire, mais il peut être fait dans des catégories plus ou moins vastes. L'arbitre dans la fixation des catégories et les différences entre les résultats selon que l'on varie le nombre et l'extension des catégories ont été portées comme des objections sérieuses contre l'application de la méthode (1).

De fait leur influence est limitée en comparaison de l'influence exercée par la méthode d'élimination elle-même, bien que celle-ci aussi ne soit remarquable que dans certains cas. Je reproduis ici les résultats obtenus par Körösi pour les taux de mortalité en adoptant différentes classifications des âges, et fais suivre les taux de mortalité bruts (2).

(1) Par le Dr. Bleicher, directeur du Bureau municipal de statistique de Francfort s. M. Cfr. Körösi, cité, « Bull. de l'Inst. Int. de St. », Tome VIII, page 142, et v. Bortkievicz, cité, « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. », XIV Livraison, page 434.

(2) Cfr. Körösi, cité, « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. », Tome VI, *Nachtrag*, page *r*, et Tome VIII, pages 138-140.

Etats	Taux de mortalité obtenus par la méthode de la population type en considérant des catégories d'âge en nombre de						Taux de mortalité observés	
	12 (1)		5 (2)		4 (3)			
Suède (pop. type)	100	(1)	100	(1)	100	(1)	100	(1)
Norvège	108	(2)	108	(2)	108	(2)	107	(2)
Danemark	114	(3)	115	(3)	116	(3)	115	(3)
Écosse	115	(4)	115	(4)	116	(4)	109	(4)
Belgique	120	(5)	119	(5)	121	(5)	120	(5)
France	127	(6)	129	(7)	130	(6)	126	(6)
Pays Bas	130	(7)	127	(6)	130	(7)	134	(8)
Suisse	131	(8)	131	(8)	130	(8)	126	(7)
Prusse	144	(9)	143	(9)	144	(9)	140	(9)
Württemberg	151	(10)	151	(10)	153	(10)	155	(10)
Saxe	158	(11)	159	(13)	157	(11)	158	(12)
Bavière	158	(12)	155	(11)	159	(13)	164	(13)
Italie	160	(13)	158	(12)	158	(12)	156	(11)
Autriche	175	(14)	173	(14)	173	(14)	173	(14)

43. — Une deuxième considération qui dans la pratique a beaucoup d'importance, est que, dans quelques applications et surtout dans la construction des nombres indices des prix, on ne peut pas toujours connaître, ou connaître avec une exactitude suffisante, les valeurs des p_{ab} et des q_{ab} pour tous les b qui devraient entrer en ligne de compte dans la recherche.

Nous avons déjà examiné l'influence de cette circonstance sur les formules à choisir (cfr. page 112-114); mais, même sans exercer une influence à ce point de vue, la question peut être importante au point de vue pratique.

En général on conseille de laisser de côté les marchandises dont les prix et les quantités sont incertaines et les qualités assujetties

---

(1) 0-1 années, 1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 5-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50, 50-60, au dessus de 60.

(2) 0-1, 1-20, 20-40, 40-60, au delà de 60. C'est la classification proposée par J. Bertillon (Cfr. « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. », Tome VI, pages 36-37) et adoptée par l'Inst. Int. de Stat. (Cfr. « Bull. de l'Inst. Int. de Stat. » Tome IX, pages LXIX-LXXI).

(3) 0-1, 1-20, 20-50, au delà de 50.

à des variations fréquentes. Mais cela n'est pas sans inconvénients. Par exemple, la plus grande facilité de déterminer les prix de gros en comparaison des prix du détail et les prix des matières premières en comparaison des prix des produits finis, et les modifications fréquentes, que les qualités de ceux-ci présentent même à de courts intervalles et qui rendraient les prix difficilement comparables, ont pour effet que les nombres indices du niveau général des prix se basent pour la plupart sur des prix de gros des matières premières ayant un marché mondial. Cette limitation les rend pourtant peu aptes à mesurer l'influence de certaines circonstances (par exemple l'influence des variations des droits de douane qui concernent plus souvent les produits finis et demifinis) et peuvent aussi avoir pour conséquence de faire paraître les variations des prix différentes de ce qu'elles sont en réalité, puisque les variations des prix de gros des matières premières ayant un marché mondial sont probablement — ainsi qu'on l'a remarqué — différentes de celles des autres matières premières, qui n'ont ressenti que dans une moindre mesure l'influence de la diminution des prix de transport, et de ceux des produits finis qui ont ressenti davantage l'influence des progrès de la manufacture (1).

De même, dans les budgets de famille, on néglige souvent certaines consommations, telles que les fruits et les légumes verts parce que les prix de ces produits éminemment saisonniers ne peuvent être suivis d'une manière précise, ou certains objets d'habillement en raison des différences de qualité, souvent considérables, qui existent entre des articles dont la dénomination demeure cependant toujours la même (2). Mais il devient alors difficile de juger de l'influence que les variations des prix d'une certaine catégorie des consommations exercent sur le budget de la famille.

Les recherches minutieuses du prof. MITCHELL ont mis en évidence que les variations des prix ont une intensité et une sensibilité différentes, non seulement pour les matières premières et les produits finis, mais aussi pour les différentes catégories de produits (animaux, forestiers, agricoles, industriels) et encore pour les divers produits d'une même catégorie selon qu'il s'agit de prix des mar-

(1) Cfr. PIGOU, *Wealth and Welfare*, cité, pages 38-40.
(2) Cfr., par exemple : DUGÉ DE BERNONVILLE, rapport cité, page 51.

chandises consommées dans la famille ou bien achetées pour les usages de l'industrie et du commerce (1).

Le nombre des marchandises considérées étant presque toujours limité, il devient expédient de donner à chaque prix, non un poids correspondant à la quantité avec laquelle il entre dans les échanges (ou dans la consommation etc.), mais un poids correspondant à l'importance du groupe de marchandises dont les prix se comportent d'une façon analogue. Les marchandises considérées pourraient être alors regardées comme des « marchandises représentatives » (2). Des indices de relation pourraient dans ce but être établis parmi les prix des différentes marchandises, indices qui devraient pourtant mesurer les relations, non entre les écarts relatifs des nombres indices de leur moyenne, ainsi que l'on a fait avec le coefficient de corrélation de Bravais (3), mais les relations entre les valeurs absolues des nombres indices particuliers et de leur moyenne (4).

Une limitation analogue intervient souvent pour ce qui concerne le territoire. Dans l'impossibilité de considérer les prix pour

---

(1) Cité, pages 39-60. Il serait difficile aujourd'hui de consentir dans l'affirmation de Giffen que les prix de gros et de détail varient presque dans la même façoni. Cfr. Rapport annexé aux mémoires cités de Edgeworth, *Sui Metodi*, etc., page 331.

(2) L'idée qu'elles représentent la masse des marchandises échangées (ou consommées etc.) se base sur la circonstance que chaque groupe de marchandises dont les prix se comportent d'une façon spéciale y est représenté proportionellement à son importance. Je ne sais voir la nécessité d'admettre qu'une cause commune fasse varier simultanément tous les prix, qui est affirmée par March, *Les indices économiques*, « Metron », Vol. III, N. 3-4, pages 355-356.

(3) Cfr. G. Mortara, *Numeri indici delle condizioni economiche d'Italia*, « Giornale degli Economisti », septembre 1913; *Sintomi Statistici delle condizioni economiche d'Italta*, « *Ibidem* », février 1914.

(4) Pour les formules à employer dans ce but, cfr. nos mémoires publiés dans les « Atti del R. Istituto Veneto » années 1914-1916, et spécialement celle ayant pour titre *Indici di concordanza*. La formule à appliquer dans ce cas pourrait être la première donnée à page 1441 de ce mémoire Ainsi qu'il est remarqué dans cette page, l'indice que l'on obtient est toujours inférieur au coefficient de corrélation de Bravais. La nécessité d'avoir recours aux indices de relation entre les valeurs absolues des nombres indices a été reconnue par F. Vinci, qui a fait aussi plusieurs applications de la formule que nous venons de rappeler, en mettant en lumière les différences entre les résultats qu'elle donne et ceux auxquels Mortara était parvenu avec le coefficient de corrélation de Bravais (cfr. *Sulla misura della concordanza tra caratteri quantitativi. Studio di statistica metodologica*, « Studi di Economia, Finanza e Statistica editi dal Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », Athenaeum, 1918, pages 66-69.)

toutes les parties du territoire, on considère seulement ceux de certaines parties, en général de certaines villes, et on prend la moyenne. Dans ce cas aussi, le poids à attribuer à chaque prix devrait être proportionnel, non à la partie du territoire pour laquelle il est calculé, mais à la partie plus étendue du territoire qu'il représente. Le prof. EDGEWORTH surtout a insisté sur le fait que les prix des marchandises et des territoires que l'on choisit de la sorte sont exposés à des erreurs accidentelles, lesquelles sont d'autant plus fortes que les prix sont plus variables (1).

Il est à remarquer que la variabilité qui a de l'importance ici est celle qui provient des différences qui se vérifient dans les mouvements des prix entre les diverses marchandises ou entre les divers pays, différences que l'on doit tenir bien distinctes des variations des prix d'une même marchandise d'un moment à l'autre. Différentes marchandises, bien que très sensibles aux variations des prix, peuvent pourtant, tout au moins en théorie, être parfaitement solidaires dans leurs variations; et leurs variations peuvent être identiques dans les différents endroits d'un pays. Pendant la guerre, par exemple, les prix ont augmenté, sinon dans tous les Etats, tout au moins dans certains Etats, comme en Italie, d'une façon assez uniforme d'une partie à l'autre (2). Lorsqu'on dit par conséquent que l'on doit attribuer plus d'importance aux prix plus stables, on emploie une expression tout au moins ambiguë. En réalité ce qui a de l'importance est la fidélité avec laquelles, pour des causes accidentelles ou systématiques, les prix d'une certaine marchandise ou d'un certain pays représentent les prix du groupe des marchandises ou du territoire dont ils sont tirés. Cette fidélité peut être précisément mesurée par les indices de relation.

Tout cela fait comprendre que, pour la construction d'un bon nombre indice des prix, plus que le nombre des marchandises considérées, ce qui est important est la bonté du choix que l'on fait de ces marchandises, de façon qu'elles puissent représenter convenablement le mouvement des prix de toutes les marchandises. Il va de soi qu'à parité de toute autre condition, il est bon d'avoir

(1) Cité, pages 175-176.

(2) D'après les nombres indices calculés par A. CONTENTO, le prix moyen de 26 articles de consommation a augmenté de juillet 1914 à juillet 1917 de 100 à 221 dans l'Italie septentrionale, de 100 à 197 dans l'Italie centrale, de 100 à 181 dans l'Italie méridionale et enfin de 100 à 173 dans la Sicile (cfr. A. CONTENTO, *La guerra e l'aumento regionale dei prezzi*, « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », mai 1918, page 264.

les prix pour le plus grand nombre de marchandises possibles; mais il n'est pas dit qu'en augmentant le nombre des marchandises on améliore l'indice si cette augmentation conduit à exagérer l'importance de certains groupes de marchandises en comparaison des autres.

44. — Une troisième considération concerne la comparabilité des q_{ab}. Il faut que les q_{ab} soient comparables pour les différents a, c'est-à-dire que les b soient identiques, ou puissent être considérés comme tels au point de vue pratique. Mais la comparabilité, à son tour, dépend d'une façon essentielle de la recherche elle-même.

Une chose est bien certaine: c'est que les quantités ne sont pas comparables pour le fait que leur unité de mesure a gardé le même nom. Un auto aujourd'hui et à sa première apparition; un aéroplane aujourd'hui et dans le temps de Delagrange; une locomotive moderne et les premières machines qui ont parcouru la voie ferrée; une maison à New York ou à Londres et une maison dans les prairies des Pampas ou dans les steppes de la Russie; un boeuf de l'Emilie et un boeuf de la Sardaigne, ils ont bien le même nom, mais ce sont des choses bien différentes.

Nous pourrons tout de même tâcher quelquefois de rendre ces quantités comparables au point de vue physique: nous pouvons calculer la puissance en HP des locomotives, des autos, des aéroplanes, nous pouvons calculer les m^3 des constructions, le poids des têtes de bétail etc., et rapporter le prix à chaque HP ou respectivement à chaque m^3, à chaque Kg. De même un Kg. de pain avant la guerre ou pendant la guerre n'a pas été la même chose, dans la plupart des pays européens. Ses propriétés physiques ont changé. Nous pouvons tâcher de rendre les quantités comparables en calculant le nombre des calories développées. Aussi pour le bétail, la réduction des têtes en poids n'est qu'une première approximation. Une deuxième approximation pourrait être précisément celle de réduire les têtes en pouvoir calorifique, si le bétail est destiné à l'alimentation, ou en puissance de travail, s'il est destiné au travail.

Si les q_{ab} sont rendus ainsi comparables au point de vue physique, le nombre indice est une mesure appropriée des variations dans le niveau général des prix des marchandises considérées, c'est-à-dire du pouvoir physique d'achat de la monnaie vis-à-vis de ces marchandises.

45. — Mais on peut avoir, et on a même souvent, en vue de mesurer quelque chose de différent des variations du pouvoir d'achat physique de la monnaie.

Lorsqu'il s'agit de denrées alimentaires on peut se proposer de mesurer le pouvoir d'achat nutritif de la monnaie. Le pouvoir nutritif ou énergétique d'une denrée alimentaire peut être mesuré par le nombre de calories développées par une unité de poids de la denrée alimentaire. Le pouvoir d'achat nutritif de la monnaie dépend donc du nombre des calories qui sont développées par les denrées alimentaires achetées sur le marché par l'unité monétaire, ou, ce qui revient au même, par une somme donnée d'argent.

Et ici il faut distinguer bien nettement deux façons de poser le problème. On peut se proposer: *a*) de mesurer les variations du pouvoir d'achat nutritif de la monnaie en supposant que la composition par quantité et qualité des denrées alimentaires reste fixe et corresponde à celle d'une période type: ou bien on peut se proposer: *b*) de mesurer les variations du pouvoir d'achat nutritif de la monnaie qui proviennent de toutes causes, y compris aussi les changements dans la composition par qualité et quantité des denrées alimentaires.

a) Dans le premier cas, le nombre indice cherché est un nombre indice complexe à établir d'après les méthodes d'élimination: il ne diffère en rien du nombre indice du pouvoir d'achat physique de la monnaie, lorsqu'on a rendu les denrées alimentaires comparables au point de vue de leur valeur nutritive.

En effet, si on indique avec q_{bl} les quantités de la marchandise b dans la période l avec c_b le nombre des calories développées par une unité de la marchandise, nombre que l'on suppose constant, la marchandise ne variant pas au point de vue physique, avec p'_{bi} le prix d'une calorie dans la période i et avec p'_{bl} le prix d'une calorie dans la période l, le nombre indice cherché de la variation de la période l à la période i avec le procédé du type mobile précédent est

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p'_{bi} c_b q_{bl}}{\sum_{b=1}^{s} p'_{bl} c_b q_{bl}}$$

En observant que le prix d'une unité de la marchandise sera, dans le période i, $p_{bi} = p'_{bi}\, c_b$ et, dans la période l, $p_{bl} = p'_{bl}\, c_b$, la formule précédente devient:

$$\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bl}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bl}\, q_{bl}}$$

qui est précisément la formule du nombre-indice du pouvoir d'achat physique de la monnaie (1).

b) Dans le deuxième cas, il n'y a pas besoin d'avoir recours aux méthodes d'élimination.

Le nombre indice cherché est un indice simple déduit du rapport entre le prix moyen de la calorie dans la periode b et son prix moyen dans la période type. La formule est:

$$\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p'_{bi} c_b q_{bi}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p'_{bl} c_b q_{bl}} \cdot \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} c_b\, q_{bl}}{\sum\limits_{b=1}^{s} c_b\, q_{bi}} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bi}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bl}\, q_{bl}} \cdot \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} c_b\, q_{bl}}{\sum\limits_{b=1}^{s} c_b\, q_{bi}}$$

C'est le deuxième problème qui a intérêt au point de vue physiologique et social (2).

Des problèmes analogues à ceux que l'on vient de discuter à propos du pouvoir d'achat de la monnaie en calories, peuvent être posés à propos de n'importe quel caractère commun à toutes les

---

(1) Le Dr. PEARL a proposé un nombre indice des prix des denrées alimentaires basé sur la valeur nutritive, qui devrait rentrer dans le premier procédé, mais qui ne correspond pas à la formule donnée dans le texte. La formule de l'indice de PEARL serait

$$\frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bi}\, c_b\, q_{bl}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bl}\, c_b\, q_{bl}}$$

où p_{bi}, p_{bl} expriment les prix, non d'une calorie, mais d'une unité de poids (la livre) de la marchandise. (Cfr. R. PEARL, *General Index Numbers of Food Prices on a nutritive Value Base.* United States Food Administration, Washington, August 1918). Je ne vois pas le moyen de justifier ce nombre indice; les prix et les poids doivent bien — me paraît-il — être homogènes, c'est-à-dire que les prix doivent se rapporter à l'unité de mesure (dans ce cas la livre) dans laquelle on exprime les quantités.

(2) Ce problème a été envisagé, par exemple, par F. VINCI, *Sulle variazioni dei prezzi (Considerazioni e proposte)*, « Rivista delle Società Commerciali », Aprile 1919.

marchandises, tel que le poids, le volume, l'utilité économique, afin d'obtenir les nombres indices du pouvoir d'achat de la monnaie en poids, en volume, en utilité économique.

Si ces caractères ne varient pas lorsque les propriétés physiques des marchandises restent constantes, ainsi que c'est le cas pour le poids et le volume, le premier des problèmes envisagés équivaut à demander le nombre indice du pouvoir d'achat physique de la monnaie.

Le deuxième problème au contraire porte à des résultats différents et n'exige que le calcul de nombres indices simples. Il peut avoir un intérêt pratique. Par exemple, on peut se proposer de mesurer les variations du prix moyen par tonne des marchandises importées ou exportées dans le but de les comparer avec les variations du niveau des prix des mêmes marchandises et d'en déduire si, dans les échanges, il y a une augmentation relative des marchandises plus lourdes ou moins lourdes.

Il y a lieu de distinguer les deux problèmes dans le domaine aussi des nombres indices des prix de la main d'oeuvre, c'est-à-dire des salaires. On peut avoir en vue de mesurer les variations du pouvoir d'achat de la monnaie en travail, en supposant que les différentes catégories de travailleurs aient gardé la même importance. On a alors à résoudre le premier problème. Le rapport entre les moyennes pondérées des salaires moyens des diverses catégories de travailleurs — le poids étant établi d'après l'importance des salaires des catégories dans une période type — répondra au but de la recherche. Mais on peut au contraire se proposer de mesurer les variations du salaire moyen de tous les travailleurs. C'est là le but que l'on a le plus souvent en vue dans ces recherches ; lorsque, par exemple, on veut décider si les salaires ont augmenté plus ou moins que le coût de la vie. On a alors à résoudre le deuxième problème.

Les solutions des deux problèmes peuvent différer notablement entre elles. En indiquant avec p_{bi}, p_{bl} le salaire moyen dans la catégorie b pour le période i et respectivement pour la période l, et avec q_{bi}, q_{bl} le nombre des travailleurs dans la même catégorie, la solution du premier peut être mise sous la forme

$$A = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bl}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bl}\, q_{bl}}$$

et celle du deuxième sous la forme

$$\alpha = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bi}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bl}\, q_{bl}} \cdot \frac{\sum_{b=1}^{s} q_{bl}}{\sum_{b=1}^{s} q_{bi}}$$

On a $\alpha \gtrless A$ selon qu'il y a entre les p_{bi} et les q_{bi} une relation positive plus forte (ou négative plus faible) qu' entre les p_{bi} et les q_{bl}.

Dans le cas des salaires la relation positive est en général plus forte (ou la relation négative plus faible) entre les p_{bi} et les q_{bi} car les travailleurs ont naturellement la tendance à se déplacer des catégories où les salaires augmentent moins à celles où elles augmentent davantage.

Voici les résultats obtenus pour les nombres indices des salaires dans la province de Brescia (1) en faisant = 100 le nombre indice pour le premier semestre 1914.

		A	α
		(type = I^er^ semestre 1914)	
1919	2ème semestre	343	352
1920	1er »	437	482
1920	2ème »	587	625
1921	1er »	599	634
1921	2ème »	570	600

On a toujours $\alpha > A$.

---

(1) Les nombres indices particuliers des salaires des diverses catégories d'industries (métallurgiques et mécaniques, textiles, chimiques, des cuirs, édiles, extractives, du bois et analogues, alimentaires, diverses) sont donnés dans notre article *Sul livello dei salari reali nel dopo-guerra in Italia in confronto al loro livello prebellico*, « Rivista di Politica Economica », Avril 1923, page 379. À la page suivante du même article on trouve les valeurs de α, réproduites ci-dessus. Les valeurs de A réproduites également ci-dessus ont été calculées d'après les nombres indices particuliers des diverses catégories d'industries donnés dans cet article et d'après les montants de salaires dans chaque catégorie (qui représentent les poids à donner aux nombres indices respectifs) publiés par la *Camera di Commercio ed Industria* de Brescia (Cfr. *Variazioni nel costo della vita e nei salari a Brescia prima, durante e dopo la guerra*, Brescia, Apollonio, 1920).

46. — Le problème de beaucoup le plus intéressant est pourtant celui de mesurer les variations dans le pouvoir d'achat économique de la monnaie ou, ainsi que l'on dit, les variations dans la valeur de l'unité monétaire.

Nous avons déjà vu pourquoi la solution que plusieurs auteurs ont voulu donner à ce problème ne peut pas être approuvée, se basant sur une hypothèse inadmissible (Cfr. pages 14-22). Voyons si et comment on peut arriver à des solutions plus plausibles.

Il est à remarquer que l'utilité économique d'un bien peut changer, et change de fait, sans qu'il y ait aucune variation dans ses propriétés physiques. C'est là une différence essentielle entre l'utilité économique et autres caractères, tels que le poids, le volume etc. C'est que ces caractères sont des caractères objectifs, tandis que l'utilité économique est un caractère subjectif.

De la nature subjective de l'utilité économique des biens une difficulté s'ensuit: c'est que l'utilité économique est différente pour les différentes personnes: on ne peut par conséquent parler de l'utilité économique des biens qu'en se rapportant à un *homme économique moyen.* C'est là une abstraction à laquelle plusieurs auteurs ont eu recours, l'un indépendamment de l'autre (1); on ne doit pas oublier pourtant que cette abstraction implique une hypothèse et que cette hypothèse porte à une certaine incertitude dans la précision des nombres indices de la valeur de l'unité monétaire. L'incertitude est d'autant plus grande que la concentration de la richesse est plus forte (2) et que les goûts des habitants et le milieu physique et social de leur vie sont différents.

Du fait que l'utilité économique d'un bien peut varier sans que ses propriétés physiques changent, on déduit que, même si l'on suppose constante la composition des marchandises par quantité, le nombre indice que l'on cherche ne coïncidera pas nécessairement avec le nombre indice du pouvoir d'achat physique de la monnaie.

En indiquant avec u_{bi}; u_{bl} l'utilité économique d'une unité de la marchandise b dans la période i et respectivement dans la pé-

---

(1) Cfr. Edgeworth, cité, page 167; Pigou, *Wealth and Welfare*, cité, page 41; Gini, *Sul concetto di utilità economica*, « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica » Febbraio 1916.

(2) Cfr. Edgeworth, cité, pages 167-168; Gini, *L'ammontare e la composizione*, etc., cité, pages 541-542; Pigou, *Economics of Welfare*, cité, page 87.

riode l, avec q_{bi}, q_{bl} les quantités respectives, avec p'_{bi}, p'_{bl} les prix d'une unité d'utilité économique, le nombre indice cherché de la variation de la période i à la période l sera

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p'_{bi}\, u_{bl}\, q_{bl}}{\sum_{b=1}^{s} p'_{bl}\, u_{bl}\, q_{bl}}$$

Si nous voulons au contraire mesurer les variations de la valeur de l'unité monétaire, provenant, soit des variations de p'_{bi} soit des variations de q_{bi}, nous devrons calculer un nombre indice simple de la forme suivante

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p'_{bi}\, u_{bi}\, q_{bi}}{\sum_{b=1}^{s} u_{bi}\, q_{bi}} : \frac{\sum_{b=1}^{s} p'_{bl}\, u_{bl}\, q_{bl}}{\sum_{b=1}^{s} u_{bl}\, q_{bl}}$$

Mais les deux formules reviennent au même. Il suffit de se rappeler que p'_{bi} est constant pour toutes les marchandises. Les deux formules se réduisent donc au rapport:

$$\frac{p'_i}{p'_l} = \frac{v_l}{v_i}$$

où avec v_i, v_l on indique la valeur de l'unité monétaire dans les périodes i et respectivement l.

Nous allons voir maintenant la relation qu'il y a entre le rapport $\frac{v_l}{v_i}$ et le nombre indice du pouvoir d'achat physique de la monnaie $\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bl}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bl}\, q_{bl}}$.

On a, pour chaque marchandise b ($b = 1, 2 \ldots\ldots s$),

$$v_i = \frac{u_{1i}}{p_{1i}} = \frac{u_{2i}}{p_{2i}} = \ldots\ldots \frac{u_{si}}{p_{si}} \qquad (1)$$

et aussi

$$v_i = \frac{u_{1i}\, q_{1l}}{p_{1i}\, q_{1l}} = \ldots\ldots \frac{u_{si}\, q_{sl}}{p_{si}\, q_{sl}} = \frac{\sum_{b=1}^{s} u_{bi}\, q_{bl}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bl}}$$

$$v_l = \frac{u_{1l}}{p_{1l}} = \frac{u_{2l}}{p_{2l}} = \cdots\cdots \frac{u_{sl}}{p_{sl}} \tag{2}$$

et aussi

$$v_l = \frac{u_{1l}\, q_{1l}}{p_{1b}\, q_{1b}} = \cdots\cdots \frac{u_{sl}\, q_{sl}}{p_{sl}\, q_{sl}} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} u_{bl}\, q_{bl}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bl}\, q_{bl}}$$

d'où

$$\frac{v_l}{v_i} = \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bl}}{\sum\limits_{b=1}^{s} p_{bl}\, q_{bl}} : \frac{\sum\limits_{b=1}^{s} u_{bi}\, q_{bl}}{\sum\limits_{b=1}^{s} u_{bl}\, q_{bl}} \tag{3}$$

La (3) nous montre la relation qu'il y a entre le nombre indice du pouvoir économique d'achat et le nombre indice du pouvoir physique d'achat de la monnaie établi d'après les méthodes d'élimination. Les deux nombres indices coïncident si le nombre indice de l'utilité économique des marchandises établi de la même façon, n'a pas varié.

Cette condition n'exige pas que l'utilité économique de chaque marchandise soit restée constante, hypothèse qui n'est pas admissible, ainsi que nous l'avons vu (cfr. pages 17-19) : il suffit que les augmentations d'utilité économique présentées par certaines marchandises aient été compensées par les diminutions qui se sont vérifiées dans d'autres marchandises.

Dans des conditions normales et d'équilibre, on peut admettre que, entre des courts intervalles, le nombre indice de l'utilité économique des marchandises demeure constant.

Toutefois il ne faut pas oublier que l'utilisation des propriétés physiques de la matière fait des progrès continuels. En général, on peut donc dire qu'à cause des progrès techniques, le nombre indice du pouvoir physique d'achat de la monnaie reste au dessous de celui de son pouvoir économique d'achat. Si, dans certaines périodes, les progrès techniques ont amélioré notablement l'utilisation, et par conséquent augmenté l'utilité économique, de certaines marchandises, il sera bon de les exclure et de baser l'indice du pouvoir d'achat économique de la monnaie sur les autres marchandises à utilité économique plus stable.

Si dans des conditions anormales, par exemple pendant une guerre, des nouveaux besoins surgissent, ou si l'équilibre entre la demande et l'offre vient à manquer, ainsi que c'est le cas pendant une crise de déficit ou de surproduction, l'utilité économique des biens peut varier notablement: dans ce cas, l'indice du pouvoir d'achat économique de la monnaie augmentera ou diminuera moins que l'indice de son pouvoir d'achat physique.

Dans des périodes où les deux circonstances agissent en même temps dans le même sens, ainsi que cela a été le cas pendant la guerre, il peut bien arriver que les variations des prix proviennent autant des variations de l'utilité économique des biens que des variations du pouvoir d'achat physique de la monnaie.

Les besoins peuvent varier aussi par eftet des changements des goûts de la population. En tant que ces changements n'affectent pas d'une façon uniforme les diverses marchandises, ainsi qu'il arrive par l'influence de la mode, le nombre indice de l'utilité économique peut demeurer invarié. Mais on ne peut pas méconnaître qu'un affinement des goûts se vérifie, tout au moins dans les périodes que l'on dit de progrès; il aura pour effet d'augmenter l'utilité économique des biens (1). C'est là une autre circonstance qui tend à faire rester le nombre indice du pouvoir physique d'achat de la monnaie au dessous de son pouvoir économique d'achat.

Le prof. Pigou a aussi appelé l'attention sur la circonstance que l'habitude d'acheter une certaine marchandise modifie nos goûts en augmentant son utilité économique (2). C'est un effet bien connu par les commerçants qui, pour conquérir un marché, introduisent les marchandises à bas prix, sauf à les renchérir lorsque le marché en aura pris l'habitude. Cette circonstance aura pour effet d'augmenter ou de diminuer le nombre indice de l'utilité économique selon que les marchandises en voie d'entrer dans les habitudes de la population représentent des quantités plus ou moins grandes que celles des marchandises qui tombent en désuétude. Nous verrons dans la suite (cfr. pages 148-149) d'autres effets de cette circonstance.

Dans toutes ces conclusions on doit voir un reconnaissement de la vérité — que la théorie quantitative de la monnaie nie — que les variations des prix peuvent dépendre et effectivement dépendent, non seulement de causes monétaires, mais aussi de causes économiques (3).

---

(1) Cfr. Gini, *L'ammontare e la composizione*, etc, cité, pages. 539-540.
(2) Cfr. *The Economics of Welfare*, cité, page 71.
(3) Cfr. *Problèmes financiers d'après guerre*, en « Scientia », Juin 1921, page 458.

En général on peut dire que, pour ce qui concerne les tendances séculaires, il y a des causes économiques, outre les causes monétaires, qui font augmenter les prix ; par conséquent le pouvoir économique d'achat de la monnaie diminue moins que son pouvoir physique d'achat. Pour ce qui concerne les variations périodiques des prix, celles-ci aussi sont déterminées, outre que par des causes monétaires, par des causes économiques, de façon que le pouvoir économique d'achat de la monnaie a plus de stabilité que son pouvoir physique d'achat.

À part l'utilisation que l'on peut faire des biens, les variations de nos besoins (soit par des changements de goûs, soit par des causes extérieures) et les autres causes qui font changer l'équilibre entre la demande et l'offre, il y a d'autres circonstances qui peuvent faire varier l'utilité économique des biens sans faire varier leurs propriétés physiques. Une des ces circonstances est la partie de revenu que l'Etat ou les autres corps publics absorbent avec les impôts directs; l'autre est la sûreté de la propriété du bien ou de la continuation de son revenu dans l'avenir. Ce sont les immeubles, les biens pour lesquels la première de ces circonstances a plus d'importance; la deuxième circonstance, au contraire, a peut-être plus d'importance pour les valeurs mobilières.

On ne peut pourtant que se rallier, à mon avis, à la thèse de March que l'indice des prix, susceptible de mettre en évidence les changements de la valeur de l'unité monétaire, doit être établi d'après les prix des marchandises (1). Mais, même entre les marchandises, on peut faire des distinctions : l'utilité de la marchandise « travail », c'est-à-dire la rétribution réelle nette d'une certaine qualité de travail est aussi assujettie aux variations des impôts directs et de l'utilisation que nos connaissances techniques permettent d'en tirer (2). Les biens instrumentaux et les matières premières peuvent avoir de même une utilité différente, tout en restant invariées au point de vue physique, selon nos connaissances techniques ; leur utilité ressent d'ailleurs l'influence des impôts qui pèsent sur l'entreprise dans laquelle ils sont employés. Parmi les marchandises il est donc bon de se borner à considérer

---

(1) Cfr. *Rapport*, cité, page 26.

(2) C'est là une objection notable à la proposition faite par plusieurs auteurs (Ricardo, Newcomb, Marshall) de baser sur le travail humain le nombre indice de la valeur de l'unité monétaire. Cfr. à ce sujet, Edgeworth, cité, pages 272-310 et suivantes.

les biens de consommation directe. Mais parmi ceux-ci également une distinction ultérieure s'impose entre biens de consommation instantanée, tels que les denrées alimentaires, et biens de consommation lente, tels que les objets de luxe, les habits etc. Les uns et les autres peuvent être soumis à des impôts directs; mais seulement les biens de la deuxième catégorie peuvent être soumis à l'impôt chez le consommateur, puisque seulement ces biens sont gardés habituellement par le consommateur pour quelque temps. Les biens de consommation directe instantanée sont au contraire soumis à des impôts directs chez les producteurs ou les vendeurs (comme c'est le cas pour le vin); le prix payé par le consommateur s'en trouve alors élevé. En tout cas le prix payé par le consommateur pour une certaine quantité de bien de consommation directe instantanée est donc la mesure de l'utilité économique qu'il tire de ce bien, si les besoins du consommateur n'ont pas changé et si les quantités physiques du bien sont restées les mêmes. La conclusion est que le nombre indice du pouvoir physique d'achat de la monnaie aura plus de probabilité de s'approcher du nombre indice de son pouvoir économique s'il est déduit des prix de détail des marchandises de consommation directe instantanée.

Il est à remarquer que des égalités (1), (2), on peut tirer, outre la formule (3), aussi d'autres formules, telles que les suivantes :

$$\frac{v_l}{v_i} = \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{bi}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bl}} : \frac{\sum_{b=1}^{s} u_{bi}}{\sum_{b=1}^{s} u_{bl}}$$

$$\frac{v_l}{v_i} = \frac{1}{n} \sum_{b=1}^{s} \frac{p_{ib}}{p_{bl}} : \frac{1}{n} \sum_{b=1}^{s} \frac{u_{bi}}{u_{bl}}$$

$$\frac{v_l}{v_i} = \sqrt{\frac{\prod_{b=1}^{n} p_{bi}}{\prod_{b=1}^{n} p_{lb}}} : \sqrt{\frac{\prod_{b=1}^{n} u_{bi}}{\prod_{b=1}^{n} u_{bl}}}$$

Pour mesurer approximativement le pouvoir économique d'achat de la monnaie on choisira l'une ou l'autre des formules

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} p_{bi}\, q_{bl}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bl}\, q_{bl}} ; \quad \frac{\sum_{b=1}^{s} p_{bi}}{\sum_{b=1}^{s} p_{bl}} ; \quad \frac{1}{n} \sum_{b=1}^{s} \frac{p_{bi}}{p_{bl}} ; \quad \sqrt{\frac{\prod_{b=1}^{s} p_{bi}}{\prod_{b=1}^{s} p_{bl}}} \tag{4}$$

selon que l'on aura raison de penser que l'une ou l'autre des formules correspondantes écrites ci-dessous s'approchent davantage de l'unité

$$\frac{\sum_{b=1}^{s} u_{bi}\, q_{bl}}{\sum_{b=1}^{s} u_{bl}\, q_{bl}}\;;\qquad \frac{\sum_{b=1}^{s} u_{bi}}{\sum_{b=1}^{s} u_{bl}}\;;\qquad \frac{1}{n}\sum_{b=1}^{s}\frac{u_{bi}}{u_{bl}}\;;\qquad \sqrt{\frac{\prod_{b=1}^{s} u_{bi}}{\prod_{b=1}^{s} u_{bl}}}$$

On peut porter de bonnes raisons en faveur de l'idée que l'utilité économique des marchandises dont les quantités sont plus grandes, est plus stable: ces marchandises répondent en effet à des besoins plus étendus et moins variables; un déséquilibre entre la demande et l'offre est donc plus difficile. Ne sont-ce pas là des raisons qui conseillent de donner la préférence à la première des formules (4)? Sans doute on doit pourtant reconnaître que, si l'on pouvait indiquer un critère plus sûr pour juger de la stabilité de l'utilité économique des marchandises on devrait l'adopter et pondérer les p_{bi}, p_{bl} d'après ce critère plutôt que d'après les quantités q_{bl}.

Les auteurs qui ont traité la question des nombres indices de la valeur de l'unité monétaire ont souvent insisté sur l'observation que les prix devraient être pondérés d'après leur « précision » (1). C'est là une expression ambiguë; prise à la lettre, elle signifierait que l'on doit accorder plus de poids aux prix qui sont connus plus exactement. Dans cet ordre d'idées, on a fait remarquer que la précision d'une mesure tirée d'un certain nombre d'observations est proportionnelle à la racine carrée de ce nombre. Les observations précédentes font comprendre que le mot « précision » doit être pris dans un sens différent, c'est-à-dire dans le sens de stabilité de l'utilité économique.

Au fur et à mesure que l'on s'éloigne du période type, le nombre des marchandises dont on peut regarder l'utilité marginale comme constante diminue et augmente le nombre de celles que l'on doit exclure du nombre indice du pouvoir physique d'achat de la monnaie pour avoir une mesure approchée de son pouvoir économique d'achat.

Non seulement les goûts changent, mais l'augmentation de la population, la diffusion, à la suite des découvertes et du commerce

---

(1) Cfr., par exemple, MARCH, *Rapport sur les indices*, cité, page 27.

international, des succédanés, la découverte de terres nouvelles, l'ouverture de nouveaux marchés contribuent à modifier l'utilité marginale des biens.

Pour des périodes très éloignées, seulement quelques marchandises répondant à des besoins fondamentaux de l'organisme et dont au surplus les qualités physiques n'aient pas varié — en pratique seulement quelques céréales — peuvent être englobées dans le nombre indice. Il faut dire aussi que dans ce cas il serait difficile de donner des raisons décisives pour préférer une formule plutôt qu'une autre. En principe, on doit dire pourtant que chaque marchandise devrait entrer dans l'indice avec un poids proportionnel à la stabilité de son utilité économique.

Il est à peine nécessaire d'ajouter que ce que l'on dit des comparaisons entre époques prochaines et lointaines, peut être répété à propos de pays semblables ou différents.

47. — Les mêmes circonstances qui font varier l'utilité marginale des biens font varier aussi leur *utilité totale*, c'est-à-dire la satisfaction qu'ils nous procurent, et le *bien-être économique* qui en provient.

Mais les variations ne sont pas toujours dans le même sens : les progrès de l'utilisation des biens augmentent l'utilité marginale ainsi que l'utilité totale des biens et le bien-être qu'ils nous procurent. L'apparition de nouveaux besoins augmente l'utilité marginale et l'utilité totale des biens, mais en général diminue le bien-être. La disette ou l'abondance augmente ou respectivement diminue l'utilité marginale et au contraire diminue ou respectivement augmente l'utilité totale et le bien-être.

48. — Il y a lieu de reprendre en considération ici l'hypothèse, dont nous sommes partis au commencement du numéro 47 et qui consiste à rapporter l'utilité économique des biens à un homme économique moyen, en faisant abstraction, entre autres circonstances, de l'inégalité de la distribution de la richesse. Nous avons déjà dit que cette abstraction porte à une certaine incertitude sur les résultats.

En effet il paraît vraisemblable que les variations de la concentration de la richesse ne restent pas sans effet sur l'utilité économique des biens. C'est une donnée de l'expérience que les prix sont plus élevés dans les pays où la concentration de la richesse est plus forte. On peut l'expliquer en considérant que les conditions théoriques de la parfaite concurrence ne se vérifient pas sur les marchés et que par ce fait les vendeurs réussissent à réaliser des prix élevés avec des ventes plus restreintes de ce qui arriverait dans des conditions de concurrence parfaite. Or ils ont plus d'avantage à pousser cette restriction dans le pays où les riches sont plus nombreux en compáraison des pauvres. Si cette explication est exacte, la concentration de la richesse aurait l'effet d'élever les prix des marchandises en élevant l'utilité économique qu'elles représentent pour les acheteurs.

La concentration de la richesse à d'ailleurs indubitablement l'effet contraire sur l'utilité totale et le bien-être économique. Ceux-ci en effet diminuent lorsque la concentration de la richesse augmente, puisque la même quantité de marchandises donne une satisfaction et un bien-être moindres au riche qu'au pauvre (1).

Si l'on doit être prudents pour conclure des variations du pouvoir physique d'achat aux variatinos du pouvoir économique d'achat de la monnaie, il faut être encore plus cauteleux à en conclure aux variations de l'utilité totale et dū bien-être que l'on peut se procurer avec un certain revenu monétaire.

Pour des périodes bien éloignées ou des pays très différents, je ne crois pas pourtant que l'on doive cultiver l'illusion de pouvoir avoir un nombre indice unique qui mesure le pouvoir physique d'achat de la monnaie, d'un côté, et en même temps son pouvoir économique d'achat ou son pouvoir d'achat en utilité totale ou en bien-être, de l'autre côté. D'autre part, pour des périodes très prochaines ou des pays semblabes, je pense, qu'au lieu de recourir à des compromis, ainsi qu'on l'a proposé (2), il vaut beaucoup mieux se baser sur les formules de l'indice du pouvoir physique d'achat de la monnaie, déduites des méthodes d'élimination.

49. — Il est intéressant d'observer que, si l'on admet que le nombre indice de l'utilité économique des marchandises n'a pas varié et que le nombre indice du pouvoir physique d'achat de la monnaie coïncide avec celui du pouvoir économique d'achat, les méthodes A et D donnent deux limites, respectivement infé-

---

(1) Voir à ce sujet, *L'ammontare e la composizione* etc., cité, pages 541-543, L'importance que cette circonstance peut avoir pour l'interprétation des nombres indices des prix pondant la guerre est bien mise en évidence par Pigou, *The Economics of Welfare*, cité, page 88.

(2) Cfr. à ce sujet Edgeworth, cité, pages 220-221.

rieure et supérieure, du nombre indice du pouvoir économique d'achat de la monnaie. Si en effet dans un moment m on achète des quantités des diverses marchandises qui sont différentes de celles que l'on achetait dans un moment précédent n, c'est que cette combinaison des quantités, que nous pourrons indiquer avec μ, représente un avantage en comparaison de l'autre que nous pourrons indiquer avec ν. L'indice du pouvoir physique d'achat, construit d'après la méthode A, suppose que dans le moment m on achète encore les quantités d'après la combinaison ν et par conséquent donne une mesure de la variation du pouvoir économique d'achat de la monnaie qui est pessimiste, étant admis que le nombre indice de l'utilité économique des marchandises n'ait pas varié. C'est-à-dire qu'il montre une augmentation du pouvoir d'achat plus faible ou une diminution plus forte de la réelle.

De même la combinaison des quantités ν était évidemment, dans le moment n, plus avantageuse que la combinaison μ. La méthode D, qui suppose que dans le moment n on achetait les quantités d'après la combinaison μ, exagère par conséquent l'augmentation ou atténue la diminution du pouvoir économique de la monnaie, étant toujours admis que le nombre indice de l'utilité économique des marchandises soit resté constant.

Il est à remarquer que cette condition que le nombre indice de l'utilité économique des marchandises n'ait pas varié est indispensable pour arriver aux conclusions précédentes. Si en effet l'utilité économique des marchandises avait, par exemple, augmenté, par effet d'une meilleure utilisation des biens ou pour une autre cause quelconque, on ne pourrait pas affirmer que le pouvoir économique d'achat de la monnaie a augmenté moins que le pouvoir physique déterminé d'après la méthode D (1).

On a remarqué éxactement que, si les goûts tendent à s'adapter aux consommations, les divergences entre les résultats des méthodes A et D sont plus faibles que si les goûts n'en étaient pas influencés (2). En effet cette circonstance tend à faire varier dans

---

(1) Un raisonnement analogue est fait par PIGOU (*The Economics of Welfare*, pages 73-74) qui pourtant ne pose pas la condition, qui nous paraît indispensable, de la constance du nombre indice de l'utilité économique des marchandises. Il suppose au contraire la constance des goûts de la population (ou de son homme moyen), ce qui ne nous paraît ni suffisant ni nécessaire.

(2) Cfr. PIGOU, *The Economics of Welfare*, cité, page 77.

le même sens les rapports $\frac{q_{bi}}{q_{bt}}$ et $\frac{u_{bi}}{u_{bt}}$, et par conséquent atténue la relation négative entre les rapports $\frac{q_{bi}}{q_{bt}}$ et $\frac{p_{bi}}{p_{bt}}$ qui a pour effet de faire résulter le nombre indice des prix d'après la méthode A plus élevé que d'après la méthode D.

De l'influence que le mode de séparer les groupes de circonstances peut avoir sur les nombres indices, spécialement pour des caractères qui présentent le phénomène de la régression.

50. — Nous devons maintenant considérer les résultats des méthodes A', B', C', D', en relation avec les résultats des méthodes A, B, C, D.

Il faut les considérer avant tout pour les caractères qui ne présentent pas et après pour ceux qui présentent le phénomène de la régression.

On ne peut naturellement prétendre que des méthodes qui considèrent les mêmes grandeurs comme résultantes de groupes différents de causes portent absolument aux mêmes résultats ; mais on ne saurait admettre que les résultats fussent systématiquement différents.

Nous avons déjà vu (pages 54-55) que cela peut arriver et qu'il est même vraisemblable que cela arrive tout au moins lorsqu'on applique le procédé du type mobile précédent. Pour $A > A'$ on aurait à attendre en effet $D < D'$ et, de même, pour $B > B'$, on devrait attendre $C < C'$.

Par exemple, en considérant le taux de mortalité générale comme la résultante des taux de mortalité spéciale pour les différents âges et de la composition par âge de la population, nous pouvons décider, par les méthodes A et D, si, en faisant abstraction des différences entre la composition par âge de la population, le taux de mortalité générale résulterait plus élevé dans une population donnée i que dans une autre population t prise comme type. En considérant, d'autre part, la réciproque du taux de mortalité générale — c'est-à-dire le nombre moyen des habitants pour 1 mort — comme la résultante des moyennes analogues pour les différents âges et de la composition par âge des morts, on peut décider, par les méthodes A' ou D', si, en faisant abstraction des différences entre la composition par âge des morts, la réciproque du taux de mortalité résulterait moins élevée et le dit taux par conséquent plus élevé dans la population i que dans la population t. Comme dans un cas on a éliminé la composition par âge de la population et dans l'autre la composition par âge des morts, on ne peut pas prétendre obtenir dans les deux cas des résultats identiques; mais il est clair que, si les méthodes A et A' nous portent à des résultats qui divergent systématiquement l'un de l'autre dans un sens différent de celui selon lequel divergent aussi systématiquement les résultats que l'on obtient, pour les mêmes populations i et t, par les méthodes D et D', nous ne pourrons pas demeurer satisfaits, car nous ne saurons pas si nous devons nous en tenir aux résultats des méthodes A et D' ou au contraire aux résultats des méthodes D et A'.

Cette divergence systématique pourtant disparaît si, pour les méthodes A,B,C,D, on déduit les nombres indices des prix de la moyenne arithmétique ou géométrique des résultats des méthodes A et D, et ceux des quantités de la moyenne des résultats des méthodes B et C, (ainsi que nous avons fait dans les formules (a), (a bis), (b), (c), (a'), (a' bis), (b'), (c')), et si de même, pour les méthodes A', B', C', D', on déduit les nombres indices des prix de la moyenne arithmétique, ou géométrique, des résultats des méthodes A' et D', et les nombres indices des quantités de la moyenne des résultats des méthodes B' et C'. C'est là un nouvel avantage à mettre à l'actif de ces formules, ainsi que des formules analogues pour les méthodes A' et D', B' et C'.

Il reste pourtant la possibilité de divergences entre les moyennes des résultats des méthodes A et D ou B et C, d'un côté, et les résultats des méthodes A' et D' ou respectivement B' et C', de l'autre. Nous devons donc nous demander quand il sera préférable d'avoir recours aux unes et quand aux autres. Quelquefois, il est vrai, la question ne se pose pas en pratique car seulement les unes ou les autres sont applicables. De fait, les méthodes A' et D' ont été appliquées aux taux de mortalité lorsque l'ignorance de la composition de la population empêchait d'appliquer les méthodes A et D. Mais la question peut toujours se poser en théorie. Nous avons vu que les méthodes A, B, C, et D sont préférables à un point de vue théorique lorsque les q^{ab} expriment des phénomènes qui existent précédemment aux r_{ab}, de sorte que les r_{ab} puissent être considérés comme dérivant des q_{ab}. C'est le cas —

peut-on dire en d'autres termes — lorsque les rapports $\frac{r_{ab}}{q_{ab}}$ sont des rapports de dérivation, ainsi qu'il arrive lorsqu'ils expriment des taux de mortalité, de natalité, ou de nuptialité. Mais nous avons vu aussi qu'il y a des applications, par exemple dans le domaine des prix des marchandises échangées ou consommées, où cette considération ne peut pas être invoquée, les q_{ab} et les r_{ab} exprimant des phénomènes qui interviennent en même temps et sont liés les uns aux autres, par exemple les q_{ab} exprimant les quantités consommées de chaque marchandise et les r_{ab} les dépenses pour chaque marchandise. Il paraît que dans ce cas l'on puisse trouver un guide dans la considération suivante. Quelquefois ce sont les q_{ab} qui déterminent les r_{ab}; autrefois, au contraire, ce sont les r_{ab} qui déterminent les q_{ab}. Dans les dépenses individuelles nous sommes dans le premier cas: nous réglons, par exemple, nos dépenses en chaque article d'après la quantité que nous en voulons consommer. Dans les dépenses publiques au contraire nous sommes plutôt dans le deuxième cas : le budget établit les sommes à dépenser dans les différentes manières et les quantités à consommer restent réglées, plus ou moins approximativement, par ces sommes. Dans le premier cas, ce sont, par conséquent, les méthodes A, B, A, D, dans le deuxième les méthodes A', B', C', D', qui devraient être préférées (1).

51. — Lorsqu'on est en présence de caractères qui présentent le phénomène de la régression, les résultats des méthodes A, B, C, D, d'un côté, et ceux des méthodes A', B', C', D', de l'autre, peuvent être non seulement divergents, mais, à un certain point de vue, aussi contradictoires.

---

(1) À la méthode A' pour la construction des nombres indices des prix faisait déjà allusion JEVONS (cité, pages 120-121). Il considérait le cas spécial où r_{ab} était constant pour tous les b, c'est-à-dire où la somme d'argent dépensée était égale pour chaque marchandise, et déclarait que cette méthode est aussi autorisée que la méthode A qui venait d'être proposée par LASPEYRES. Des considérations analogues sont faites par le Prof. YOUNG dans l'article cité *The measurement of Changes of the general Price Level* (pages 569-570). Il déclare que la méthode A', ainsi que la méthode A, ne sont pas satisfaisantes pour mesurer le niveau général des prix, et qu'il n'y a pas de raison à préférer l'une à l'autre. Les données disponibles ne permettraient d'appliquer la méthode A' que dans des domaines limités. L'indice, auquel la méthode A' conduit, aurait pourtant, à son avis, plus de droit à être considéré comme un indice du pouvoir d'achat de la monnaie. Le prof. YOUNG ne s'arrête pas à justifier cette dernière conclusion.

Nous allons le montrer par deux exemples.

Johannsen (cfr. page 47) a pensé de pouvoir corriger l'affirmation des anthropologistes anglais, d'après lesquels la femme serait plus brachycéphale que l'homme et de pouvoir démontrer parfaitement le contraire. En effet, Johannsen montre que, la longueur de la tête étant faite égale pour les deux sexes, l'indice céphalique résulte plus petit pour la femme. Dans le tableau suivant les colonnes 4 et 5 donnent les largeurs moyennes de la tête calculées par Johannsen. Comme dans toutes les catégories de longueur, dans lesquelles les deux sexes sont représentés, la largeur moyenne de la tête est plus petite pour la femme, il est certain que le résultat n'aurait pas pu être différent en suivant la méthode *A* ou bien la *D* ou bien en prenant une moyenne quelconque de leurs résultats.

Mais j'ai voulu voir ce que l'on aurait obtenu si, au lieu d'éliminer l'influence de la longueur de la tête on aurait éliminé l'influence de sa largeur. Les résultats de mes calculs sont exposés dans la deuxième partie (Col. 6-I0) du même tableau. À largeur de la tête égale, la longueur est plus élevée et par conséquent l'indice céphalique est plus bas pour l'homme que pour la femme. Comme il n'y a plus de raison à éliminer la longueur que la largeur de la tète, l'une et l'autre ayant la même importance dans la détermination de l'indice céphalique, on ne sait lequel choisir entre les deux résultats.

Deuxième exemple. Pfitzner (cfr. pages 47-48) a pensé de pouvoir résoudre la question de la grandeur relative de la tête à la taille dans les deux sexes, en éliminant l'influence de la taille.

Ayant sous les yeux les données reproduites dans la première partie du tableau à page 154, il concluait que la tête de la femme est relativement plus petite. En effet (col. 4 et 5), à parité de taille, la circonférence de la tête de la femme résulte sans exception plus petite. Mais Pitzner lui même, dans un autre passage de son travail (1), reproduit, après celles-ci, les autres données qui sont inscrites dans la deuxième partie du tableau et qui montrent que, à parité de circonférence de la tète, la taille est plus petite pour la femme, ce qui autoriserait, avec la même raison, la conclusion que la tête de la femme est relativement plus grande. Comme, dans

---

(1) *Social-anthropologische Studien. IV. Die Proportionen des Menschen,* « Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie » Band V, pages 287-288.

Longueur et largeur de la tête dans les deux sexes

(Valeurs correspondantes)

Longueur de la tête en cm.	Nombre des crânes observés		Largeur moyenne correspondante		Largeur de la tête en cm.	Nombre des crânes observés		Longueur moyenne correspondante de la tête	
	masculins (q_{b_1})	féminins (q_{b_2})	masculins (p_{b_1})	feminins (p_{b_2})		masculins (r'_{b_1})	féminins (r'_{b_2})	masculins (t'_{b_1})	féminins (t'_{b_2})
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
					10.5—11	—	1	—	(19.25)
16 —16.5	1	6	(12.75)	(12.75)	11 —11.5	1	3	(18.75)	(17.25)
16.5—17	2	70	(13.50)	13.10	11.5—12	1	9	(16.75)	(17.86)
17 --17.5	49	201	13.34	13.09	12 —12.5	13	46	18.37	17.46
17.5—18	131	275	13.38	13.18	12.5—13	101	209	18.18	17.56
18 —18.5	242	157	13.48	13.36	13 —13.5	266	273	18.29	17.71
18.5—19	215	37	13.58	13.36	13.5—14	243	182	18.55	17.79
19 —19.5	99	7	13.76	12.75	14 —14.5	120	25	18.56	17.91
19.5—20	27	1	13.88	(13.25)	14.5—15	27	6	18.82	(17.75)
20 —20.5	5	—	(14.15)	—	15 —15.5	2	—	(19.25)	—
					15.5—16	1	—	(18.75)	—
En total	775	754	13.54	13.19	En total	775	754	18.42	17.68

Taille et circonférence de la tête dans les deux sexes

(Valeurs correspondantes)

Taille en cm.	Nombres des sujets observés		Circonférence moyenne correspondante de la tête en mm.		Circonférence de la tête en mm.	Nombres des sujets observés		Taille moyenne correspondante en mm.	
	hommes (q_{b_1})	femmes (q_{b_2})	h (p_{b_1})	f (p_{b_2})		hommes (r'_{b_1})	femmes (r'_{b_2})	h (t'_{b_1})	f (t'_{b_2})
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
126—130	—	1	—	493	471—480	—	1	—	1400
131—135	—	4	—	513	481—490	—	10	—	1536
136—140	—	19	—	519	491—500	2	51	1635	1515
141—145	3	71	556	522	501—510	9	140	1594	1532
146—150	20	225	542	525	511—520	74	243	1625	1535
151—155	74	410	544	527	521—530	140	329	1637	1549
156—160	265	373	542	530	531—540	282	278	1645	1548
161—165	437	199	547	533	541—550	403	181	1651	1563
166—170	484	50	550	534	551—560	354	86	1669	1572
171—175	267	2	555	536	561—570	240	29	1674	1598
176—180	177	—	558	—	571—580	120	7	1681	1594
181—185	11	—	562	—	581—590	36	1	1701	1560
186—190	1	—	562	—	591—600	13	—	1705	—
					601—610	2	—	1755	—
En total	1679	1354			En total	1675	1356		

cet exemple aussi, les différences sont dans le même sens pour toutes les catégories, soit de la taille que de la circonférence de la tête, il est bien certain que les résultats des méthodes A et D, ainsi que ceux des méthodes A' et D' n'auraient pas pu corriger cette divergence.

Or si on se place au point de vue auquel se plaçaient PFITZNER et JOHANNSEN — et qui est d'ailleurs le principe qui est à la base des méthodes d'élimination — ces résultats peuvent bien être dits contradictoires. Ce principe est que les moyennes pondérées de certains rapports sont rendues comparables entre elles lorsqu'on a rendus uniformes les poids donnés aux différents rapports. Or les rapports moyens $\frac{\text{Largeur de la tête}}{\text{Longueur de la tête}}$, $\frac{\text{Circonférence de la tête}}{\text{Taille}}$, rendus comparables d'après ce principe résultent plus petits pour la femme ; mais, de l'autre côté, les rapports moyens $\frac{\text{Longueur de la tête}}{\text{Largeur de la tête}}$, $\frac{\text{Taille}}{\text{Circonférence de la tête}}$, rendus comparables d'après le même principe, résultent aussi plus petits pour la femme. Les deux résultats sont inconciliables.

52. — Cette contradiction est due à l'action combinée de la régression et de la différence de distribution des caractères dans les deux sexes. Par effet de la régression, les circonférences moyennes de la tête, correspondant, par exemple, aux tailles supérieures à la moyenne baissent vers leur moyenne et les circonférences moyennes de la tête correspondant aux tailles inférieures à la moyenne s'élèvent, par contre, vers leur moyenne. En comparant, dans les col. 4 et 5 au tableau à page 154, les circonférences moyennes correspondant aux tailles égales pour les deux sexes, nous négligeons donc des circonférences de la tête des femmes qui se sont élevées vers la moyenne (les circonférences correspondant aux tailles 126-140) et des circonférences de la tête des hommes qui au contraire ont baissé vers la moyenne (les circonférences correspondant aux tailles 190-175) et en outre nous donnons implicitement plus d'importance aux circonférences de la tête des hommes qui se sont élevées vers la moyenne qu'à celles qui ont baissé vers la moyenne, car un petit nombre des premières (par exemple 3) et un nombre beaucoup plus grand des deuxièmes (par exemple 267) constituent une catégorie. Pour les femmes, c'est précisément le contraire qui a lieu.

Lorsque nous passons à la deuxième partie du tableau, des influences analogues agissent en sens parfaitement opposé. Cela explique les différences des conclusions que l'on tire des deux parties du tableau.

Il ne faut pas s'étonner, d'ailleurs, si le phénomène de la régression empêche d'arriver à une conclusion univoque dans les comparaisons des proportions relatives dans les deux sexes, puisqu'elle empêche même d'arriver à une conclusion univoque au sujet des rapports entre deux caractères dans le même sexe. Par exemple, à cause justement de la régression, nous ne pouvons pas dire quelles sont les dimensions correspondantes dans le même sexe: d'après le tableau précédent à des tailles de 148 cm. (146-150) correspond, parmi les femmes, une circonférence moyenne de la tête de 525 mm. (col. 4), mais à des circonférences de la tête de 525 mm. (521-530) correspond une taille de 155 cm. (col. 9), sensiblement plus élevée que les premières (146-150).

Nous pouvons penser de faire la moyenne entre les résultats ainsi obtenus et prendre par exemple l'expression $\frac{\sqrt{148 \cdot 155}}{525} = \frac{151}{525}$ comme le rapport entre les tailles et les têtes avec une circonférence de 525 mm. Ou bien nous pouvons nous demander quelle est la taille *cograduée* avec une circonférence de la tête de 525 mm., c'est à dire la taille au dessous de laquelle reste la même fraction de femmes qui a une circonférence de la tête inférieure à 525 (1). En effet, s'il n'y avait pas régression et si la connexion entre tailles et circonférences de la tête était parfaite, la taille cograduée serait aussi la taille correspondant à une circonférence donnée. La taille cograduée résulte, dans cet exemple, un peu plus élevée que 152.

53. — Les deux procédés que nous venons d'envisager nous suggèrent deux procédés correspondants à employer dans le domaine des méthodes d'élimination.

Nous pouvons penser à prendre la moyenne des résultats obtenus par les méthodes A, D, A' D'. Comme entre les résultats obtenus par les méthodes A et D, ou bien A' et D', on prend la moyenne géometrique, il paraît qu'ici aussi on pourrait prendre la moyenne géométrique.

---

(1) Cfr. à ce sujet, notre mémoire *Delle relazioni tra le intensità cograduate di due caratteri*, en « Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti », Anno accademico 1916-1917, Tomo LXXVI, Parte seconda.

Ou bien nous pouvons nous demander quel serait par exemple, le rapport moyen entre la circonférence de la tête et la taille cogradué dans les hommes et dans les femmes, en admettant que la composition de la population par taille ou par circonférence de la tête soit la même dans les deux sexes. Dans ce cas, les résultats des méthodes A et D et des méthodes A' et D' ne devraient pas différer systématiquement entre eux.

Avec le premier procédé on obtient, en limitant la comparaison aux valeurs de b communes aux deux sexes, (1 = crânes masculins; 2 = crânes féminins) les résultats suivants.

Méthode	$\frac{R_2}{R_1}$	Indice céphalique	Rapport de la circonférence de la tête à la taille
A	$\frac{\sum_{b=16}^{b=20} p_{b2}\, q_{b1}}{\sum_{b=16}^{b=20} p_{b1}\, q_{b1}}$	97.88 %	97.20 %
D	$\frac{\sum_{b=16}^{b=20} p_{b2}\, q_{b2}}{\sum_{b=16}^{b=20} p_{b1}\, q_{b2}}$	98.34 %	96.86 %
A'	$\frac{\sum_{b=11}^{b=15} t'_{b2}\, r'_{b1}}{\sum_{b=11}^{b=15} t'_{b1}\, r'_{b1}}$	102.52 %	105.79 %
D'	$\frac{\sum_{b=11}^{b=15} t'_{b2}\, r'_{b2}}{\sum_{b=11}^{b=15} t'_{b1}\, r'_{b2}}$	103.66 %	105.76 %
$\sqrt{A\,D}$		98.1 %	97.0 %
$\sqrt{A'\,D'}$		103.1 %	105.8 %
$\sqrt[4]{A\,D\,A'\,D'}$		**100.5** %	**101.3** %

Ces résultats nous disent que, d'après les données examinées, on pourrait conclure que la femme est plus brachycéphale que l'homme mais à un dégré presque insensible et que la circonférence de la tête rapportée à sa taille est légèrement plus grande dans la femme que dans l'homme.

Le deuxième procédé est plus long. Il vaut pourtant la peine de l'appliquer pour voir si les résultats auxquels il conduit coïncident avec ceux du premier.

Il faut commencer à construire le série intégrale des quantités cograduées. Pour la longueur et la largeur des crânes masculins, elle est donnée dans le tableau à la page suivante. Ce tableau nous dit qu'il y a, par exemple, 187 crânes masculins qui ont une largeur inférieure à 13.13 cm. et une longueur inférieure à 18 cm.. C'est-à-dire que 13.13 et 18 sont deux quantités cograduées. De même 16.5 et 11.5, 16.58 et 12 etc. sont des quantités cograduées. Les chiffres des longueurs ou des largeurs sans parenthèse sont déduits directement du tableau a page 153; ceux entre parenthèse sont obtenus avec une interpolation linéaire.

Du tableau suivant on déduit facilement les chiffres de la première partie du tableau à page 160 qui montrent la largeur moyenne de la tête cograduée à une classe de longueurs données. Ces chiffres ont été obtenus en supposant que la largeur moyenne de la tête cograduée à une classe de longueurs données soit égale à la moyenne des largeurs cograduées aux limites de la classe. Par exemple, 12.19 étant la largeur cograduée à la longueur 17 et 12.70 étant la largeur cograduée à la longueur 17.5, on admet que $12.45 = \dfrac{12.19 + 12.70}{2}$ soit la largeur moyenne de la tête cograduée à la classe des longueurs 17-17.5.

Par un procédé analogue on a construit la deuxième partie du premier tableau à page 160 qui donne la longueur moyenne de la tête cograduée à une classe de largeurs données, et le tableau suivant à la même page qui présente des données analogues pour la taille et la circonférence de la tête.

En opérant sur les grandeurs π_{b1}, π_{b2}, τ_{b1}, τ_{b2} des tableaux à page 160, et sur les grandeurs q_{b1}, q_{b2}, r'_{b1}, r'_{b2} des tableaux à pages 153 et 154 on peut appliquer les méthodes *A*, *D*, *A'* *D'*.

Longueur de la tête (*b*)	Nombre des crânes masculins ayant une longueur inférieure à *b* et une largeur inférieure à *b'*	Largeur de la tête (*b'*)
16.5	1	11.5
(16.58)	2	12
17	7	(12.19)
(17.08)	15	12.5
17.5	56	(12.70)
(17.72)	116	13
18	187	(13.13)
(18.40)	382	13.5
18.5	429	(13.59)
(18.95)	625	14
19	644	(14.07)
(19.5)	743	(14.49)
(19.54)	745	14.5
20	770	(14.96)
(20.20)	772	15
(20.40)	774	15.5
20.5	775	16

Longueur et largeur de la tête dans les deux sexes
(Valeurs cograduées)

Longueur de la tête en cm. (b)	Largeur moyenne cograduée de la tête h (π_{b_1})	f (π_{b_2})	Largeur de la tête en cm. (b')	Longueur moyenne cograduée de la tête h (τ_{b_1})	f (τ_{b_2})
16 —16.5	11.25	11.55	10.5—11	—	16.08
16.5—17	11.85	12.26	11 —1.5	16.25	16.22
17 —17.5	12.45	12.96	11.5—12	16.54	16.45
17.5—18	12.92	13.27	12 —12.5	16.78	16.72
18 —18.5	13.36	13.74	13.5—13	17.32	17.18
18.5—19	13.83	14.21	13 —13.5	18.06	17.73
19 —19.5	14.23	14.74	13.5—14	18.67	18.36
19.5—20	14.73	14.96	14 —14.5	19.30	18.92
20 —20.5	15.48	—	14.5—15	19.87	19.57
			15 —15.5	20.30	—
			15.5—16	20.45	—

Taille et circonférence de la tête dans les deux sexes
(Valeurs cograduées)

Taille en cm. (b)	Circonférence moyenne cograduée de la tête h (π_{b_1})	f (π_{b_2})	Circonférence de la tête en cm. (b')	Taille moyenne cograduée h (τ_{b_1})	f (τ_{b_2})
126—130	—	476	471—480	—	128
131—135	—	482	481—490	—	133
136—140	—	489	491—500	142	140
141—145	497	498	501—510	145	145
146—150	507	509	511—520	151	150
151—155	517	522	521—530	156	154
156—160	529	536	531—540	160	158
161—165	542	551	541—550	164	161
166—170	555	568	551—560	168	165
171—175	568	585	561—570	172	168
176—180	583	—	571—580	176	171
181—185	599	—	581—590	179	174
186—190	608	—	591—600	182	—
			601—610	187	—

On trouve

Méthode	$\frac{R_2}{R_1}$	Indice céphalique	Rapport de la circonférence de la tête à la taille
A	$\dfrac{\sum_{b=16}^{b=20} \pi_{b2}\, q_{b1}}{\sum_{b=16}^{b=20} \pi_{b1}\, q_{b1}}$	102.9 %	102.0 %
D	$\dfrac{\sum_{b=16}^{b=20} \pi_{b2}\, q_{b2}}{\sum_{b=16}^{b=20} \pi_{b1}\, q_{b2}}$	103.2 %	101.1 %
A'	$\dfrac{\sum_{b=11}^{b=15} \tau_{b1}\, r'_{b1}}{\sum_{b=11}^{b=15} \tau_{b2}\, r'_{b1}}$	101.7 %	101.7 %
D'	$\dfrac{\sum_{b=11}^{b=15} \tau_{b1}\, r'_{b2}}{\sum_{b=11}^{b=15} \tau_{b2}\, r'_{b2}}$	101.4 %	101.2 %
$\sqrt{A\,D}$		103.0 %	101.5 %
$\sqrt{A'\,D'}$		101.5 %	101.5 %
$\sqrt[4]{A\,D\,A'\,D'}$		**102.2 %**	**101.5 %**

Les résultats des méthodes A, D, A', D' sont concordants, à part des petites différences qui peuvent bien être regardées comme ayant caractère accidentel ou bien provenant de l'approximation avec laquelle on a calculé les quantités cograduées.

Ils sont d'accord aussi avec les résultats du premier procédé en tant qu'ils montrent une circonférence de la tête rapportée à la taille relativement plus élevée et un crâne relativement plus brachycéphale dans la femme que dans l'homme. La différence, pour ce qui concerne l'indice céphalique, résulterait pourtant, d'après ce procédé, plus forte que d'après le premier. Il s'agit en tout cas de petites différences.

Nous pouvons donc conclure que, si une conclusion est autorisée, c'est celle-ci que la femme est légèrement plus brachycéphale que l'homme et que le rapport de la tête à la taille est légèrement plus élevé dans la femme. Il est à remarquer que ces conclusions sont parfaitement opposées à celles auxquelles, en considérant le problème unilatéralement, étaient parvenus PFITZNER et JOHANNSEN.

M. Saibante, C. Vivarini, G. Voghera

Gli studenti dell' Università di Padova dalla fine del 500 ai nostri giorni
(Studio statistico)

SOMMARIO

1. — Prima di addentrarci nell'esame critico dei dati da noi raccolti crediamo opportuno dare alcune informazioni sul come fu ordinata e secondo quali criteri fu eseguita la nostra ricerca, che, pur non avendo l' importanza di un'opera storica propriamente detta, crediamo fortemente possa esser base sicura per chi, avendone volontà e capacità, si accingerà a tracciare la storia illustre dell' Ateneo Patavino con la ferma intenzione di evitare quelle inesattezze e quelli errori cui non possono sfuggire gli storici che non fondano le narrazioni su basi statistiche.

Materia del nostro studio avrebbe dovuto essere tutto il periodo che va dalla fondazione dell' Università Patavina al 1922, senonchè i registri portanti i dati che servono allo scopo nostro risalgono solo al 1591 per l' Università Giurista e al 1633 per l' Università Artista; e neppure da quelle date in giù la nostra ricerca può essere completa, perchè vari volumi dell'Archivio Antico sono andati perduti e in conseguenza nella nostra statistica si trovano numerose ed importanti lacune. Soprattutto dolorosa è la perdita di quei registri riguardanti il periodo Galileiano, periodo di grande floridezza per lo Studio, al quale, per udire l'aurea parola del precursore, coorti di scolari convenivano da tutta Europa.

2. — Il materiale di cui ci servimmo per la presente ricerca ha tre fonti distinte. La prima è rappresentata dall'Archivio Antico della Università di Padova che va, per quel che riguarda il caso nostro, all'ingrosso dal secolo XVI al 1806. Trovasi tale Archivio depositato presso la locale Biblioteca Universitaria. Il GIOMO, che lo ordinò, pubblicò sull'argomento un catalogo con notizie storiche interessanti che ci fu di valido aiuto particolarmente per la ricerca dei registri. La seconda fonte è data dall'Archivio Moderno dell'Università che va dal 1806 ad oggi, giacente presso la Segreteria dell'Ateneo e che ci fu cortesemente messo a disposizione dal Direttore della Segreteria stessa Sig. SARPI per quel periodo (1806 - 1872/73) che dovevamo studiare. Terza fonte infine furono gli annuari della R. Università di Padova che, pur risalendo ai primi anni del secolo scorso, portano notizie statistiche sul numero e sulla nazionalità degli studenti solo dall'anno accademico 1873/74 in poi. (1)

È evidente che la parte più difficile da consultarsi per la raccolta dei dati fu quella compresa nell'Archivio Antico, sia per la calligrafia dei Cancellieri dello Studio spesso pessima, sia perchè il tempo e l'umidità hanno danneggiato alcuni registri, e sbiadita la scrittura, sia perchè in alcuni casi liste di scolari, riferentisi a certi anni, erano collocate sotto elenchi riferentisi ad anni diversi.

La parte moderna non presenta invece alcuna difficoltà di interpretazione, fuorchè per il periodo che va dal 1806/07 al 1816/17 all'incirca, difficoltà causata dal fatto che per quelli anni non esistono registri ben tenuti, ma semplici fascicoli con indicazioni di nomi che molto spesso non si sa con sicurezza a quali anni o a quali facoltà si riferiscano.

Ci fu pure impossibile ricavare le nazionalità degli studenti per il periodo 1875/1876 — 1879/1880 incluso, a causa

---

(1) Nello spoglio delle fonti fummo coadiuvati dai colleghi MARIA CARPI, ALESSANDRO BIANCHI e PAOLO LEVI.

della mancanza dei registri e delle insufficienti indicazioni degli annuari. Quanto al periodo bellico 1915-1918, non essendo stati pubblicati annuari per quelli anni, ricavammo alcuni dati comprensivi da annuari posteriori.

Una perdita notevole di tempo ci causarono le frequentissime cancellature che ci impedirono di fare sicuro assegnamento sui numeri progressivi indicati a lato delle liste annuali degli studenti, poichè i Segretari del tempo non si curavano di modificare, né il numero riferentesi allo studente cancellato, nè il totale; in conseguenza dovemmo contare gli iscritti anche nel caso in cui il numero di ordine ed il totale fossero eventualmente indicati.

In linea generale, si può notare una molto maggiore diligenza nel modo in cui furono tenuti i registri dell' Università Artista in confronto di quelli dell' Università Giurista, con un danno però nei riguardi dei primi per chi voglia istituire ricerche del nostro tipo, danno causato da una speciale disposizione degli iscritti per cui sotto l' indicazione di un dato anno vi è l' indicazione dell' iscrizione negli anni successivi, cosicchè non si può fare il computo degli iscritti, tanto per la ricerca del loro totale quanto per la ricerca della nazionalità, in senso che si potrebbe dire verticale.

Un' altra caratteristica che si presenta sovente nei tempi più antichi del periodo da noi considerato è il modo del tutto speciale ed ingenuo con cui avviene la distribuzione degli inscritti per ordine alfabetico; per procedere infatti a questa classificazione non si opera nel modo naturale e consueto di classificare secondo la prima lettera del cognome ed eventualmente secondo la prima e la seconda, ma si procede secondo la prima lettera alfabetica del nome ed eventualmente secondo la prima lettera del cognome quando gli inscritti rientranti per il nome loro in ciascuna categoria costituita da una lettera dell' alfabeto si suddividono in altrettante categorie secondarie quante sono le ventun lettere con cui può cominciare il loro cognome. Inoltre questo metodo può portare a vari spostamenti a causa dei nomi dialettali o diversamente indicati degli scolari, così i Giovanni e i Zuanne sono i primi catalogati nella G, com' è naturale, i secondi nella lettera Z, e così pure per piccole differenze fonetiche nomi che sono gli stessi come Giuseppe e Josepho sono catalogati sotto diverse iniziali.

3. — Degna di nota è un'altra caratteristica frequentissima riguardante l'iscrizione degli studenti nei secoli XVII e XVIII: questi infatti in buona parte non studiavano per il numero di anni che era loro necessario a conseguire la laurea o per un numero di anni di poco superiore, ma per vario tempo in più, sicchè se ne trovano alcuni, e non sono pochi, che frequentarono l'Università iscritti regolarmente perfino per più di 15 anni. Un'altra osservazione riguardo al modo di studiare di quei tempi ci pare interessante, e cioè che in buona parte gli studenti iscrittisi in un dato anno non tornavano a iscriversi regolarmente negli anni immediatamente successivi fino alla fine degli studi o fino al momento in cui li interrompevano, ma stavano lontani dallo studio per vari anni di seguito e si iscrivevano a tratti per due o tre anni per poi riprendere dopo un periodo più o meno lungo di interruzione. Osservammo perfino casi di studenti che, inscrittisi in un dato anno, ripresero gli studi dopo un intervallo di 15 o 20 anni, e ciò fa legittimamente supporre che costoro, dopo una tale interruzione, non riprendessero gli studi in età troppo giovanile, cosa certamente utile per quella maturità della cui mancanza ci si lagna attualmente.

4. — Oltre all'Archivio Antico dell'Università, allo scopo di ricercare dati riguardanti i secoli XVI, XVII e XVIII, facemmo ricorso alla raccolta di quelle relazioni che i Podestà di Padova, allo spirare del loro Ufficio, facevano al Senato Veneto rendendo conto della loro gestione ed informandolo delle condizioni in cui avevano lasciato il territorio padovano e dei più importanti avvenimenti in questo accaduti sotto la loro amministrazione. Da queste relazioni, giacenti presso la Biblioteca Civica di Padova, ben poco però, potemmo desumere: esse sono veramente preziose per lo storico dello Studio, ma scarsamente utili per lo studioso di statistica. Pur tuttavia notiamo che, nel 1605, si lamenta dal Viaro una forte diminuzione negli iscritti, così pure nel 1614, nel 1616, nel 1634, nel 1638. Nel 1617, il Vendramin dice lo Studio quasi abbandonato dai nobili veneziani, ma frequentatissimo dagli Ultramarini; anche nel 1619 pochissimi sono i nobili veneti, forte invece il concorso generale (Valier); fra le nazioni, la più numerosa è l'Ultramontana. Florida al contrario appare dalle relazioni la condizione della Università negli anni 1640, 1644, 1646. Ma anche questi dati non sono strettamente statistici: solo sappiamo che nel 1554 vi erano complessivamente 1000 studenti; nel 1609, secondo il Podestà CONTARINI, circa 1500; nel 1633, secondo il PISANI, 60 iscritti alla « Natio Alemanna »; nel 1691, oltre 1000 studenti. Da ultimo dalla relazione del FOSCARINI (1646) apprendiamo come in quel periodo il numero degli immatricolati non superasse mai i settecento. Dalla *Relazione dello Stato della Repubblica Veneta* di Don ALFONSO DELLA QUEVA, Ambasciatore di Spagna, mandata al RE FILIPPO IV apprendiamo infine che: a « Padova... gli scolari ascendono a duemila... »; questo dato riguarda l'anno 1618 circa.

Su tutti questi dati però non possiamo fare un assegnamento certo, perchè non ci é possibile il controllo, sui registri delle affermazioni dei Podestà a causa della mancanza, per gli anni sopraindicati, dei registri stessi. Solo l'affermazione riguardante l'anno 1691 appare rispondente a verità; infatti il totale indicato nel registro di quell'anno indica il numero degli studenti di poco superiore al migliaio. E anche al dato fornito dal CONTARINI per gli anni prossimi al 1646 si può prestar fede perchè, se in quelli anni risultano iscritti costantemente 300 artisti, si può arguire che, essendo i Giuristi allora alquanto più numerosi degli Artisti, il totale fosse appunto in quel tempo di circa 700 iscritti. Quanto al dato tolto dalla relazione dell'Ambasciatore spagnolo DELLA QUEVA, esso pure può dar luogo a fondati sospetti circa la sua esattezza, sia perchè è probabile che il DELLA QUEVA abbia fornito una indicazione approssimativa, senza conoscere con precisione il numero degli iscritti nell'anno cui il dato si riferisce, sia perchè, confrontato cogli anni posteriori, dei quali possediamo con certezza il numero degli iscritti, esso appare troppo elevato.

5. — Riguardo ai criteri cui ci ispirammo per dividere gli scolari di Padova secondo la loro nazionalità credemmo utile di non scindere gli iscritti in classi troppo piccole e in cui rientrassero troppo pochi studenti. Così dividemmo gli Italiani in tre categorie: studenti dell'Italia Settentrionale, dell'Italia Centrale e dell'Italia Meridionale, specificando solo i Veneti — perchè il massimo numero di studenti dell'Ateneo Patavino proviene naturalmente dalla regione in cui esso risiede — i Lombardi, perchè essi pure in numero veramente cospicuo a causa della lunga dominazione della Serenissima su buona parte di quella regione — e infine i Trentini e i Goriziani, Istriani e Dalmati, raggruppati questi ultimi in un'unica categoria, per dimostrare ancora una volta in modo inconfutabile come questi scolari con la loro notevole affluenza al nostro Ateneo offrano un sicuro indizio della loro italianità.

Gli studenti stranieri furono classificati a loro volta secondo le Nazioni cui appartenevano: solo sotto l'antica dizione di «ultramarini» raggruppammo tutti gli scolari del vicino Oriente: delle isole Ionie, di Creta, dell'Arcipelago, di Grecia e perfino di Smirne, di Costantinopoli e d'Alessandria d'Egitto a causa della difficoltà di fare in questo caso troppo sottili distinzioni. Ciò fino al principio del secolo XIX, a partire dal quale dividemmo anche questi secondo la loro origine specificata. I Lombardi per la ragione suddetta appartengono nella quasi totalità ai territori di Brescia, di Bergamo e di Crema; gli Ultramarini, specialmente alle isole Ionie, sopratutto Cefalonia e Zante, e all'isola di Creta.

E anche qui una caratteristica osservazione: fra gli Artisti della regione veneta predominanó assai fortemente i Vicentini, mentre mancano quasi assolutamente i Padovani e i Trevisani, il che fa supporre che con la dizione «Vicentino» si comprendessero gli abitanti di un territorio più ampio dell'attuale provincia di Vicenza; fra i Giuristi predominano invece i Trevisani.

Per il periodo più antico, in cui v'era riguardo alla nazionalità una distinzione nei registri stessi, la mantenemmo inalterata tanto per l'Università Artista, ove la distinzione fu opera dei Cancellieri, quanto per l'Università Giurista, ove la distinzione corrisponde alle antichissime «Nationes» degli scolari.

6. — Due sono i fattori che, intimamente legati da un nesso di correlazione subordinata, contribuiscono a creare indistruttibile nello spazio e nel tempo la fama di qualsiasi notevole centro di studi: la valentia dei maestri, il numero e la qualità dei discepoli. E quale Università più di quella di Padova può andare superba degli uni e degli altri? FABRIZIO D'ACQUAPENDENTE, FRANCESCO BUONAFEDE, GALILEO, MORGAGNI, POLENI, STELLINI, BENAVIDES, DE LEVA, PERTILE, ZANELLA, BELLAVITIS, MESSEDAGLIA, DE GIOVANNI, VERONESE, ARDIGÒ ed altri ed altri ancora fecero risonare la loro voce sapiente nelle volte auguste del nostro Ateneo per spiegare alle generazioni la scienza dell'essere e della vita, le leggi della terra e dei cieli, della natura e degli uomini. Ed a frotte, a turbe gli studenti accorsero fino dalle terre più lontane, attraverso i pericoli e i disagi delle più torbide epoche anche quando, come un soffio di bufera, echeggiava da ogni parte il fragore delle armi, ad ascoltare il verbo sapiente di insigni maestri, a farsi guidare da essi nella scienza del vero, a trarre dalla loro sapienza quanto più potevano per contribuire col loro sforzo, reso così più gagliardo, al fatale progresso umano. Primeggiano fra gli studenti i nomi di Torquato Tasso, di Nicola Copernico, di Gustavo Adolfo di Svezia, di Antonio Rosmini, di Carlo Goldoni, di Giovanni Sobieski, di Giovanni Prati, di Nicolò Tommaseo.

7. — L'Università fondata nel 1222, che constava inizialmente solo di scuole di diritto, cui si aggregarono più tardi le scuole degli artisti e dei teologi, si presenta divisa fin dall'inizio del periodo che ci fu possibile studiare nelle due Università dei Giuristi e degli Artisti ; l'una, Università madre, concedeva la laurea in diritto ed impartiva l'insegnamento giuridico civile e canonico, l'altra, figliazione della prima, comprendeva le cattedre inerenti all'insegnamento delle discipline mediche, filosofiche, letterarie, matematiche e scientifiche in genere. Questo ordinamento durò inalterato fino al 1805, anno in cui all'antico se ne sostituì uno nuovo, sostanzialmente diverso.

8. — Fin dalle epoche più lontane, di cui non abbiamo che dati scarsi e malsicuri, noi possiamo constatare come l'Università Giurista avesse costantemente non meno di 200 allievi ; quasi sempre però molti di più. Sono cifre notevoli se pensiamo alle difficoltà ed ai pericoli dei viaggi, al costo del soggiorno, pur mitigato dai sapienti provvedimenti della Veneta Repubblica, ed alle guerre politiche e religiose, che travagliarono continuamente l'Italia e l'Europa tutta.

Osserviamo ora il diagramma degli iscritti all'Università, che costituisce la sintesi di tutto questo studio, in quanto mette immediatamente sott'occhio il numero degli studenti iscritti nei vari anni compresi fra il 1591/92 e il 1922/23. Numerose ed importanti osservazioni suggerisce l'andamento delle varie curve in esso tracciate. Sul detto diagramma infatti sono indicati e il totale generale degli inscritti (linea continua), e il totale degli inscritti all'Università Giurista (linea tratteggiata), e il totale degli iscritti all'Università Artista (linea punteggiata). Queste due ultime linee per il periodo antico dell'Ateneo, e cioè fino all'anno 1806, corrispondono agli iscritti alle due Università fino allora distinte; per il periodo moderno, invece, la linea tratteggiata indica gli studenti della facoltà di legge, mentre quella punteggiata ci mostra a sua volta cumulativamente gli iscritti a tutte le altre facoltà. I cerchi con un punto al centro indicano poi i dati ricavati dalle relazioni dei Podestà di Padova e da quella del Della Queva di cui parlammo più sopra.

Quanto all'andamento della curva indicante il totale generale si può notare, per il periodo antico, che esso è in generale assai irregolare e che le differenze nel numero degli iscritti nei vari anni sono in certi casi notevolissime. Dall'anno 1661 al 1668 appare evidente, pur attraverso a sbalzi assai notevoli, che danno alla curva un andamento seghettato, un considerevole aumento, che, da quest'anno all'anno 1717, si tramuta in una graduale discesa, non senza rialzi improvvisi e avvallamenti assai forti che fanno per esempio, fra i due anni accademici 1698/99 e 1699/1700, precipitare il numero degli studenti da 1070 a 500. Nel decennio 1717-1727 riprende la marcia ascensionale, ma il sopravvento del periodo della più triste decadenza per la nostra Università si fa ben presto sentire, in modo particolarmente impressionante nel quindicennio 1761-1776. In mezzo a questa decadenza brillano bensì vividi ingegni di maestri insigni, sprazzi, lampi di luce, ma, quasi fuochi fatui, appena accesi si spengono nelle tenebre dell'epoca politicamente, socialmente e scientificamente assai misera. La decadenza è dovuta a molteplici cause fra le quali, massime per il loro peso, il lento ma continuo declino della potenza veneta, il sorgere in Italia ed all'estero di numerose Università ricche di professori valenti e, causa generale, la rilassatezza nelle scienze, nelle lettere e nelle arti comune all'Europa tutta, ma forte in particolar modo in Italia, che ebbe come conseguenza da una parte la riduzione del numero degli studenti stranieri, i quali accorrevano un tempo numerosi tra noi, e dall'altra la riduzione, essa pure considerevole, degli studiosi nostrani. Sotto la dominazione francese invece, per il periodo che ci fu possibile studiare (1797-1810), si nota un certo incremento nel numero delle iscrizioni, dovuto con tutta probabilità all'unificazione d'Italia, dapprima nelle Repubbliche Cisalpina e Cispadana, poi nel Regno Italico, e alla conseguente maggior facilità di spostamento per gli Italiani desiderosi di iscriversi alla nostra Università, non più ostacolati dal frazionamento politico.

La cifra in cui culmina il periodo antico della Università Patavina è di 1302 iscritti nell' anno di studio 1688-89; per l' Università Giurista l'anno di maggiore frequenza fu il 1702-03 in cui si poterono numerare 776 iscritti; per quella Artista il 1688-89 con 557 allievi. Degna di nota per la sua influenza sul numero delle immatricolazioni negli anni successivi è un' ordinanza di quella Magistratura, chiamata dei Riformatori dello Studio, che, istituita dalla Veneta Repubblica per sovraintendere all' andamento di quello che il Senato Veneto chiamava il « prediletto insigne Studio di Padova », apportò vantaggi notevoli al nostro Ateneo per la valentia dei suoi componenti e per la somma cura nel favorire tutte le innovazioni che ad esso potessero giovare. Tale ordinanza infatti, emanata nel 1728, limitava il numero delle matricole da distribuirsi, provvedimento questo che, provocando una contrazione nel numero degli iscritti, ubbidiva certamente a profonde ragioni economiche e culturali.

I periodi di fioritura più notevoli appaiono quelli del penultimo decennio del XVII Secolo, quello che va all' incirca dal 1719 al 1737 e quello che coincide con gli anni intorno al 1758-59. Questa maggiore floridezza negli anni che abbiamo indicato può spiegarsi con il fatto che il primo e l' ultimo dei periodi indicati coincidono con correlativi periodi di stasi inframmezzati alle numerose e varie guerre, che, anche in quel tempo, afflissero l' Europa tutta. Per il notevole rialzo mediano fra quelli or ora accennati può invece addursi quale accettabile spiegazione l' insegnamento in quell' epoca impartito da due gloriosi Maestri il Morgagni ed il Poleni, allora nella piena maturità feconda di scoperte famose e di intuizioni geniali.

9. — Riguardo alla provenienza degli studenti, come è ben naturale data la sua ubicazione, la nostra Università fu frequentata in massima parte da Veneti tra i quali però pochi erano i Padovani; numerosi pure i Lombardi a causa sopratutto della lunga dominazione veneziana sulle terre di Mantova, Brescia, Cremona e Bergamo; notevole inoltre il concorso degli studenti delle terre ora redente, specialmente dei Dalmati. Nel XVI Secolo, fu considerevole il numero dei Tedeschi frequentanti l'Università Giurista, ove costituivano la celebre « Natio Germana », illustre, sia per il numero dei suoi componenti, sia per la fama acquistata da alcuni di essi. Parecchi pure gli Inglesi ed i Polacchi accorsi a Padova dai loro lontani paesi; costantemente numerosi, sia nella Università Artista che nella Giurista, gli studenti Ultramarini, fatto questo spiegabile con le intense relazioni politico-commerciali, e conseguentemente di cultura, che la Veneta Repubblica ebbe con quei paesi nella maggior parte tenuti per tanti anni sotto il suo sapiente dominio. Studenti Fiamminghi, Boemi, Spagnoli, Francesi e Corsi si notarono intermittentemente nella Università Artista. Ma alle ragioni politiche e geografiche, che in una parola potrebbero dirsi naturali, le quali, come or ora dicemmo, fecero sì che nel periodo della dominazione veneta accorressero assai numerosi gli studenti Lombardi, Istriani, Dalmati ed Ultramarini, deve aggiungersi una causa che potremmo dire artificiosa: un decreto cioè del Senato Veneto dell'anno 1407, ribadito nel 1444, il quale faceva obbligo a tutti i sudditi della Serenissima di frequentare, ad esclusione di ogni altro, lo Studio di Padova. Ed anche più tardi, forse per essere caduto in desuetudine, il decreto suddetto deve esser stato ribadito, se nella sua relazione al Senato troviamo che il Giustinian, Podestà e Vice-Capitano di Padova nel 1626, dichiarava che il provvedimento aveva dato allora ottimi frutti.

10. — Nel 1806 ebbe attuazione una notevole riforma universitaria per cui, tolta la divisione dello Studio in Università Artista e Giurista, se ne formò un unico corpo sotto un unico Rettore, introducendo la distinzione in facoltà, base dell'ordinamento tuttora in vigore.

In quest'epoca, che diremo moderna, merita di venire particolarmente segnalato il costante incremento che si verifica nel primo periodo del risorgimento nazionale fra il 1817 e il 1848, periodo di pace propizio al regolare andamento degli studi, in cui l'Università nostra riuscì, a causa del dominio austriaco, ad allargare la sua sfera d'azione anche sui territori trentini e giuliani ed eventualmente tirolesi e slavi. È in questo periodo che nella scuola si preparava, diremmo quasi si fucinava, la nuova Italia opera di menti elette e di cuori generosi che, cospiratori e studenti, uomini d'azione indefessa e di studio profondo, crearono con l'opera e con gli scritti l'indipendenza nazionale. Sbalzi si presentano in corrispondenza delle varie guerre che ne furono la causa più prossima e determinante: sbalzi dovuti all'accorrere di numerosi studenti sotto le bandiere degli eserciti piemontesi e delle legioni di volontari, ed alla conseguente naturale riluttanza da parte delle famiglie ad allontanare i figli dal proprio seno in periodi di guerre e di torbidi politici.

Nel 1848/49 e nel 1849/50 l'Università, per decreto del Governo Austriaco, tenne chiusi i battenti, accettando soltanto le iscrizioni che contavano pel computo degli anni di studio necessari ad ottenere la laurea. Da ciò la riduzione del numero degli iscritti da 1924 nell' anno 1847/48 a 1506 e 969 nei due anni seguenti. Analoga riduzione può notarsi negli anni 1859/60 e successivi.

Non florido fu il periodo immediatamente successivo all'unificazione della Patria, il ventennio, all' ingrosso, che va dal 1866 al 1886: è questo purtroppo il periodo in cui i costruttori dell' Italia unita non seppero con le arti della pace, spesso più difficili ed aspre di quelle della guerra, tecnicizzare il nostro paese, unificarlo politicamente ed amministrativamente senza perdersi in aride lotte di parte. Ma, oltre alla causa generale del tempo, purtroppo assai triste, deve, come spiegazione della decadenza del nostro Ateneo, aggiungersi la sottrazione di gran parte degli studenti dei territori non ancora redenti, i quali non potevano spesso superare la barriera insormontabile che si frapponeva alla loro costante aspirazione di frequentare il nostro Studio glorioso, e tenersi presente da ultimo che, coll'unificazione, era divenuta molto più facile la migrazione di studenti veneti verso altre Università in quel tempo più celebrate della nostra per docenti illustri. Ma, col rafforzarsi dell' Italia ancora bambina, colla diffusione sempre crescente del desiderio di una coltura elevata, un aumento notevolissimo si inizia, aumento senza soste, senza pause, senza interruzioni, che porta gli inscritti da 940 nel 1866 a 1900 nell' anno precedente la guerra. Nei primi tre anni di guerra, 1915-1917, l' Università, nonostante che la grande maggioranza degli studenti militasse sotto le insegne della Patria, rimase regolarmente aperta; nell' ultimo anno scolastico, invece, 1917-18, essa fu trasferita per alcuni mesi, presso la consorella di Pisa, quando era stata presa in considerazione l' ipotesi di un arretramento fino al Po della linea di combattimento. Eliminata tale possibitità, l' Università fu ritrasportata a Padova dove, pur con ridotto numero di studenti frequentanti, funzionò nella immediata vicinanza del fronte.

É questa ascesa si accentua con ritmo ognor più veloce negli ultimi anni di guerra ed in quelli immediatamente successivi, sicchè la cifra più alta di iscritti che sia mai stata raggiunta dall'Università Patavina si ha nell'anno scolastico 1920/21. L'allargarsi del numero di coloro che tendono ad una coltura superiore, l'aumento notevolissimo della popolazione italiana, la rinnovata gravitazione del Trentino, di Trieste, dell'Istria, di Fiume, di Zara verso l'Università che fu la loro per secoli e secoli, l'accorrere di numerosi studenti stranieri concorrono a produrre questo lusinghiero risultato, che sempre maggiormente rafforza la eminente posizione in Italia ed all'Estero dell'Ateneo, che è di nuovo e per sempre l'Ateneo glorioso delle Tre Venezie riunite.

11. — Quanto al paese d'origine, i Veneti furono sempre in grandissima maggioranza, sia sotto il Governo Austriaco che sotto quello Italiano; i Trentini, i Giuliani e i Dalmati accorsero sempre numerosi, anche quando il venir a studiare in Italia costituiva un pericolo e creava intorno ad essi un ambiente di ostilità e di persecuzioni da parte del Governo Absburgico. Notevole anche il concorso di numerosi Fiumani nel periodo posteriore all'ultima guerra.

12. — Fra tutte le facoltà, la più frequentata, fino a pochi anni fa, fu la legale e poi la medica, che negli ultimi anni prese il sopravvento. Chi consideri il diagramma suaccennato può però fare una osservazione importante circa l'andamento comparato delle due curve relative ai giuristi e agli altri studenti. Mentre nei tempi più remoti i giuristi superano costantemente per numero gli artisti, quanto più ci si avvicina ai giorni nostri il rapporto si inverte; e ciò per due cause concomitanti: 1°) per la diminuzione degli studenti di diritto, salvo in determinati periodi; 2°) per l'aumento progressivo considerevolissimo degli studenti Artisti. È appunto allo scopo di mostrare questa relazione che, anche per il periodo posteriore alla fusione delle due Università, mantenemmo inalterata la distinzione primitiva: comparando infatti gli studenti di scienze giuridiche con gli studenti di scienze mediche, matematiche, fisiche, naturali e di discipline tecniche, quali l'ingegneria, a queste scienze intimamente collegate, si può vedere agevolmente l'enorme progresso degli studiosi di queste ultime cumulativamente considerate, progresso da mettersi senza dubbio in rapporto con l'affermarsi sempre più decisivo delle applicazioni di esse alla vita dell'umanità. Un inconveniente — potrebbe osservarsi —

sarà l'aver compreso in questo confronto fra le facoltà non giuridiche comparate con la giuridica anche quelle di teologia, filosofia e lettere; l'inconveniente — inevitabile data la classificazione degli studenti artisti — esiste senza dubbio, ma non è di notevole importanza perchè il numero dei teologi fu sempre limitatissimo e perchè la loro facoltà fu soppressa nel 1873: quanto agli iscritti alla facoltà filosofica e letteraria il loro numero rimase pressochè invariato, aggirandosi nel periodo moderno fra gli 80 ed i 150, e costituì sempre una frazione poco numerosa del totale generale.

***

Studenti affezionati al nostro Ateneo e orgogliosi di appartenergli abbiamo inteso di apportare, con queste ricerche, un contributo, quale alle nostre forze era consentito, alla storia della Università di Padova. La importanza internazionale che questa ha nella storia della cultura e l'incoraggiamento avuto dai nostri Maestri ci siano di giustificazione se osiamo presentare le nostre ricerche sopra una Rivista di carattere internazionale. Riterremo la nostra opera largamente compensata se queste ricerche saranno per altri di stimolo ad approfondire maggiormente, sulla base di dati statistici, lo sviluppo dei massimi centri di studio.

Padova, Gabinetto di Statistica, Febbraio 1924

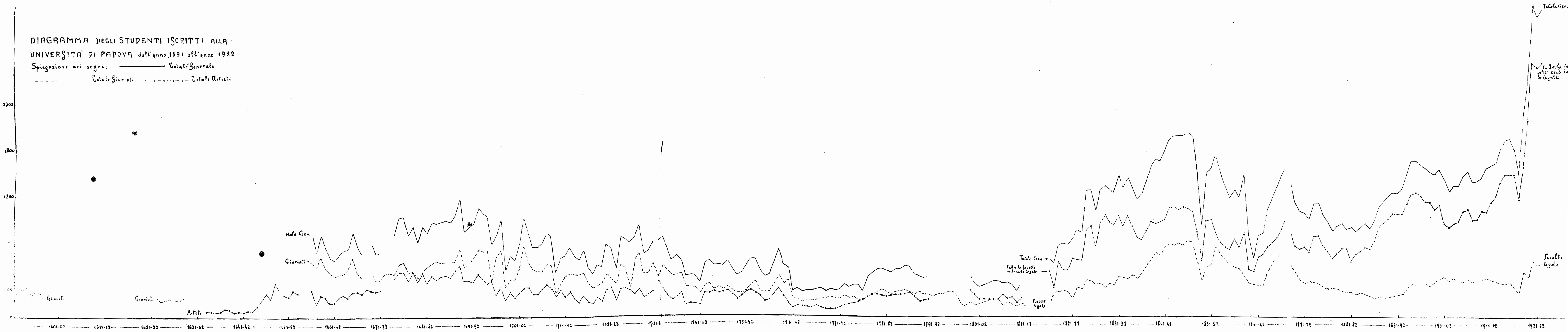
DIAGRAMMA DEGLI STUDENTI ISCRITTI ALLA
UNIVERSITÀ DI PADOVA dall'anno 1591 all'anno 1922
Spiegazione dei segni: Totale Generale
Totale Giuristi
Totale Artisti
2300
1800
1300
Giuristi
Artisti
Giuristi
Totale Gen
1601-02
1611-12
1621-22
1631-32
1641-42
1651-52
1661-62
1671-72
1681-82
1691-92
1701-02
1711-12
1721-22
1741-42
1751-52
1761-62
1771-72
1781-82
1791-92
1801-02
1811-12
1821-22
1831-32
1841-42
1851-52
1861-62
1871-72
1881-82
1891-92
1901-02
1911-12
1921-22

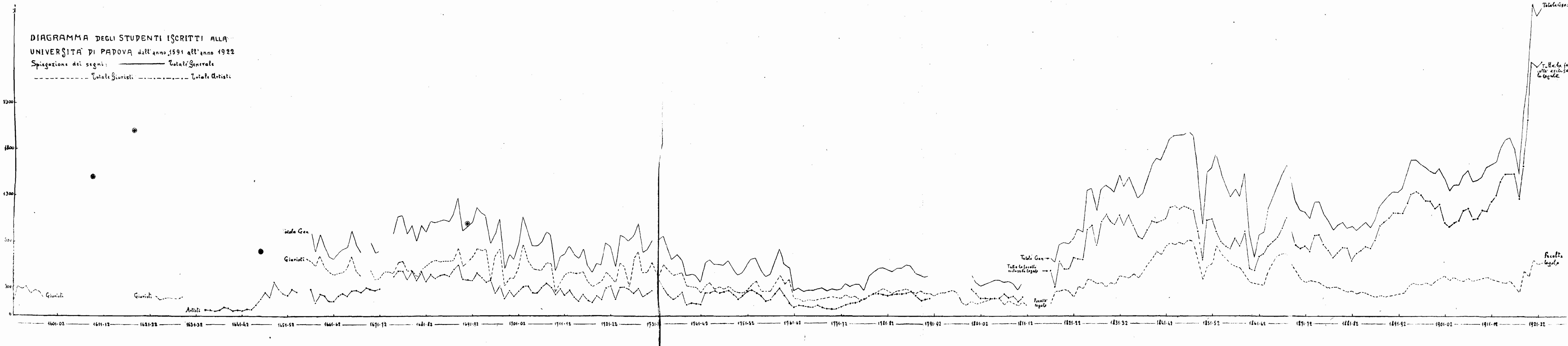
DIAGRAMMA DEGLI STUDENTI ISCRITTI ALLA UNIVERSITÀ DI PADOVA dall'anno 1591 all'anno 1922
Spiegazione dei segni: Totale Generale
Totale Giuristi
Totale Artisti
Giuristi
Artisti
Totale Gen.
Facoltà legale

TAVOLA I.

TOTALI PARZIALI e GENERALI
DELLA POPOLAZIONE STUDENTESCA (1591-1805)

Anno scolastico	Totale Giuristi (*)	Totale Artisti	Totale generale	Anno scolastico	Totale Giuristi	Totale Artisti	Totale generale
1591-92	161	—	—	1664-65	519	222	**741**
1592-93	321	—	—	1665-66	653	276	**929**
1593-94	294	—	—	1666-67	489	285	**774**
1594-95	317	—	—	1667-68	426	256	**682**
1595-96	242	—	—	1668-69	—	313	—
1596-97	276	—	—	1669-70	506	291	**797**
1597-98	263	—	—	1670-71	404	279	**683**
1598-99	193	—	—	1671-72	408	297	**705**
				1672-73	479	—	—
1622-23	216	—	—	1673-74	481	—	—
1623-24	176	—	—	1674-75	458	426	**884**
1624-25	186	—	—	1675-76	578	501	**1079**
1625-26	198	—	—	1676-77	594	494	**1088**
1626-27	195	—	—	1677-78	486	390	**876**
1627-28	189	—	—	1678-79	496	494	**990**
1628-29	214	—	—	1679-80	424	390	**814**
1629-30	(45)	—	—	1680-81	500	494	**994**
1630-31	(76)	—	—	1681-82	537	373	**910**
1631-32	(27)	—	—	1682-83	576	446	**1022**
1632-33	(100)	—	—	1683-84	603	407	**1010**
1633-34	(78)	71	—	1684-85	575	441	**1016**
1634-35	(107)	69	—	1685-86	593	449	**1042**
1635-36	(118)	55	—	1686-87	592	431	**1023**
1636-37	(109)	66	—	1687-88	599	497	**1096**
1637-38	(138)	98	—	1688-89	745	557	**1302**
1638-39	(83)	89	—	1689-90	527	395	**922**
1639-40	(123)	60	—	1690-91	582	389	**971**
1640-41	(213)	70	—	1691-92	638	376	**1014**
1641-42	(274)	63	—	1692-93	726	456	**1182**
1642-43	(303)	78	—	1693-94	706	411	**1117**
1643-44	(116)	76	—	1694-95	719	361	**1080**
1644-45	(152)	120	—	1695-96	385	391	**776**
1645-46	(249)	177	—	1696-97	639	242	**881**
1646-47	(207)	259	—	1697-98	734	331	**1065**
1647-48	(169)	214	—	1698-99	314	189	**503**
1648-49	(140)	384	—	1699-700	398	267	**665**
1649-50	(118)	302	—	1700-01	396	207	**603**
1650-51	—	254	—	1701-02	531	260	**791**
1651-52	—	232	—	1702-03	776	317	**1093**
1652-53	—	289	—	1703-04	594	319	**903**
1653-54	—	272	—	1704-05	509	245	**754**
1654-55	—	(46)	—	1705-06	498	251	**749**
1655-56	623	(31)	—	1706-07	488	312	**800**
1656-57	593	312	**905**	1707-08	569	346	**915**
1657-58	533	151	**684**	1708-09	562	317	**879**
1658-59	646	246	**892**	1709-10	261	219	**480**
1659-60	526	227	**746**	1710-11	353	290	**643**
1660-61	478	158	**636**	1711-12	438	223	**661**
1661-62	450	161	**611**	1712-13	473	276	**749**
1662-63	464	216	**680**	1713-14	455	202	**657**
1663-64	470	247	**717**	1714-15	459	157	**616**

(*) I numeri fra parentesi indicano i dati non certi.

(Continuaz. Tav. I.)

TOTALI PARZIALI e GENERALI DELLA POPOLAZIONE STUDENTESCA (1581-1805)

Anno scolastico	Totale Giuristi	Totale Artisti	Totale generale	Anno scolastico	Totale Giuristi	Totale Artisti	Totale generale
1715-16	477	241	**718**	1761-62	190	88	**278**
1716-17	374	175	**549**	1762-63	194	111	**305**
1717-18	319	153	**472**	1763-64	161	111	**272**
1718-19	355	217	**572**	1764-65	180	101	**281**
1719-20	374	184	**558**	1765-66	176	101	**277**
1720-21	478	315	**793**	1766-67	176	111	**287**
1721-22	432	334	**766**	1767-68	193	103	**296**
1722-23	353	181	**534**	1768-69	197	85	**282**
1723-24	569	314	**883**	1769-70	209	78	**287**
1724-25	542	308	**850**	1770-71	202	83	**285**
1725-26	307	292	**799**	1771-72	195	99	**294**
1726-27	621	237	**858**	1772-73	228	120	**348**
1727-28	701	299	**1000**	1773-74	199	135	**334**
1728-29	473	208	**681**	1774-75	203	145	**348**
1729-30	472	235	**707**	1775-76	182	160	**342**
1730-31	584	284	**818**	1776-77	181	176	**257**
1731-32	459	—	—	1777-78	214	216	**430**
1732-33	429	388	**817**	1778-79	236	237	**473**
1733-34	562	297	**859**	1779-80	270	240	**510**
1734-35	489	232	**721**	1780-81	298	231	**529**
1735-36	438	176	**614**	1781-82	269	220	**489**
1736-37	446	215	**661**	1782-83	250	225	**475**
1737-38	456	156	**612**	1783-84	270	238	**508**
1738-39	321	124	**445**	1784-85	278	246	**524**
1739-40	315	137	**452**	1785-86	296	248	**544**
1740-41	309	135	**444**	1786-87	269	269	**538**
1741-42	237	119	**356**	1787-88	242	215	**457**
1742-43	325	248	**573**	1788-89	267	173	**440**
1743-44	354	249	**603**	1789-90	242	179	**421**
1744-45	289	274	**563**	1790-91	246	190	**436**
1745-46	308	249	**557**	1791-92	217	—	—
1746-47	292	257	**549**	1792-93	248	—	—
1747-48	320	275	**595**	1793-94	251	—	—
1748-49	266	242	**508**	1794-95	260	—	—
1749-50	245	195	**440**	1795-96	266	—	—
1750-51	246	214	**460**	1796-97	240	—	—
1751-52	278	273	**551**	1797-98	131	—	—
1752-53	335	280	**615**	1798-99	121	—	—
1753-54	372	251	**623**	1799-800	162	292	**454**
1754-55	264	221	**485**	1800-01	130	234	**364**
1755-56	264	161	**425**	1801-01	142	187	**329**
1756-57	259	181	**440**	1802-03	149	192	**341**
1757-58	330	242	**572**	1803-04	180	188	**368**
1758-59	436	301	**737**	1804-05	188	189	**377**
1759-60	344	230	**574**	1805-06	189	186	**375**
1760-61	393	141	**534**				

TOTALI PARZIALI E GENERALI DELLA POPOLAZIONE STUDENTESCA (1806-1923)

Anno scolastico	TOTALE facoltà Legale	TOTALE altre Facoltà	TOTALE GENERALE
1806-07	125	238	**363**
1807-08	163	204	**367**
1808-09	142	211	**353**
1809-10	116	166	**282**
1810-11	147	202	**349**
1811-12	113	—	—
. . . . .	. . .	. . .	. . . .
1816-17	120	500	**620**
1817-18	263	309	**572**
1818-19	272	491	**763**
1819-20	281	502	**783**
1820-21	269	504	**773**
1821-22	246	574	**820**
1822-23	317	597	**914**
1823-24	297	603	**900**
1824-25	395	928	**1223**
1825-26	387	963	**1350**
1826-27	351	761	**1112**
1827-28	361	997	**1358**
1828-29	317	1083	**1400**
1829-30	353	994	**1347**
1830-31	348	980	**1328**
1831-32	433	1051	**1494**
1832-33	424	959	**1383**
1833-34	404	1066	**1470**
1834-35	443	944	**1387**
1835-36	417	847	**1264**
1836-37	471	842	**1313**
1887-38	545	879	**1424**
1838-39	614	1001	**1615**
1839-40	681	1007	**1688**
1840-41	652	1017	**1669**
1841-42	738	1044	**1782**
1842-43	782	1107	**1889**
1843-44	762	1168	**1930**
1844-45	789	1140	**1929**
1845-46	769	1174	**1943**
1846-47	815	1156	**1971**
1847-48	801	1123	**1924**
1848-49	575	931	**1506**
1849-50	381	588	**969**
1850-51	530	1008	**1538**
1851-52	553	1031	**1584**
1852-53	743	999	**1742**
1853-54	661	854	**1515**
1854-55	614	782	**1396**
1855-56	556	716	**1272**
1856-57	529	808	**1337**
1857-58	523	752	**1275**
1858-59	645	891	**1536**
1859-60	358	504	**862**
1860-61	128	491	**619**
1861-62	341	516	**857**
1862-63	322	572	**894**
1863-64	469	665	**1134**
1864-65	566	685	**1251**
1865-66	637	742	**1379**
1866-67	669	841	**1510**
1867-68	661	949	**1610**
1868-69	570	872	**1442**
1869-70	475	743	**1218**
1870-71	409	712	**1121**
1871-72	365	740	**1105**
1872-73	381	660	**1041**
1873-74	374	850	**1224**
1874-75	357	867	**1224**
1875-76	329	741	**1070**
1876-77	303	710	**1013**
1877-78	309	608	**917**
1878-79	309	659	**968**
1879-70	285	712	**997**
1880-81	267	675	**942**
1881-82	274	676	**950**
1882-83	247	674	**921**
1883-84	259	703	**962**
1884-85	256	740	**996**
1885-86	220	719	**939**
1886-87	214	805	**1019**
1887-88	224	941	**1165**
1888-89	216	1001	**1217**
1889-90	221	1051	**1272**
1890-91	234	1081	**1315**
1891-92	238	1076	**1314**
1892-93	251	1106	**1357**
1893-94	314	1160	**1474**
1894-95	355	1301	**1656**
1895-96	348	1316	**1664**
1896-97	345	1271	**1616**
1897-98	359	1228	**1587**
1898-99	335	1207	**1542**
1899-900	389	1129	**1518**
1900-01	411	1159	**1570**
1901-02	439	1047	**1486**
1902-03	392	661	**1353**
1903-04	408	989	**1397**
1904-05	391	1013	**1404**
1905-06	382	1116	**1498**
1906-07	399	1153	**1552**
1907-08	383	1044	**1427**
1908-09	387	1063	**1450**
1909-10	409	1087	**1496**
1910-11	415	1177	**1592**
1911-12	387	1226	**1613**
1912-13	378	1270	**1648**
1913-14	374	1419	**1793**
1914-15	362	1516	**1878**
1915-16	377	1529	**1906**
1916-17	326	1354	**1780**
1917-18	266	1247	**1513**
1918-19	495	1717	**2122**
1919-20	438	2057	**2495**
Esclusi i fuori corso			
1920-21	472	2238	**2710**
1921-22	466	2269	**2735**
1922-23	443	2367	**2810**
Compresi i fuori corso			
1920-21	609	2723	**3332**
1921-22	560	2662	**3222**
1922-23	571	2737	**3308**

TAVOLA II *(a)*

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (NATIONES) (1591-1599)

Anno scolastico	Germana	Boema	Polona	Ungara	Provincialis	Burgunda	Anglica	Ultramarina	Scota	Romana	Sicula
1591-92	52	5	6	—	11	6	4	2	—	1	1
1592-93	125	2	33	1	20	—	7	7	4	5	2
1593-94	137	5	10	—	19	3	9	1	—	9	—
1594-95	162	—	9	4	15	5	10	3	3	5	—
1595-96	160	—	3	—	12	2	10	2	2	—	1
1596-97	142	6	19	2	12	2	10	3	2	3	1
1597-98	112	5	8	1	3	2	14	8	3	3	—
1598-99	86	9	4	—	3	1	2	6	4	4	1

Anno scolastico	Marca Anconitana	Lombarda	Mediolana	Genuensis	Tusca	Veneta	Tarvisina	Forojuliensis	Dalmata	Pedemontana	Patavina	Totale
1591-92	5	29	3	—	—	8	14	7	1	3	3	**161**
1592-93	9	26	20	1	5	17	36	7	5	8	2	**321**
1593-94	11	27	11	1	3	8	30	4	2	1	3	**294**
1594-95	5	35	11	3	3	7	17	12	3	3	2	**317**
1595-96	8	16	20	3	5	4	18	2	4	—	—	**242**
1596-97	2	12	19	2	1	5	15	6	—	2	10	**276**
1597-98	10	26	7	2	10	13	22	5	5	2	2	**263**
1598-99	8	17	10	1	1	11	14	5	4	—	2	**193**

TAVOLA II *(b)*

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (NATIONES) (1622-1650)

Anno scolastico	Germana	Polona	Provincialis	Burgunda	Auglica	Ultramarina	Scota	Romana	Sicula	Marca Anconitana	Lombarda	Mediolana	Genuensis	Tusca	Veneta	Tarvisina	Forojuliensis	Dalmata	Pedemontana	Patavina	Totale
1622-23	126	9	3	2	5	2	2	3	—	2	13	6	2	4	9	19	8	1	—	—	**216**
1623-24	123	4	—	1	4	3	—	3	—	1	11	1	—	—	1	15	8	—	—	1	**176**
1624-25	125	9	—	8	11	—	—	—	—	2	14	1	—	—	4	8	4	2	2	—	**186**
1625-26	106	14	2	1	3	6	—	1	—	1	26	3	—	—	8	18	6	2	—	1	**198**
1626-27	104	3	2	2	3	4	—	—	1	3	26	1	2	1	6	23	6	6	—	2	**195**
1627-28	98	3	1	1	4	4	2	4	—	1	16	9	—	—	7	22	9	5	—	3	**189**
1628-29	114	7	1	—	8	1	—	—	—	4	23	1	—	—	8	24	13	7	—	1	**214**
1629-30	2 ?	2	—	2	3	1	—	1	—	—	6	1	—	—	8	16	2 ?	1	—	—	**45 ?**
1630-31	71 ?	—	1	—	3	—	—	—	—	—	?	—	—	—	1	?	?	—	—	—	**76 ?**
1631-32	6 ?	—	—	—	1	—	2	—	—	—	7	1	—	—	3	4	3 ?	—	—	—	**27 ?**
1632-33	13 ? *	3	—	1	21	5	2	—	—	—	12	4	—	—	5	20	9	3	—	2	**100 ?**
1633-34	3 ? *	8	—	—	9	8	6	—	—	2	16	1	—	1	5	14	2 ?	3	—	—	**78 ?**
1634-35	?	11	—	—	21	8	7	—	—	—	33	2	—	1	6	8	7	1	—	1	**107 ?**
1635-36	7 ? *	11	1	1	17	9	4	—	—	2	18	4	—	—	5	20	13	6	—	—	**118 ?**
1636-37	5 ? *	13	1	—	11	2	8	3	—	4	23	2	—	—	9	17	8	4	—	—	**109 ?**
1637-38	13 ? *	14	—	—	10	3	—	3	—	4	21	2	1	—	7	38	16	5	—	1	**138 ?**
1638-39	10 ? *	16	—	—	10	4	2	1	1	1	14	1	—	3	8	11	6	5	—	—	**83 ?**
1639-40	9 ? *	12	—	—	14	15	—	1	—	3	21	1	—	2	6	14	23	2	—	—	**123 ?**
1640-41	22 ? *	30	—	—	18	8	1	1	—	5	32	—	1	3	18	37	27	2	1	—	**213 ?**
1641-42	23 ? *	24	—	1	14	16	1	3	2	3	49	7	1	3	19	58	34	13	—	3	**274 ?**
1642-43	23 ? *	22	1	—	10	8	—	1	—	9	62	5	1	13	17	111	91	15	—	—	**303 ?**
1643-44	7 ? *	20	—	—	5	5	—	—	—	—	19	4	—	1	7	22	17	9	—	—	**116 ?**
1644-45	14 ? *	4	—	—	15	2	—	1	2	—	24	3	3	1	13	47	22	1	—	—	**152 ?**
1645-46	21 ? *	9	—	—	14	3	2	1	1	3	57	6	—	2	23	83	17	7	—	—	**249 ?**
1646-47	7 ? *	4	—	—	8	3	1	1	2	8	53	3	—	1	23	66	20	7	—	—	**207 ?**
1647-48	30 ? *	16	1	—	20	3	3	—	—	—	23	1	—	3	13	94	10	10	1	—	**169 ?**
1648-49	14 ? *	7	—	—	21	—	—	1	—	5	34	1	—	—	9	25	9	13	1	—	**140 ?**
1649-50	18 ? *	3	—	—	5	—	—	—	—	—	32	—	—	2	4	35	12	5	—	2	**118 ?**

* In questi anni gli iscritti alla « Natio Germana » sono esclusivamente Trentini.
? Dati presumibilmente mancanti o incompleti.

TAVOLA II. (c)

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1655-1766)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Italia Settentrionale (*)	Italia Centrale	Italia Meridionale e Insulare	Goriziani Istriani e Dalmati	Inglesi	Polacchi	Ultramarini	Senza indicazione o incerti	Bidelli, Consiliarii, Inservienti	Totale
1655-56	398	72	39	10	18	3	34	12	7	10	—	10	**623**
1656-57	332	66	45	—	10	2	12	8	2	16	100	—	**593**
1657-58	249	79	48	4	12	2	11	15	4	29	75	16	**533**
1658-59	383	59	44	5	23	10	11	34	8	11	44	15	**646**
1659-60	348	51	40	—	8	2	9	20	6	14	10	18	**526**
1660-61	314	41	33	1	1	1	14	9	9	11	22	21	**478**
1661-62	307	38	29	1	6	—	13	5	—	15	22	18	**450**
1662-63	298	43	34	—	6	1	12	7	7	12	26	18	**464**
1663-64	298	47	36	—	10	1	6	8	9	10	26	18	**470**
1664-65	329	43	40	2	11	—	21	16	7	15	17	18	**519**
1665-66	406	66	34	2	9	—	23	17	4	22	49	21	**653**
1666-67	274	52	32	2	8	—	13	17	9	19	44	19	**489**
1667-68	273	38	42	—	—	—	10	12	13	5	14	19	**426**
1668-69	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1669-70	355	46	22	—	2	1	15	1	10	12	19	23	**506**
1670-71	236	62	15	—	2	—	5	10	6	42	8	18	**404**
1671-72	250	43	24	—	2	—	5	5	6	24	29	20	**408**
1672-73	331	38	26	—	2	—	5	4	3	18	22	20	**479**
1673-74	313	47	40	2	1	—	9	1	6	9	44	17	**481**
1674-75	290	44	19	—	2	—	9	2	2	21	39	20	**458**
1675-76	371	58	57	—	2	—	8	—	5	17	41	19	**578**
1676-77	356	74	73	1	7	—	12	5	5	25	17	19	**594**
1677-78	271	73	30	—	2	1	13	9	9	18	40	20	**486**

(*) Sotto questa dizione vanno compresi tutti gli abitanti dell' Italia Settentrionale esclusi i Veneti, Lombardi, Trentini, Goriziani, Istriani e Dalmati.

(Continuaz. Tav. II.) (c)

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER LUOGO D' ORIGINE (1655-1766)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Italia Settentrionale (*)	Italia Centrale	Italia Meridionale e Insulare	Goriziani Istriani e Dalmati	Inglesi	Polacchi	Ultramarini	Senza indicazione o incerti	Bidelli, Consiliari, Inservienti	Totale
1678-79	340	61	25	1	6	—	7	4	10	5	26	20	**496**
1679-80	290	46	18	—	6	—	7	4	10	5	16	22	**424**
1680 81	314	74	17	4	12	—	11	9	4	12	20	23	**500**
1681-82	390	54	14	7	7	1	8	10	2	17	1	21	**537**
1682-83	306	45	30	5	9	1	9	12	10	15	13	21	**576**
1683-84	430	53	54	3	5	1	12	8	3	12	—	22	**608**
1684-85	405	44	31	1	7	2	14	13	13	6	18	21	**575**
1685-86	380	70	19	—	4	1	18	21	27	25	17	21	**593**
1686-87	338	67	15	—	6	2	12	18	25	20	68	21	**592**
1687-88	365	90	23	—	7	2	11	5	17	13	44	21	**599**
1688-89	455	88	43	1	18	3	17	30	17	24	28	21	**745**
1689-90	348	65	15	4	1	1	17	20	17	16	2	21	**527**
1690-91	386	53	24	5	4	1	9	17	12	9	42	20	**582**
1691-92	452	51	27	9	—	1	15	18	13	10	20	22	**638**
1692-93	498	62	51	9	4	1	15	9	8	19	28	22	**726**
1693-94	452	61	57	3	7	1	46	7	11	12	26	23	**706**
1694-95	454	72	70	7	2	2	17	9	6	27	32	21	**719**
1695-96	260	31	34	3	3	3	10	5	3	8	22	23	**385**
1696-97	418	51	44	16	12	5	9	13	3	15	31	22	**639**
1697-98	519	66	25	10	8	8	27	16	6	13	13	23	**734**
1698-99	201	30	19	2	7	—	13	4	2	11	2	23	**314**
1699-700	273	26	15	3	2	—	16	6	—	21	13	23	**398**
1700-01	255	42	8	5	—	—	19	3	2	15	10	27	**396**

(*) Sotto questa dizione vanno compresi tutti gli abitanti dell' Italia Settentrionale esclusi i Veneti, Lombardi, Trentini, Goriziani, Istriani e Dalmati.

(Continuaz. Tav. II) *(c)*

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1655-1766)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Italia Settentrionale (*)	Italia Centrale	Italia Meridionale e Insulare	Goriziani Istriani e Dalmati	Inglesi	Polacchi	Ultramarini	Senza indicazione o incerti	Bidelli, Consiliarii, Inservienti	Totale
1701-02	360	75	33	—	1	—	13	1	1	16	9	22	**531**
1702-03	439	169	45	11	8	—	27	4	1	24	22	23	**776**
1703-04	275	110	40	—	5	—	21	14	20	34	49	26	**594**
1704-05	312	82	21	—	8	—	12	2	6	26	17	23	**509**
1705-06	300	84	43	4	—	—	16	3	3	21	1	23	**498**
1706-07	276	50	28	11	15	—	13	17	11	26	18	23	**488**
1707-08	345	46	28	9	6	1	19	18	15	37	21	24	**569**
1708-09	269	87	31	6	4	—	17	19	6	42	36	25	**562**
1709-10	124	20	13	8	2	—	22	9	2	16	3	22	**261**
1710-11	183	50	11	19	13	1	20	12	6	24	9	25	**353**
1711-12	262	43	11	24	4	6	19	10	9	11	1	24	**438**
1712-13	270	86	13	17	5	—	21	7	4	13	14	23	**473**
1713-14	263	78	2	16	6	—	26	5	4	20	10	23	**455**
1714-15	241	99	8	19	6	3	16	7	6	17	14	22	**459**
1715-16	256	103	8	17	10	2	18	5	1	19	17	21	**477**
1716-17	220	40	5	12	11	1	14	9	6	19	14	23	**374**
1717-18	146	58	10	10	13	2	18	12	5	15	7	23	**319**
1718-19	156	55	6	27	5	4	19	4	2	33	21	23	**355**
1719-20	179	60	7	11	12	—	8	8	7	22	34	26	**374**
1720-21	232	100	12	23	10	6	30	9	3	20	12	21	**478**
1721-22	194	98	13	19	10	7	13	6	—	14	37	21	**432**
1722-23	163	59	22	22	4	3	17	7	—	14	23	25	**353**
1723-24	287	64	25	28	14	4	24	2	—	21	17	23	**509**

(*) Sotto questa dizione vanno compresi tutti gli abitanti dell'Italia Settentrionale esclusi i veneti, Lombardi, Trentini, Goriziani, Istriani e Dalmati.

(Continuaz. Tav. II.) *(c)*

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1655-1766)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Italia Settentrionale (*)	Italia Centrale	Italia Meridionale e Insulare	Goriziani Istriani e Dalmati	Inglesi	Polacchi	Ultramarini	senza indicazione o incerti	Bidelli, Consiliarii, Inservienti	Totale
1724-25	270	61	23	44	38	12	22	9	—	17	27	19	**542**
1725-26	250	63	12	28	34	7	30	10	—	24	18	22	**507**
1726-27	314	77	9	70	24	12	39	17	—	33	4	22	**621**
1727-28	332	90	22	63	42	10	39	17	—	37	26	23	**701**
1728-29	279	70	17	19	13	3	9	6	—	29	5	23	**473**
1729-30	275	91	8	13	10	—	14	3	—	21	14	23	**472**
1730-31	331	74	4	16	12	8	27	1	—	26	12	23	**534**
1731-32	303	64	6	6	11	—	5	1	—	23	17	23	**459**
1732-33	236	31	—	15	6	4	2	—	—	24	88	23	**429**
1733-34	400	52	—	6	4	14	6	2	—	15	31	22	**562**
1734-35	349	60	—	8	—	25	10	—	—	36	—	23	**489**
1735-36	248	88	—	5	7	12	5	1	—	32	8	21	**438**
1736-37	247	89	—	10	8	11	1	—	—	34	30	22	**446**
1737-38	306	40	—	9	18	8	3	—	—	23	25	22	**456**
1738-39	193	51	—	—	—	2	4	—	—	35	26	22	**321**
1739-40	231	29	—	—	2	—	2	—	—	24	5	22	**315**
1740-41	201	60	—	1	2	2	4	—	—	15	1	22	**309**
1741-42	161	38	—	2	—	1	—	—	—	16	4	22	**237**
1742-43	230	35	—	2	1	3	—	—	—	28	3	23	**325**
1743-44	230	51	—	1	—	13	—	—	—	18	8	23	**354**
1744-45	199	39	—	—	1	4	2	—	—	15	2	23	**289**
1745-46	205	56	—	—	—	5	—	—	—	18	1	23	**308**
1746-47	200	51	—	—	—	—	4	—	—	14	—	23	**292**

(*) Sotto questa dizione vanno compresi tutti gli abitanti dell'Italia Settentrionale esclusi i Veneti, Lombardi, Trentini. Goriziani, Istriani e Dalmati.

(Continuaz. Tav. II.) *(c)*

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1655-1766)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Italia Settentrionale (*)	Italia Centrale	Italia Merionale e Insulare	Goriziani Istriani e Dalmati	Inglesi	Polacchi	Ultramarini	Senza indicazione o incerti	Bidelli, Consiliarii, Inservienti	Totale
1747-48	222	45	—	—	—	1	—	—	—	26	3	23	**320**
1748-49	160	50	—	—	—	2	1	—	—	28	2	23	**266**
1749-50	158	22	—	1	—	2	—	—	—	28	1	23	**245**
1750-51	174	24	—	—	—	2	1	—	—	23	5	17	**246**
1751-52	172	32	—	—	1	6	8	—	—	33	13	17	**278**
1752-53	206	39	—	—	—	4	9	—	—	34	26	17	**335**
1753-54	240	44	—	—	—	16	10	—	—	34	11	17	**372**
1754-55	148	48	—	—	2	11	6	—	—	28	3	18	**264**
1755-56	142	53	—	—	—	9	11	—	—	26	5	18	**264**
1756 57	145	48	—	—	—	10	6	—	—	29	3	18	**259**
1757-58	187	52	—	1	1	30	10	—	—	28	3	18	**330**
1758-59	267	34	21	14	5	12	25	1	—	14	24	19	**436**
1759-60	212	26	3	15	3	17	17	—	—	19	14	18	**344**
1760-61	188	39	7	4	4	1	16	—	—	24	92	18	**393**
1761-62	113	17	1	6	2	10	12	—	—	19	10	—	**190**
1762-63	219	39	—	10	2	7	9	—	—	19	—	—	**194**
1763-64	111	27	—	10	—	1	—	—	—	—	12	—	**161**
1764-65	120	16	—	9	—	2	—	—	—	—	33	—	**180**
1765-66	120	32	4	7	—	3	—	—	—	—	10	—	**176**

(*) Sotto questa dizione vanno compresi tutti gli abitanti dell' Italia Settentrionale esclusi i Veneti, Lombardi, Trentini, Goriziani, Istriani e Dalmati.

TAVOLA II *(d)*

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1766-1805)

Anno scolastico	Veneti	Trentini	Lombardi	Italia Settentrion.	Italia Centrale	Italia Meridionale e Insulare	Goriziani Istriani e Dalmati	Corsi	Inglesi	Tedeschi	Ungheresi	Boemi	Ultramarini	Senza indicazione e incerti	Totale
1766-67	126	3	28	4	—	—	2	9	—	—	—	—	—	4	**176**
1767-68	147	—	27	5	2	1	1	8	2	—	—	—	—	—	**193**
1768-69	137	—	35	4	—	1	3	12	—	—	—	—	—	5	**197**
1769-70	157	—	34	5	—	—	2	11	—	—	—	—	—	—	**209**
1770-71	145	1	37	—	1	1	—	10	1	—	—	—	—	6	**202**
1771-72	150	—	25	1	2	—	3	11	—	—	—	—	—	3	**195**
1772-73	173	—	28	—	2	2	1	12	—	—	—	—	—	10	**228**
1773-74	151	2	20	—	1	1	1	17	—	—	—	—	—	5	**199**
1774-75	159	3	24	—	2	1	—	13	—	—	—	—	—	2	**203**
1775-76	142	—	21	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	**182**
1776-77	141	—	21	1	1	—	—	14	—	—	—	—	1	2	**181**
1777-78	174	—	24	1	1	—	2	6	—	2	—	—	2	2	**214**
1778-79	184	—	38	4	1	—	1	7	—	1	—	—	—	—	**236**
1779-80	192	—	44	4	4	—	—	21	—	2	—	—	—	3	**270**
1780-81	215	—	49	2	—	—	—	24	—	—	—	—	—	8	**298**
1781-82	183	—	50	4	1	—	—	25	—	—	—	—	—	5	**269**
1782-83	186	—	48	4	—	—	—	9	—	—	—	—	—	3	**250**
1783-84	201	—	52	1	1	—	—	11	—	—	—	—	—	4	**270**
1784-85	207	—	47	2	—	—	—	9	—	—	—	—	—	13	**278**
1785-86	206	—	53	2	—	—	12	20	—	—	—	—	1	2	**296**
1786-87	197	—	53	—	—	1	6	—	—	—	—	—	7	5	**269**
1787-88	185	—	42	—	—	—	4	—	—	—	—	—	3	8	**242**
1788-89	181	—	44	—	—	—	6	14	—	—	—	—	16	6	**267**

(Continuaz. Tav. II *(d)*

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1766-1805)

Anno scolastico	Veneti	Trentini	Lombardi	Italia Settentrion.	Italia Centrale	Italia Meridionale e Insulare	Goriziani Istriani e Dalmati	Còrsi	Inglesi	Tedeschi	Ungheresi	Boemi	Ultramarini	Senza indicazione e incerti	Totale
1789-90	170	—	47	—	—	—	5	10	—	—	—	—	8	2	**242**
1790-91	164	—	43	2	—	—	9	6	—	—	—	—	9	13	**246**
1791-92	146	—	45	2	—	—	10	3	—	—	—	—	11	—	**217**
1792-93	169	—	47	1	—	—	12	3	—	—	—	—	11	5	**248**
1793-94	160	—	43	1	—	1	16	3	—	—	—	—	15	12	**251**
1794-95	180	1	49	1	—	—	20	2	—	—	—	—	8	—	**260**
1795-96	183	—	54	1	—	1	20	1	—	—	—	—	6	—	**266**
1796-97	165	—	43	—	3	—	20	2	—	—	—	—	7	—	**240**
1797-98	115	—	2	—	3	—	5	—	—	—	—	—	2	5	**131**
1798-99	107	1	5	—	—	—	6	—	1	—	—	—	1	—	**121**
1799-800	114	2	31	—	2	—	10	—	1	—	—	1	1	—	**162**
1800-01	89	1	4	2	—	—	12	—	—	—	—	—	1	11	**130**
1801-02	119	—	3	1	—	—	13	2	—	—	—	—	—	1	**142**
1802-03	130	1	2	—	—	—	16	—	—	—	—	—	—	—	**149**
1803-04	143	—	3	—	—	—	18	—	—	2	1	1	2	10	**180**
1804-05	142	3	6	—	1	—	22	—	—	3	1	—	—	10	**188**
1805-06	156	2	4	—	1	—	13	—	—	1	—	—	3	9	**189**

TAVOLA III. *(a)*

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER ANNO SCOLASTICO (1655 - 1709)

Anno scolastico	Consiliarii Bidelli Inservienti	Iscritti	Anno scolastico	Consiliarii Bidelli Inservienti	Iscritti
1655-56	10	623	1682-83	21	576
1656-57	—	593	1683-84	22	603
1657-58	16	533	1684-85	21	575
1658-59	15	646	1685-86	21	593
1659-60	18	526	1686-87	21	592
1660-61	21	478	1687-88	21	599
1661-62	18	450	1688-89	21	745
1662-63	18	464	1689-90	21	527
1663-64	18	470	1690-91	20	582
1664-65	18	519	1691-92	22	638
1665-66	21	653	1692-93	22	726
1666-67	19	489	1693-94	23	706
1667-68	19	426	1694-95	21	719
1668-69	—	—	1695-96	23	385
1669-70	23	506	1696-97	22	639
1670-71	18	404	1697 98	23	734
1671-72	20	408	1698-99	23	314
1672-73	20	479	1699-700	23	398
1673-74	17	481	1700-01	27	396
1674-75	20	458	1701-02	22	531
1675-76	19	478	1702-03	23	776
1676-77	19	594	1703-04	26	594
1677-78	20	486	1704-05	23	509
1678-79	20	496	1705-06	23	498
1679-80	22	424	1706-07	23	488
1680-81	23	500	1707-08	24	569
1681-82	21	537	1708-09	25	562

TAVOLA III *(b)*

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER ANNO DI CORSO E PER ANNO SCOLASTICO (1709-1805)

Anno scolastico	Bidelli Inservienti Consiliarii	ANNO DI CORSO I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	Oltre il VI°	Senza indicazione	Totale
1709-10	22	105	55	29	28	22	—	—	—	**261**
1710-11	22	177	78	41	21	14	—	—	—	**353**
1711-12	31	235	79	50	25	17	1	—	—	**438**
1712-13	23	289	72	50	30	8	1	—	—	**473**
1713-14	25	261	73	45	38	12	1	—	—	**455**
1714-15	22	244	72	67	41	13	—	—	—	**459**
1715-16	21	274	63	46	52	16	—	—	—	**477**
1716-17	23	204	50	47	32	18	—	—	—	**374**
1717-18	23	185	39	35	28	9	—	—	—	**319**
1718-19	23	222	40	32	23	15	—	—	—	**355**
1719-20	26	275	67	37	22	7	—	—	—	**374**
1720-21	21	268	90	60	30	9	—	—	—	**478**
1721-22	21	219	77	64	43	8	—	—	—	**432**
1722-23	25	162	81	46	30	9	—	—	—	**353**
1723-24	23	287	104	58	28	7	2	—	—	**509**
1724-25	19	260	139	65	51	8	—	—	—	**542**
1725-26	22	258	101	72	43	9	2	—	—	**507**
1726-27	22	301	139	82	56	19	2	—	—	**621**
1727-28	23	284	199	102	64	25	4	—	—	**701**
1728-29	23	217	86	74	44	28	1	—	—	**473**
1729-30	23	218	96	54	47	37	—	—	—	**472**
1730-31	23	268	100	67	51	23	2	—	—	**534**
1731-32	23	247	62	64	46	15	2	—	—	**459**
1732-33	23	192	94	45	54	19	2	—	—	**429**
1733-34	22	323	96	70	30	18	3	—	—	**562**
1734-35	23	221	110	61	58	12	4	—	—	**489**
1735-36	21	182	101	77	40	16	1	—	—	**438**
1736-37	22	232	56	65	52	19	—	—	—	**446**
1737-38	22	205	96	55	52	22	4	—	—	**456**
1738-39	22	110	99	52	27	8	3	—	—	**321**
1739-40	22	130	54	62	39	8	—	—	—	**315**
1740-41	22	130	66	37	47	6	1	—	—	**309**
1741-42	22	83	61	34	30	7	—	—	—	**237**
1742-43	23	135	69	56	52	9	1	—	—	**325**
1743-44	23	150	85	48	43	5	—	—	—	**354**
1744-45	23	120	67	48	24	6	1	—	—	**289**
1745-46	23	132	67	42	35	9	—	—	—	**308**
1746-47	23	117	64	44	35	7	2	—	—	**292**
1747-48	23	144	70	47	27	8	1	—	—	**320**
1748-49	23	110	58	36	32	7	—	—	—	**266**
1749-50	23	96	52	35	25	13	1	—	—	**245**
1750-51	17	99	61	36	23	8	—	2	—	**246**
1751-52	17	137	41	35	26	20	—	2	—	**278**
1752-53	17	185	55	40	29	9	—	—	—	**335**
1753-54	17	198	79	38	27	13	—	—	—	**372**
1754-55	18	96	61	48	38	11	—	—	—	**264**
1755-56	18	98	54	51	36	7	—	—	—	**264**
1756-57	18	97	49	47	37	11	—	—	—	**259**
1757-58	18	150	90	34	30	8	—	—	—	**330**

(Continuaz. Tav. III) *(b)*

GLI STUDENTI GIURISTI DISTINTI PER ANNO DI CORSO (1709-1805)

Anno scolastico	Bidelli Inservienti Consiliari	ANNO DI CORSO I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	Oltre il VI°	Senza indicazione	Totale
1758-59	19	150	152	66	33	16	—	—	—	436
1759-60	18	165	66	53	33	9	—	—	—	344
1760-61	18	132	88	77	63	14	1	—	—	393
1761-62	—	60	36	49	37	8	—	—	—	190
1762-63	—	80	35	30	40	9	—	—	—	194
1763-64	—	72	34	27	21	7	—	—	—	161
1764-65	—	62	58	30	24	4	2	—	—	180
1765-66	—	69	35	45	25	2	—	—	—	176
1766-67	—	66	44	29	35	2	—	—	—	176
1767-68	—	79	46	35	27	6	—	—	—	193
1768-69	—	70	55	37	31	4	—	—	—	197
1769-70	—	87	46	39	36	1	—	—	—	209
1770-71	—	70	56	40	36	—	—	—	—	202
1771-72	—	94	31	36	31	3	—	—	—	195
1772-73	—	100	61	35	30	2	—	—	—	228
1773-74	—	65	54	50	26	4	—	—	—	199
1774-75	—	70	42	49	41	1	—	—	—	203
1775-76	—	79	29	31	39	4	—	—	—	182
1776-77	—	84	48	20	27	2	—	—	—	181
1777-78	—	88	64	39	22	1	—	—	—	214
1778-79	—	81	60	57	37	1	—	—	—	236
1779-80	—	95	64	57	52	2	—	—	—	270
1780-81	—	105	72	62	51	8	—	—	—	298
1781-82	—	96	53	66	54	—	—	—	—	269
1782-83	—	87	71	43	42	5	—	—	2	250
1783-84	—	99	71	60	40	—	—	—	—	270
1784-85	—	92	64	68	54	—	—	—	—	278
1785-86	—	95	72	57	69	3	—	—	—	296
1786-87	—	91	68	57	52	1	—	—	—	269
1787-88	—	73	61	57	50	1	—	—	—	242
1788-89	—	89	60	61	57	—	—	—	—	267
1789-90	—	70	58	60	54	—	—	—	—	242
1790-91	—	81	54	55	56	—	—	—	—	246
1791-92	—	65	58	53	41	—	—	—	—	217
1792-93	—	70	59	67	46	—	—	—	6	248
1793-94	—	61	61	53	61	—	—	—	15	251
1794-95	—	84	56	65	43	1	—	—	11	260
1795-96	—	76	70	54	59	—	—	—	7	266
1796-97	—	56	68	63	50	1	—	—	2	240
1797-98	—	23	28	37	37	—	—	—	6	131
1798-99	—	42	20	21	33	—	—	—	5	121
1799-800	—	63	36	22	34	1	—	—	6	162
1800-01	—	31	40	39	15	—	—	—	3	130
1801-02	—	41	37	28	27	—	—	—	9	142
1802-03	—	59	32	31	23	—	—	—	4	149
1803-04	—	67	44	29	27	—	—	—	13	180
1804-05	—	80	41	43	24	—	—	—	—	188
1805-06	—	50	58	44	40	—	—	—	7	189

TAVOLA IV. *(a)*

GLI STUDENTI ARTISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1633-1656)

Anno scolastico	NAZIONALITÀ										Totale
	Tuscorum Romandiolae Urbini et eius districtus	Natio Ultramontana sive Germanorum	Natio Ultramarina sive Hystri Dalmati Cyprii et Siculi	Natio Lombardorum et eorum qui sunt ultra Athesin	Natio Tarvisorum cum Forojuliensibus	Natio Romanorum Lucanorum Abruciorum Terrae Laboris Calabrorum Apulorum	Marca Anconitanorum et Umbriae	Veneti	Patavini	Hebrei	
1633-34	19	18	3	12	11	—	—	3	2	3	**71**
1634-35	6	32	4	7	9	—	3	3	1	5	**69**
1635-36	—	18	6	9	8	1	6	2	3	2	**55**
1636-37	—	39	6	9	6	—	4	2	—	—	**66**
1637-38	20	29	12	13	11	—	5	8	—	—	**98**
1638-39	5	27	7	13	10	2	5	10	—	—	**89**
1639-40	2	28	4	8	5	1	2	6	1	3	**60**
1640-41	4	17	3	13	17	4	2	9	1	—	**70**
1641-42	3	25	1	10	6	—	3	4	1	—	**63**
1642-43	1	44	7	13	13	—	—	—	—	—	**78**
1643-44	2	20	6	14	17	1	6	2	—	8	**76**
1644-45	3	24	1	27	48	1	9	5	1	1	**120**
1645-46	4	50	3	30	61	2	9	7	1	10	**177**
1646-47	10	18	3	66	106	12	23	15	—	6	**259**
1647-48	5	29	6	52	81	11	12	14	1	3	**214**
1648-49	5	51	12	79	149	28	15	23	2	20	**384**
1649-50	5	42	20	73	89	19	22	15	—	10	**302**
1650-51	4	?	21	91	81	9	14	12	—	12	**254?**
1651-52	4	34	18	72	74	6	9	7	—	8	**232**
1652-53	1	28	27	80	104	14	17	12	—	6	**289**
1653-54	8	23	32	75	96	13	7	19	—	9	**272**
1654-55	—	43	—	—	—	—	3	—	—	—	**46?**
1655-56	—	15	16	—	—	—	—	—	—	—	**31?**

Tavola IV. *(b)*

GLI STUDENTI ARTISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1674-1805)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Goriziani Istriani e Dalmati	Italia Settentrionale	Italia Centrale	Italia Meridionale	Ultramarini	Tedeschi	Inglesi	Polacchi	Ungheresi	Fiamminghi	Boemi	Corsi	Spagnuoli	Russi	Francesi	Senza indicazione e incerti	Totale
1674-75	298	48	40	7	6	6	1	19	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	**426**
1675-76	340	72	50	1	6	12	1	16	—	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	**501**
1676-77	322	80	54	2	4	15	—	14	—	—	—	—	1	1	—	—	—	—	2	**494**
1677-78	255	58	42	4	4	7	—	17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	**390**
1678-79	334	62	55	8	8	14	1	8	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	**494**
1679-80	226	35	24	3	10	18	—	50	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	**373**
1680-81	309	54	20	2	10	28	7	14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**446**
1681-82	300	40	15	6	6	10	3	25	1	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	**407**
1682-83	328	51	39	11	4	10	2	13	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	**459**
1683-84	281	67	31	9	3	8	1	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	**417**
1684-85	273	69	33	8	4	18	—	25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	**441**
1685-86	310	70	39	8	4	8	—	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**449**
1686-87	277	74	37	6	3	21	1	14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**431**
1687-88	321	89	29	10	5	19	1	22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	**497**
1688-89	306	90	42	56	8	30	1	17	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1	—	**557**
1689-90	247	52	25	42	1	6	—	18	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	3	**395**
1690-91	237	44	30	35	4	14	—	21	—	—	1	—	—	—	—	1	—	—	2	**389**
1691-92	236	43	38	19	4	2	1	26	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	4	**376**
1692-93	265	49	58	23	5	17	1	30	—	—	1	—	—	—	—	1	1	—	5	**456**
1693-94	218	72	42	30	4	12	—	26	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	6	**411**
1694-95	186	70	35	13	4	12	1	37	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	**361**
1695-96	227	92	45	6	5	4	—	11	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**391**

(Continuaz. Tav. IV) *(b)*

GLI STUDENTI ARTISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1674-1805)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Goriziani Istriani e Dalmati	Italia Settentrionale	Italia Centrale	Italia Meridionale	Ultramarini	Tedeschi	Inglesi	Polacchi	Ungheresi	Fiamminghi	Boemi	Corsi	Spagnuoli	Russi	Francesi	Senza indicazione e incerti	Totale
1696-97	126	75	18	2	5	6	1	5	—	1	1	—	—	—	1	—	—	—	1	**242**
1697-98	165	90	16	21	5	8	—	22	1	—	—	—	—	—	1	—	—	—	3	**331**
1698-99	93	55	6	9	2	10	—	13	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	**189**
1699-700	140	69	8	8	3	3	1	20	—	—	1	—	—	—	2	—	—	—	—	**267**
1700-01	86	47	5	33	6	6	5	14	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	**207**
1701-02	143	56	12	18	4	10	1	13	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	1	**260**
1702-03	166	100	9	15	3	8	—	11	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	**317**
1703-04	151	89	18	20	6	8	—	10	1	—	5	—	—	—	1	—	—	—	—	**309**
1704-05	135	44	19	14	6	7	—	14	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	3	**245**
1705-06	114	61	21	25	3	4	—	19	1	—	2	—	—	—	—	—	—	—	1	**251**
1706-07	141	81	3	32	5	8	—	28	1	—	—	—	—	—	3	—	—	—	—	**312**
1707-08	170	88	14	33	2	6	—	28	3	—	1	—	—	—	1	—	—	—	—	**346**
1708-09	167	71	5	22	6	4	—	26	—	—	—	—	—	—	14	—	—	—	2	**317**
1709-10	87	64	4	25	7	2	—	18	1	—	1	—	—	—	10	—	—	—	—	**219**
1710-11	126	61	11	21	10	9	—	31	1	—	—	—	—	—	18	—	—	—	2	**290**
1711-12	112	58	12	5	7	6	—	4	—	—	—	3	—	—	4	—	—	—	12	**223**
1712-13	147	83	12	24	2	2	—	2	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	2	**276**
1713-14	113	55	15	4	8	6	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**202**
1714 15	75	41	10	10	5	9	—	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**157**
1715-16	129	44	9	17	—	20	1	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	**241**
1716-17	106	30	4	7	4	14	2	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	**175**
1717-18	89	27	6	5	3	15	—	7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	**153**

(Continuaz. Tav. IV) *(b)*

GLI STUDENTI ARTISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1674-1805)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Goriziani Istriani e Dalmati	Italia Settentrionale	Italia Centrale	Italia Meridionale	Ultramarini	Tedeschi	Inglesi	Polacchi	Ungheresi	Fiamminghi	Boemi	Corsi	Spagnuoli	Russi	Francesi	Senza indicazione e incerti	Totale
1718-19	113	40	6	11	7	22	8	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	**217**
1719-20	107	4	2	8	2	19	3	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**184**
1720-21	128	65	22	10	6	31	17	30	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	4	**315**
1721-22	161	76	15	9	19	25	2	18	1	—	—	—	—	—	5	—	—	—	2	**334**
1722-23	100	25	5	12	5	14	—	14	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	4	**181**
1723-24	139	36	25	28	18	23	1	40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	**314**
1724-25	112	47	19	54	14	33	6	18	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**308**
1725-26	118	56	6	26	20	49	4	5	1	—	—	—	—	—	4	—	—	—	—	**292**
1726-27	95	39	14	24	7	40	—	33	—	—	—	—	—	—	4	—	—	—	1	**257**
1727-28	114	51	20	22	12	48	—	29	—	—	—	—	—	—	2	1	—	—	—	**299**
1728-29	105	43	1	18	3	13	—	25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**208**
1729-30	141	52	3	2	4	11	1	21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**235**
1730-31	211	29	3	1	6	10	—	19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**284**
1731-32 *	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**—**
1732-33	270	59	15	7	2	18	1	34	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**388**
1733-34	161	48	11	10	4	29	2	32	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**297**
1734-35	105	35	14	11	10	28	—	28	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**232**
1735-36	92	24	15	6	4	8	2	25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**176**
1736-37	111	36	6	14	6	11	—	30	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	**215**
1737-38	80	29	10	6	—	11	—	19	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	**156**
1738-39	64	23	6	7	1	1	—	19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	**124**

* Non esiste alcun dato riferentesi a quest' anno.

(Continuaz. Tav. IV) *(b)*

GLI STUDENTI ARTISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1674-1805)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Goriziani Istriani e Dalmati	Italia Settentrionale	Italia Centrale	Italia Meridionale	Ultramarini	Tedeschi	Inglesi	Polacchi	Ungheresi	Fiamminghi	Boemi	Corsi	Spagnuoli	Russi	Francesi	Senza indicazione e incerti	Totale
1739-40	76	34	3	5	2	1	—	16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**137**
1740-41	80	30	9	3	1	1	—	11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**135**
1741-42	84	18	6	1	1	—	—	9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	**119**
1742-43	168	37	13	2	2	3	—	20	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	**248**
1743-44	174	33	13	5	2	—	—	21	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**249**
1744-45	198	33	10	2	5	6	—	20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**274**
1745-46	170	32	18	6	2	—	—	21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**249**
1746-47	178	33	11	11	2	6	—	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	**257**
1747-48	194	36	17	6	2	3	—	17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**275**
1748-49	168	24	11	10	2	—	1	26	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**242**
1749-50	135	18	15	5	1	2	1	17	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	**195**
1750-51	152	18	10	3	1	—	2	28	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**214**
1751-52	191	13	12	6	—	3	4	43	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	**273**
1752-53	212	12	12	10	1	5	1	27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**280**
1753-54	183	20	8	7	1	2	3	27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**251**
1754-55	164	23	3	6	1	1	3	20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**221**
1755-56	124	11	3	10	2	1	—	10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**161**
1756-57	145	17	12	2	2	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**181**
1757-58	194	30	9	1	2	5	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	**242**
1758-59	232	39	13	9	5	1	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**301**
1759-60	197	22	1	4	2	2	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**230**
1760-61	94	21	2	3	1	2	2	15	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	**141**

(Continuaz. Tav. IV) *(b)*

GLI STUDENTI ARTISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1674-1805)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Goriziani Istriani e Dalmati	Italia Settentrionale	Italia Centrale	Italia Meridionale	Ultramarini	Tedeschi	Inglesi	Polacchi	Ungheresi	Fiamminghi	Boemi	Corsi	Spagnuoli	Russi	Francesi	Senza indicazione e incerti	Totale
1761-62	73	13	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**88**
1762-63	83	12	—	5	—	—	—	10	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	**111**
1763-64	99	11	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**111**
1764-65	89	12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**101**
1765-66	88	12	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**101**
1766-67	96	14	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**111**
1767-68	86	17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**103**
1768-69	64	21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**85**
1769-70	64	14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**78**
1770-71	70	10	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**83**
1771-72	85	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**99**
1772-73	111	8	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**120**
1773-74	127	5	—	1	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**135**
1774-75	129	12	—	—	—	1	—	1	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	**145**
1775-76	133	23	—	1	—	1	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**160**
1776-77	136	36	—	1	—	1	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**176**
1777-78	157	49	—	6	—	1	—	2	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	**216**
1778-79	161	64	1	10	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**237**
1779-80	168	60	1	10	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**240**
1780-81	173	43	1	10	1	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**231**
1781-82	158	43	1	15	—	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**220**
1782-83	161	50	—	11	1	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**225**

(Continuaz. Tav. IV) *(b)*

GLI STUDENTI ARTISTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1674-1806)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Goriziani Istriani e Dalmati	Italia Settentrionale	Italia Centrale	Italia Meridionale	Ultramarini	Tedeschi	Inglesi	Polacchi	Ungheresi	Fiamminghi	Boemi	Corsi	Spagnuoli	Russi	Francesi	Senza indicazione e incerti	Totale
1783-84	189	48	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	**238**
1784-85	199	47	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**246**
1785-86	196	52	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**248**
1786-87	222	47	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**269**
1787-88	161	54	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**215**
1788-89	120	53	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**173**
1789-90	128	45	—	2	1	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**179**
1790-91	148	42	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**190**
1791-99 *	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1799-800	170	75	27	11	1	4	1	2	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6	**292**
1800-01	178	17	22	10	1	2	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	**234**
1801-02	159	3	13	1	1	3	1	2	—	—	—	1	—	—	3	—	—	—	—	**187**
1802-03	159	3	19	8	—	—	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**192**
1803-04	154	3	16	8	—	—	—	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	**188**
1804-05	141	6	16	13	1	—	—	10	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**189**
1805-06	143	5	16	10	—	—	—	9	—	—	2	—	—	—	1	—	—	—	—	**186**

(*) Non esiste alcun dato riferentesi a questi anni.

TAVOLA V.

GLI STUDENTI ARTISTI DISTINTI PER ANNO DI CORSO (1674 - 1805)

Anno scolastico	ANNO DI CORSO I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	Oltre il VI°	Senza indicazione	Totale
1674-75	103	163	87	38	18	3	3	11	**426**
1675-76	182	77	134	65	23	5	1	14	**501**
1676-77	128	132	60	94	47	19	6	8	**494**
1677-78	103	91	78	47	38	17	11	5	**390**
1678-79	176	96	88	54	30	24	16	10	**494**
1679-80	119	95	52	46	25	8	19	9	**373**
1680-81	173	85	66	42	37	21	21	1	**446**
1681-82	120	98	65	53	22	19	25	4	**407**
1682-83	139	99	79	51	41	16	28	6	**459**
1683-84	118	92	70	47	35	25	24	6	**417**
1684-85	129	84	79	57	42	24	27	4	**441**
1685-86	105	109	69	55	47	19	43	2	**449**
1686-87	114	81	75	52	35	29	41	4	**431**
1687-88	124	85	76	62	58	26	63	3	**497**
1688-89	225	103	79	69	60	43	73	5	**557**
1689-90	86	109	52	55	32	26	32	3	**395**
1690-91	70	62	91	42	41	27	54	2	**389**
1691-92	69	59	53	71	35	24	65	—	**376**
1692-93	142	57	50	35	65	40	65	2	**456**
1693-94	127	84	48	31	30	42	57	1	**411**
1694-95	99	79	53	30	28	18	53	1	**361**
1695-96	126	45	40	27	17	12	23	1	**391**
1696-97	91	47	27	16	23	16	22	—	**242**
1697-98	104	50	53	39	19	26	38	2	**331**
1698-99	93	25	32	14	8	5	12	—	**189**
1699-700	105	64	29	30	16	5	18	—	**267**
1700-01	57	51	39	20	19	9	12	—	**207**
1701-02	80	45	52	31	20	20	12	—	**260**
1702-03	108	56	39	41	30	19	22	2	**317**
1703-04	61	69	49	27	27	16	37	23	**309**
1704-05	74	41	40	31	18	10	31	—	**245**
1705-06	75	48	39	31	21	16	18	3	**251**
1706-07	98	63	42	28	21	11	21	28	**312**
1707-08	110	75	51	37	24	12	27	10	**346**
1708-09	132	45	42	31	23	12	15	17	**317**
1709-10	104	39	24	20	18	10	1	3	**219**
1710-11	168	52	33	19	11	4	3	—	**290**
1711-12	203	10	7	3	—	—	—	—	**223**
1712-13	250	10	10	4	—	—	—	—	**276**
1713-14	164	14	12	10	2	—	—	—	**202**
1714-15	125	6	14	11	1	—	—	—	**157**
1715-16	218	4	6	12	1	—	—	—	**241**
1716-17	159	4	3	4	5	—	—	—	**175**
1717-18	137	8	4	3	1	—	—	—	**153**
1718-19	195	8	9	5	—	—	—	—	**217**
1719-20	160	7	7	9	1	—	—	—	**184**
1720-21	260	38	7	7	3	—	—	—	**315**

(Continuaz. Tav. V.)

GLI STUDENTI ARTISTI DISTINTI PER ANNO DI CORSO (1674 - 1805)

Anno scolastico	ANNO DI CORSO								Totale
	I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	Oltre il VI°	Senza indicazione	
1721-22	288	23	17	5	1	—	—	—	**334**
1722-23	116	34	20	11	—	—	—	—	**181**
1723-24	238	33	27	13	3	—	—	—	**314**
1724-25	223	47	22	14	2	—	—	—	**308**
1725-26	227	31	22	10	2	—	—	—	**292**
1726-27	195	29	18	13	2	—	—	—	**257**
1727-28	233	32	21	11	2	—	—	—	**299**
1728-29	143	38	14	11	2	—	—	—	**208**
1729-30	160	40	18	15	2	—	—	—	**235**
1730-31	194	51	25	10	4	—	—	—	**284**
1731-32*	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1732-33	244	71	41	30	2	—	—	—	**388**
1733-34	198	47	28	21	4	—	—	—	**297**
1734-35	193	22	8	9	—	—	—	—	**232**
1735-36	137	10	23	6	—	—	—	—	**176**
1736-37	160	17	11	24	3	—	—	—	**215**
1737-38	130	12	8	6	—	—	—	—	**156**
1738-39	91	10	11	7	3	—	—	2	**124**
1739-40	95	17	9	12	1	1	—	2	**137**
1740-41	109	2	17	6	—	—	—	1	**135**
1741-42	100	—	1	18	—	—	—	—	**119**
1742-43	147	52	25	22	1	—	—	1	**248**
1743-44	135	52	43	11	8	—	—	—	**249**
1744-45	169	38	32	25	9	1	—	—	**274**
1645-46	143	59	17	22	5	3	—	—	**249**
1746-47	146	49	36	20	4	2	—	—	**257**
1747-48	144	59	36	27	6	3	—	—	**275**
1648-49	140	44	27	25	6	—	—	—	**242**
1749-50	91	34	27	22	13	7	—	1	**195**
1750-51	120	35	26	22	8	2	—	1	**214**
1751-52	180	45	24	22	1	—	—	1	**273**
1752-53	155	66	28	20	11	—	—	—	**280**
1753-54	115	69	37	19	7	4	—	—	**251**
1754-55	101	39	37	29	3	2	4	5	**221**
1755-56	77	46	30	25	11	1	1	—	**161**
1756-57	75	44	33	24	5	—	—	—	**181**
1757-58	135	41	32	28	6	—	—	—	**242**
1758-59	147	96	29	22	7	—	—	—	**301**
1759-60	110	59	28	27	5	—	—	1	**230**
1760-61	50	35	22	23	10	1	—	—	**141**
1761-62	24	20	18	21	5	—	—	—	**88**
1762-63	40	21	26	15	4	1	—	4	**111**
1763-64	59	20	13	19	—	—	—	—	**111**
1764-65	39	36	11	13	2	—	—	—	**101**
1765-66	39	28	25	8	1	—	—	—	**101**
1766-67	37	31	22	21	—	—	—	—	**111**
1767-68	40	21	24	16	2	—	—	—	**103**

* Non esiste alcun dato riferentesi a quest'anno

(Continuaz. Tav. V.)

GLI STUDENTI ARTISTI DISTINTI PER ANNO DI CORSO (1674 - 1805)

Anno scolastico	ANNO DI CORSO I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	Oltre il VI°	Senza indicazione	Totale
1768-69	32	22	8	19	3	—	—	—	**85**
1769-70	30	23	18	6	1	—	—	—	**78**
1770-71	23	23	21	15	1	—	—	—	**83**
1771-72	52	17	10	17	3	—	—	—	**99**
1772-73	59	30	20	9	2	—	—	—	**120**
1773-74	63	36	21	15	—	—	—	—	**135**
1774-75	55	45	25	20	—	—	—	—	**145**
1775-76	75	35	26	23	1	—	—	—	**160**
1776-77	74	55	24	23	—	—	—	—	**176**
1777-78	86	61	47	22	—	—	—	—	**216**
1778-79	81	65	49	39	3	—	—	—	**237**
1779-80	66	63	52	41	—	—	—	18	**240**
1780-81	101	44	42	44	—	—	—	—	**231**
1781-82	83	72	25	37	—	—	—	3	**220**
1782-83	89	61	48	26	—	—	—	—	**225**
1783-84	88	61	44	45	—	—	—	—	**238**
1784-85	90	74	46	34	—	—	—	2	**246**
1785-86	86	70	48	44	—	—	—	—	**248**
1786-87	91	77	51	45	—	—	—	5	**269**
1787-88	68	60	44	43	—	—	—	—	**215**
1788-89	43	51	38	41	—	—	—	—	**173**
1789-90	68	48	31	32	—	—	—	—	**179**
1790-91	74	55	32	29	—	—	—	—	**190**
1791-99 *	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1799-800	133	64	43	38	—	—	—	14	**292**
1800-01	79	55	53	45	—	—	—	2	**234**
1801-02	57	57	35	36	—	—	—	2	**187**
1802-03	77	52	33	30	—	—	—	—	**192**
1803-04	63	60	32	32	—	—	—	1	**188**
1804-05	79	45	33	32	—	—	—	—	**189**
1805-06	61	57	27	32	—	—	—	9	**186**

* Non esiste alcun dato riferentesi a questi anni.

TAVOLA VI.

GLI STUDENTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1818 - 1922)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Goriziani, Istriani e Dalmati	Italia Settentrion.	Italia Centrale	Italia Meridionale	Austriaci	Boemi	Tedeschi	Greci	Rumeni	Svizzeri	Inglesi	Turchi	Spagnoli	Ungheresi	Russi	Polacchi	Francesi	Albanesi	Jugoslavi	Bulgari	Belgi	Olandesi	S. Marinesi	Portoghesi	America	Africa	Asia	Senza indicazione e incerti	Totale
1806-18*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1818-19	165	27	25	15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	531	763
1819-20	614	62	24	38	3	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	40	783
1820-21	190	20	20	17	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	519	773
1821-22	580	119	55	52	—	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	820
1822-25*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1825-26	1038	152	72	55	7	2	2	10	4	3	3	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1350
1826-27	892	113	44	39	7	1	1	7	3	2	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1112
1827-28	1050	141	65	69	9	—	—	12	4	3	3	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	1358
1828-29	1050	174	71	82	9	—	—	9	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1400
1829-30	1048	199	24	71	—	—	—	3	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1347
1830-31*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1831-32	1049	201	89	133	—	4	—	10	4	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	1494
1832-33	983	148	110	112	4	9	—	9	1	1	3	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	1383
1833-34	1151	126	90	73	3	10	—	7	3	2	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	1470
1834-35	969	147	110	112	5	6	—	7	2	—	1	—	—	—	—	—	3	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	25	1387
1835-36	924	142	98	74	5	3	1	11	2	1	1	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1264
1836-37	902	163	114	79	3	4	—	10	2	—	—	—	—	—	—	—	3	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	32	1313
1837-38	1059	172	98	66	5	—	1	15	1	—	2	—	—	—	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1424
1838-39	1118	245	100	108	5	2	—	17	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	17	1615
1839-40	1228	258	102	86	2	—	1	7	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	1688
1840-41	1215	243	80	108	2	1	—	9	2	—	1	—	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	1669
1841-42	1200	252	185	115	4	2	—	17	—	—	—	—	2	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1782
1842-43	1417	187	86	124	2	—	—	13	3	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	50	1884
1843-44	1375	291	83	116	2	1	—	20	8	—	—	—	1	—	—	—	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	57	1930
1844-45	1382	304	85	120	4	—	—	16	9	—	—	—	2	—	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14	1929
1845-46	1394	295	101	115	2	—	—	10	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	25	1943
1846-47	1400	310	80	124	6	—	—	43	2	—	—	—	—	—	—	—	5	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1971
1847-48	1344	319	78	128	5	—	—	17	2	—	—	—	1	—	—	—	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	25	1924
1848-49	1307	109	28	55	5	—	—	2	2	1	1	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	1506
1849-50	840	63	21	34	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	969
1850-51	1267	115	57	76	2	2	—	4	2	—	1	—	—	—	1	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	1538
1851-52	1264	130	57	84	—	2	—	2	—	—	1	—	—	—	—	—	3	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	40	1584
1852-53	1345	159	114	96	1	1	—	3	—	—	—	3	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19	1742
1853-54	1050	287	63	100	5	4	—	3	1	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1515
1854-55	841	345	75	102	2	2	—	8	—	—	1	1	—	—	1	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	16	1396
1855-56	882	216	64	86	5	—	—	4	—	—	—	—	1	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12	1272
1856-57	952	237	54	80	3	1	1	4	1	—	—	—	3	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1337
1857-58	799	314	53	80	3	1	1	5	1	—	2	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14	1275
1858-59	896	477	68	81	2	—	—	6	1	—	1	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1536
1859-60	748	28	39	45	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	862
1860-61	571	16	16	15	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	619
1861-62	769	28	29	28	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	857
1862-63	726	33	50	43	1	1	—	1	1	—	—	—	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	35	894
1863-64	938	66	51	70	3	—	—	1	1	—	—	—	3	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1134
1864-65	1032	74	52	74	5	—	—	5	2	—	—	—	5	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1251
1865-66	1130	73	67	89	2	—	—	3	5	—	—	—	7	—	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1379
1866-67	1208	114	88	73	4	3	—	1	—	—	—	—	4	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	14	1510

* Non esiste alcun dato riferentesi a questi anni.

(Continuaz. Tav. VI.)

GLI STUDENTI DISTINTI PER LUOGO D'ORIGINE (1818 - 1922)

Anno scolastico	Veneti	Lombardi	Trentini	Goriziani, Istriani e Dalmati	Italia Settentrion.	Italia Centrale	Italia Meridionale	Austriaci	Tedeschi	Greci	Rumeni	Svizzeri	Inglesi	Turchi	Spagnoli	Ungheresi	Russi	Polacchi	Francesi	Albanesi	Cecoslovacchi	Jugoslavi	Bulgari	Belgi	Olandesi	S. Marinesi	Portoghesi	America	Africa	Asia	Senza indicazione e incerti	Totale
1867-68	1274	141	91	73	5	6	5	—	—	—	—	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	**1610**
1868-69	1130	130	77	52	10	9	3	2	—	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	25	**1442**
1869-70	983	119	39	28	16	5	1	1	—	—	—	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	22	**1218**
1870-71	930	97	35	23	12	2	1	2	—	—	—	2	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	15	**1121**
1871-72	924	104	32	18	14	8	—	2	—	—	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	**1105**
1872-73	893	83	17	18	21	6	—	1	—	—	—		—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	**1041**
1873-74	1080	77	16	17	22	5	2	2	—	1	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1224**
1874-75	1065	99	16	15	17	5	2	3	—	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1224**
1875-81*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1881-82	976	92	9	3	23	7	9	1	—	3	—	—	—	3	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	2	—	**950**
1882-83	791	81	10	4	12	7	5	—	—	3	—	—	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	**921**
1883-84	793	98	9	9	27	8	7	—	—	4	—	—	—	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	**962**
1884-85	791	108	10	9	24	16	10	1	1	4	—	—	—	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**998**
1885-86	826	97	18	12	22	17	12	—	1	3	—	1	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**999**
1886-87	826	92	31	12	15	21	10	2	—	4	—	2	—	2	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1019**
1887-88	958	104	25	16	14	20	10	3	—	4	—	2	1	2	1	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	**1165**
1888-89	1003	111	22	12	29	15	16	2	2	3	—	2	—	2	1	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1217**
1889-90	1082	110	21	11	13	20	9	1	1	2	—	1	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1272**
1890-91	1109	100	19	12	23	20	20	3	3	3	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	**1315**
1891-92	1150	86	15	12	34	19	14	3	1	4	—	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1314**
1892-93	1153	82	13	12	48	17	24	—	1	2	—	1	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	**1357**
1893-94	1247	95	13	12	53	22	21	—	1	—	1	—	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	**1474**
1894-95	1358	143	11	9	64	23	33	3	1	—	1	1	1	3	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	2	**1656**
1895-96	1363	142	15	13	63	20	34	2	—	4	—	2	—	3	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	**1664**
1896-97	1311	144	14	10	77	22	26	2	—	4	—	—	—	4	—	—	—	—	—	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	**1616**
1897-98	1297	140	10	11	65	24	23	1	—	4	1	—	—	5	—	—	5	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	**1587**
1898-99	1246	130	11	15	70	18	26	2	—	4	—	—	—	9	—	—	3	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	**1542**
1899-900	1277	125	10	11	83	25	39	4	—	3	—	1	—	20	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1518**
1900-01	1250	140	5	8	61	29	36	15	—	2	—	1	—	20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	**1570**
1901-02	1174	121	6	9	55	36	44	13	—	3	—	2	—	16	—	—	5	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1486**
1902-03	1099	98	9	7	38	32	46	4	—	2	—	—	—	16	—	—	1	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1353**
1903-04	1137	96	6	8	31	31	44	5	1	3	—	—	—	14	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1397**
1904-05	1114	101	9	8	62	36	48	6	1	4	—	2	—	1	—	—	11	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**1404**
1905-06	1199	107	5	12	64	36	43	5	1	4	—	2	—	5	—	—	2	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	1	1	—	—	**1498**
1906-07	1241	117	6	7	74	37	49	3	—	2	—	2	—	6	—	—	1	—	1	—	—	—	—	1	—	—	2	3	—	2	—	**1552**
1907-08	1135	95	11	13	74	45	42	4	—	2	—	1	—	3	—	—	1	—	1	—	—	—	—	1	1	—	—	2	—	—	—	**1427**
1908-09	1119	119	6	10	68	53	51	3	—	4	—	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	—	—	—	**1450**
1909-10	1153	115	12	11	70	54	57	4	—	4	—	—	—	2	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	1	—	—	—	**1496**
1910-11	1224	101	13	11	109	57	54	4	1	6	—	1	1	1	1	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	—	4	—	1	—	**1592**
1911-12	1219	117	9	7	100	55	78	5	2	6	—	—	—	1	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	2	—	3	1	4	—	**1613**
1912-13	1205	151	12	7	107	63	82	5	1	7	—	—	—	1	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	2	—	2	—	2	—	**1648**
1913-14	1278	158	14	13	129	71	109	3	—	9	—	1	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	3	1	1	—	**1793**
1914-15	1329	154	23	47	119	70	112	1	—	11	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	—	5	1	1	—	**1878**
1915-19*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1919-20	1624	106	192	358	93	32	107	7	3	—	—	1	—	1	—	—	—	—	1	—	—	—	2	—	—	—	—	—	5	9	—	**2495**
1920-21	2139	165	177	266	167	99	253	7	3	1	4	2	—	1	—	5	—	—	1	—	—	1	2	—	—	—	—	9	2	8	—	**3332**
1921-22	2047	164	164	282	167	99	252	9	3	2	3	3	—	2	—	4	—	1	1	—	1	—	2	—	—	—	—	10	—	6	—	**3222**
1922-23	2142	171	150	273	174	98	240	15	3	2	5	6	—	2	—	3	—	—	1	—	—	—	2	1	—	—	—	12	—	8	—	**3308**

* Per questi anni non fu possibile ricavare la distinzione degli iscritti secondo le varie nazionalità.

Tavola VII. *(a)*

GLI STUDENTI DELLE FACOLTÀ TEOLOGICA E LEGALE DIVISI PER ANNO DI CORSO (1806 - 1873)

Anno scolastico	Facoltà Teologica					Totale	Facoltà Legale						Totale
	I°	II°	III°	IV°	Liberi - Cattedre Straord.		I°	II°	III°	IV°	Contabilità	Senza indicaz.	
1806-07	—	—	—	—	—	—	33	27	32	33	—	—	**125**
1807-08	—	—	—	—	—	—	82	41	40	—	—	—	**163**
1808-09	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	142	**142**
1809-10	—	—	—	—	—	—	1?	24	33	31	—	27	**116** ?
1810-11	—	—	—	—	—	—	61	49	37	—	—	—	**147**
1811-12	—	—	—	—	—	—	38	32	43	—	—	—	**113**
1812-13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1813-14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1814-15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1815-16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1816-17	78	11	78	72	—	**239**	36	10	37	37	—	—	**120**
1817-18	—	—	—	—	—	—	71	92	26	74	—	—	**263**
1818-19	—	—	—	—	—	—	97	66	84	23	—	2	**272**
1819-20	16	19	17	15	—	**67**	62	75	67	75	—	2	**281**
1820-21	—	—	—	—	—	—	100	44	60	64	—	1	**269**
1821-22	—	—	—	—	—	—	92	86	26	40	—	2	**246**
1822-23	—	—	—	—	—	—	122	83	77	35	—	—	**317**
1823-24	—	—	—	—	—	—	92	89	61	55	—	—	**297**
1824-25	—	—	—	—	—	—	187	74	69	65	—	—	**395**
1825-26	30	35	33	17	—	**115**	96	159	63	69	—	—	**387**
1826-27	—	—	—	—	—	—	95	76	116	62	—	—	**351**
1827-28	38	33	20	34	—	**125**	95	72	72	123	—	—	**361**
1828-29	45	30	24	25	—	**124**	87	80	84	66	—	—	**317**
1829-30	39	32	30	26	—	**127**	114	73	83	83	—	—	**353**

(Continuaz. Tav. VII) (a)

GLI STUDENTI DELLE FACOLTÀ TEOLOGICA E LEGALE DIVISI PER ANNO DI CORSO (1806 - 1873)

Anno scolastico	Facoltà Teologica					Totale	Facoltà Legale						Totale
	I°	II°	III°	IV°	Liberi - Cattedre straord.		I°	II°	III°	IV°	Contabilità	Senza indicaz.	
1830-31	28	35	30	29	—	**122**	103	94	66	85	—	—	**348**
1831-32	33	27	32	29	—	**121**	121	116	111	85	—	—	**433**
1832-33	37	33	27	29	—	**126**	94	121	102	107	—	—	**424**
1833-34	31	29	31	22	4	**117**	134	84	86	98	—	2	**404**
1834-35	20	32	32	28	3	**115**	134	116	93	100	—	—	**443**
1835-36	24	18	33	30	4	**109**	102	125	96	94	—	—	**417**
1836-37	31	23	19	30	3	**106**	151	104	122	94	—	—	**471**
1837-38	33	32	25	15	2	**107**	179	126	110	130	—	—	**545**
1838-39	23	28	34	24	1	**111**	193	171	122	119	9	—	**614**
1839-40	30	23	27	32	2	**114**	217	155	163	128	18	—	**681**
1840-41	29	28	24	27	—	**108**	186	127	167	159	13	—	**652**
1841-42	47	31	26	25	—	**129**	196	162	202	178	—	—	**738**
1842-43	52	50	33	27	—	**162**	197	182	201	188	14	—	**782**
1843-44	59	48	29	36	—	**172**	210	166	211	167	8	—	**762**
1844-45	55	57	47	49	4	**212**	221	193	181	188	6	—	**789**
1845-46	57	52	53	41	1	**204**	207	186	200	166	10	—	**769**
1846-47	51	56	59	51	4	**221**	223	195	213	181	3	—	**815**
1847-48	48	52	50	54	3	**207**	198	189	209	202	3	—	**801**
1848-49	24	24	35	39	—	**122**	173	137	127	138	—	—	**575**
1849-50	26	13	34	39	1	**133**	116	89	82	93	1	—	**381**
1850-51	26	23	24	31	—	**105**	149	147	124	105	5	—	**530**
1851-52	26	27	26	28	—	**107**	164	131	140	118	—	—	**553**
1852-53	17	22	26	23	—	**88**	189	198	179	177	—	—	**743**
1853-54	14	12	23	23	—	**72**	140	180	182	159	—	—	**661**

(Continuaz. Tav. VII.) *(a)*

GLI STUDENTI DELLE FACOLTÀ TEOLOGICA E LEGALE DIVISI PER ANNO DI CORSO (1806 - 1873)

Anno scolastico	Facoltà Teologica					Totale	Facoltà Legale						Totale
	I°	II°	III°	IV°	Liberi - Cattedre Straord.		I°	II°	III°	IV°	Contabilità	Senza indicaz.	
1854-55	9	14	11	16	—	**48**	138	126	163	189	—	—	**614**
1855-56	6	13	13	11	—	**43**	158	119	137	131	11	—	**556**
1856-57	8	8	13	12	—	**41**	139	147	97	116	30	—	**529**
1857-58	11	10	12	12	—	**45**	133	139	150	92	9	—	**523**
1858-59	2	3	3	—	—	**8**	179	154	156	155	1	—	**645**
1859-60	5	7	9	5	—	**26**	98	106	77	76	1	—	**358**
1860-61	30	9	8	6	1	**54**	112	9	3	2	2	—	**128**
1861-62	13	4	—	1	—	**18**	112	92	79	48	10	—	**341**
1862-63	9	13	7	2	2	**33**	156	85	39	32	3	7	**322**
1863-64	9	7	20	13	1	**50**	175	144	87	56	5	2	**469**
1864-65	3	1	3	5	—	**12**	202	142	119	80	8	8	**566**
1865-66	6	7	2	3	—	**18**	222	171	133	100	4	7	**637**
1866-67	—	—	—	—	—	—	195	177	168	129	—	—	**669**
1867-68	—	—	—	—	—	—	163	188	171	159	—	—	**661**
	Anno unico												
1868-69	7	—	—	—	—	**7**	87	148	163	172	—	—	**570**
1869-70	5	—	—	—	—	**5**	91	89	143	152	—	—	**475**
1870-71	2	—	—	—	—	**2**	99	91	91	128	—	—	**409**
1871-72	—	—	—	—	—	—	112	94	86	73	—	—	**365**
1872-73	1	—	—	3	—	**4**	111	101	91	78	—	—	**381**

TAVOLA VII. *(b)*

GLI STUDENTI DELLA FACOLTÀ MEDICO-CHIRURGO-FARMACEUTICA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1806-1856)

Anno scolastico	Facoltà Medico - Chirurgico - Farmaceutica																			Totale
	MEDICI						CHIRURGHI						Ostetriche	Oculisti	FARMACISTI					
	I°	II°	III°	IV°	V°	Senza indicazione	I°	II°	III°	IV°	V°	Senza indicazione	Anno unico	Anno unico	I°	II°	III°	Anno unico		
1806-07	31	23	29	19	15	—	9	4	8	—	1	—	—	—	17	2	—	—		158
1807-08	18	19	22	14	—	—	4	5	5	2	—	—	—	—	13	8	—	—		110
1808-09	—	—	—	—	—	90	—	—	—	—	—	35	—	—	—	—	—	24**		149
1809-10	—	13	21	13	16	6	—	6	7	—	7	2	—	—	3	8	6	—		108
1810-11	10	11	16	19	—	—	1	6	5	5	—	—	—	—	19	9	—	—		101
1811-12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		—
1812-13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		—
1813-14	19	16	9	13	2	—	5	3	3	1	—	—	—	—	15	4	—	—		90
1814-15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		—
1815-16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		—
1816-17	37	15	7	13	20	—	8	1	—	3	6	—	—	—	28	16	—	—		154
1817-18	55	28	4	15	18*	—	—	—	—	—	—	—	13	—	16	24	—	—		174
1818-19	79	40	24	21	23	4*	—	—	—	—	—	—	15	—	48	13	—	—		273
1819-20	24	44	33	27	24	—	12	9	7	2	3	—	7	—	12	4	—	—		277
1820-21	50	31	40	32	37	9*	—	—	—	—	—	—	18	—	5	—	—	—		282
1821-22	57	63	27	39	47	1*	—	—	—	—	—	—	3	—	—	—	—	—		301
1822-23	99	31	40	29	39	19*	—	—	—	—	—	—	9	—	—	—	—	—		323
1823-24	69	65	58	45	27	32*	—	—	—	—	—	—	13	—	—	—	—	—		419
1824-25	171	78	68	35	47	27*	—	—	—	—	—	—	21	—	—	—	—	75		512
1825-26	86	140	49	51	32	—	76	34	19	23	—	—	—	—	—	—	—	83		593
1826-27	108	101	139	59	47	77*	—	—	—	—	—	—	14	—	—	—	—	75		620
1827-28	157	114	103	121	35	36*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	39		605
1828-29	172	120	106	92	108*	—	—	—	—	—	—	—	43	—	—	—	—	—		641
1829-30	90	68	63	53	71	—	60	37	31	40	—	—	—	—	—	—	—	47		560

* Questi dati si riferiscono a Medici e Chirurghi complessivamente. — ** Senza indicazione.

(Continuaz. Tav. VII.) *(b)*

GLI STUDENTI DELLA FACOLTÀ MEDICO-CHIRURGICO-FARMACEUTICA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1806 - 1856)

Anno scolastico	Facoltà Medico - Chirurgico - Farmaceutica																	Totale
	MEDICI						CHIRURGHI					Ostetriche	Oculisti	FARMACISTI				
	I°	II°	III°	IV°	V°	Senza indicazione	I°	II°	III°	IV°	Senza indicazione	Anno unico	Anno uuico	I°	II°	III°	Anno unico	
1830-31	99	87	70	59	66	—	44	35	36	29	—	37	8	—	—	—	44	**615**
1831-32	104	107	79	76	66	—	48	47	30	24	—	30	6	—	—	—	48	**667**
1832-33	88	92	87	70	62	—	53	31	25	24	—	—	4	—	—	—	49	**585**
1833-34	112	101	96	90	61	6*	—	—	—	—	—	41	—	—	—	—	56	**563**
1834-35	83	84	69	78	70	—	25	27	37	16	—	27	5	—	—	—	—	**572**
1835-36	78	74	64	71	76	—	24	30	31	19	—	19	8	3	51	—	—	**545**
1836-37	108	52	73	67	73	—	32	29	30	12	—	28	—	7	4	—	—	**515**
1837-38	107	104	63	71	60	—	21	23	28	18	—	34	—	7	8	—	—	**544**
1838-39	107	116	92	62	77	—	24	27	22	21	—	40	4	22	6	—	—	**609**
1839-40	85	116	87	85	48	—	17	21	25	17	—	39	—	27	21	—	—	**589**
1840-41	90	84	95	85	89	—	14	21	15	15	—	18	2	33	27	—	—	**580**
1841-42	86	94	66	89	93	—	20	14	20	10	—	19	—	36	35	—	—	**586**
1842-43	82	82	65	82	94	—	15	18	10	13	—	28	—	43	41	—	—	**575**
1843-44	93	82	62	87	91	—	20	14	13	3	—	20	2	40	29	—	—	**576**
1844-45	97	85	62	72	89	—	12	18	9	8	—	30	1	32	44	—	—	**559**
1845-46	103	90	71	78	71	—	10	13	9	11	—	32	—	48	37	—	—	**573**
1846-47	94	97	76	88	47	—	6	4	12	8	—	18	1	41	52	1	—	**545**
1847-48	64	97	83	74	79	—	9	4	4	7	—	—	1	65	40	1	—	**528**
1848-49	70	24	48	54	69	—	12	2	3	1	—	15	—	56	74	—	—	**623**
1849-50	21	20	38	41	38	—	2	3	1	1	—	12	—	57	36	—	—	**280**
1850-51	89	77	38	52	89	—	15	12	3	1	—	7	—	59	65	—	—	**506**
1851-52	87	84	83	57	54	—	12	15	9	2	—	—	—	80	61	2	—	**546**
1852-53	68	77	81	80	56	—	—	15	13	5	—	20	—	95	78	2	—	**590**
1853-54	66	42	71	68	60	—	—	—	10	8	—	27	—	80	65	1	—	**497**
1854-55	55	52	54	65	44	—	1	—	3	—	—	21	—	74	85	—	—	**475**
1855-56	45	44	48	47	65	—	1	2	4	1	—	3	—	109	68	1	—	**447**

* Questi dati si riferiscono a Medici e Chirurghi complessivamente.

TAVOLA VII. *(c)*

GLI STUDENTI DELLA FACOLTÀ MEDICO-CHIRURGICO-FARMACEUTICA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1856 - 1873)

Anno scolastico	Facoltà Medico - Chirurgico - Farmaceutica: MEDICI I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	Ostetriche	Oculisti	Farmacisti I°	II°	III°	Totale generale
1856-57	34	43	35	37	47	—	26	—	178	113	—	**513**
1857-58	35	33	38	34	30	—	24	—	110	166	—	**470**
1858-59	60	61	40	61	46	1*	21	—	146	123	—	**559**
1859-60	33	21	21	14	27	1*	29	3	89	74	—	**312**
1860-61	19	22	20	15	10	2*	20	—	73	71	—	**252**
1861-62	30	27	47	11	18	3*	30	—	55	69	1	**291**
1862-63	36	26	24	25	14	1*	35	—	63	47	—	**273**
1863-64	48	35	26	20	31	—	44	—	61	50	—	**315**
1864-65	49	48	34	24	19	—	29	—	63	51	1	**317**
1865-66	74	47	45	32	26	1*	24	—	64	46	—	**359**

Anno scolastico	Facoltà Medico - Chirurgica: MEDICI I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	Ostetriche	Totale Facoltà Medica	Scuola di Farmacia: I°	II°	III°	Totale Scuola Farmacia
1866-67	96	61	43	38	32	—	15	**285**	83	65	—	**148**
1867-68	109	100	63	38	37	—	26	**373**	83	83	5	**171**
1868-69	69	102	87	56	35	—	23	**372**	69	79	2	**150**
1869-70	59	60	92	81	58	—	26	**376**	84	59	2	**145**
1870-71	46	63	60	56	77	1	26	**329**	72	75	—	**147**
1871-72	83	54	63	47	52	—	31	**330**	90	63	—	**153**
1872-73	60	79	51	63	42	—	—	**295**	92	23	—	**115**

* Chirurghi del VI° anno.

TAVOLA VII. *(d)*

GLI STUDENTI DELLA FACOLTÀ FILOSOFICO-MATEMATICA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1806-1842)

Anno scolastico	Facoltà Filosofico - Matematica																		Totale
	Filosofi				Matematici			Architetti					Ingegneri				Periti		
	I°	II°	III°	Anno unico	I°	II°	III°	I°	II°	III°	IV°	Senza indic.	I°	II°	III°	IV°	I°	II°	
1806-07	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	13	39	8	2	13	5	**80**
1807-08	—	—	—	—	11	8	8	—	—	—	—	—	19	16	6	—	33	—	**94**
1808-09	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**62**
1809-10	—	—	—	—	—	—	—	7	5	8	—	38	—	—	—	—	—	—	**58**
1810-11	—	—	—	—	—	—	—	—	—	12	—	—	13	15	14	—	32	15	**101**
1811-12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1812-13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1813-14	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1814-15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1815-16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1816-17	34	15	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19	9	10	—	1	13	**107**
1817-18	83*	38*	14*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**135**
1818-19	120*	84*	14*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**218**
1819-20	83	46	37	15	—	—	—	5	21	14	—	—	—	—	—	—	18	20	**158**
1820-21	93*	85*	94*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**272**
1821-22	103*	75*	95*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**273**
1822-23	122*	78*	94*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**274**
1823-24	128*	96*	91*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**294**
1824-25	320*	96*	40*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**456**
1825-26	60	64	—	6	39	43	21	—	—	—	—	—	—	—	—	—	7	15	**255**
1826-27	59	40	42*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**141**
1827-28	81	71	—	—	51	33	31	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**267**
1828-29	82	82	—	—	77	43	34	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**318**
1829-30	85	74	—	1	45	46	38	—	—	—	—	—	—	—	—	—	18■	—	**307**

* Questi dati si riferiscono all'intera facoltà. — ■ Dal 1829-30 in poi il corso per i periti è unico.

(Continuaz. Tav. VII.) *(d)*

GLI STUDENTI DELLA FACOLTÀ FILOSOFICO-MATEMATICA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1806-1842)

Anno scolastico	Facoltà Filosofico - Matematica												Totale
	Filosofi					Matematici			Ingegneri			Periti	
	I°	II°	III°	Anno unico	Studi liberi	I°	II°	III°	I°	II°	III°		
1830-31	70	59	—	8	—	47	31	41	—	—	—	27	**283**
1831-32	61	58	—	17	—	46	42	38	—	—	—	11	**273**
1832-33	56	49	—	5	—	41	40	43	—	—	—	14	**248**
1833-34	58	53	—	7	—	28	40	34	—	—	—	6	**226**
1834-35	61	107	—	—	5	20	20	36	—	—	—	8	**257**
1835-36	60	65	—	—	—	—	—	—	19	23	21	5	**193**
1836-37	76	61	—	—	6	—	—	—	27	21	23	6	**220**
1837-38	63	68	—	—	8	—	—	—	31	30	20	8	**228**
1838-39	88	77	—	—	3	—	—	—	44	33	25	11	**281**
1839-40	91	93	—	—	—	—	—	—	46	37	27	10	**304**
1840-41	82	96	—	—	3	68	43	31	—	—	—	11	**331**
1841-42	80	84	—	—	2	45	69	39	—	—	—	10	**329**

TAVOLA VII. *(e)*

GLI STUDENTI DELLE FACOLTÀ FILOSOFICA-MATEMATICA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1843-1873)

Anno scolastico	Facoltà Filosofica							Facoltà Matematica					
	I°	II°	III°	IV°	Studi liberi	Senza indicaz.	Totale	I°	II°	III°	Senza indicaz.	Periti	Totale
1842-43	105	84	—	—	2	—	**191**	63	44	59	—	13	**179**
1843-44	95	110	—	—	1	—	**206**	60	57	44	—	23	**184**
1844-45	79	99	—	—	—	—	**178**	59	59	55	—	18	**191**
1845-46	92	78	—	—	2	—	**172**	63	56	59	—	37	**225**
1846-47	94	78	—	—	3	—	**175**	75	63	56	—	21	**215**
1847-48	90	85	—	—	1	—	**176**	75	63	57	—	17	**212**
1848-49	63	44	—	—	—	—	**107**	137	63	59	—	15	**274**
1849-50	33	33	—	—	—	—	**66**	36	37	29	—	7	**109**
1850-51	47	68	—	—	—	—	**115**	82	128	59	—	12	**282**
1851-52	—	52	—	—	—	—	**52**	108	126	91	—	11	**326**
1852-53	105	116	79	—	—	—	**300**	—	—	—	21	—	**21**
1853-54	2	2	—	—	—	—	**4**	71	97	108	—	5	**281**
1854-55	4	6	—	—	—	—	**10**	68	76	100	—	6	**250**
1855-56	17	2	—	—	—	—	**19**	86	55	73	—	4	**218**
1856-57	14	13	—	1	—	—	**28**	81	77	64	—	4	**222**
1857-58	6	2	2	—	—	—	**10**	88	72	63	—	4	**223**

(Continuaz. Tav. VII.) *(c)*

GLI STUDENTI DELLE FACOLTÀ FILOSOFICA-MATEMATICA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1843-1873)

Anno scolastico	Facoltà Filosofica						Facoltà Matematica						
							Matematici						
	I⁰	II⁰	III⁰	IV⁰	Senza indicaz.	Totale	I⁰	II⁰	III⁰	IV⁰	V⁰	Periti	Totale
1858-59	5	4	5	1	—	**15**	131	102	68	—	—	8	**301**
1859-60	3	1	2	—	—	**6**	72	46	40	—	—	2	**158**
1860-61	11	1	1	—	—	**13**	66	61	39	—	—	6	**172**
1861-62	14	9	1	—	—	**24**	70	59	49	—	—	5	**183**
1862-63	21	12	7	—	—	**41**	106	63	56	—	—	3	**225**
1863-64	11	10	1	1	—	**23**	121	93	60	—	—	—	**277**
1864-65	18	10	5	2	—	**37**	119	112	85	—	—	3	**319**
1865-66	20	12	8	1	—	**41**	116	114	91	—	—	3	**324**
1866 67	22	10	8	—	—	**40**	140	111	116	—	—	—	**368**
1867-68	21	20	12	—	—	**53**	110	128	112	2	—	1	**352**
1868-69	11	24	19	3	—	**57**	55	91	132	6	2	—	**286**
1869-70	19	10	17	2	1	**48**	37	50	73	2	7	—	**169**
1870-71	18	18	14	1	—	**51**	33	38	45	66	1	—	**183**
1871-72	19	16	16	—	2	**51**	48	27	28	44	69	—	**206**
1872-73	22	17	25	—	—	**64**	44	39	25	33	41	—	**182**

TAVOLA VII. *(f)*

GLI STUDENTI DELLE FACOLTÀ DI GIURISPRUDENZA E DI LETTERE E FILOSOFIA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1873 - 1923)

Anno scolastico	Facoltà di Giurisprudenza					Totale	Facoltà di Lettere e Filosofia					Totale
	I°	II°	III°	IV°	Uditori		I°	II°	III°	IV°	Uditori	
1873-74	91	99	96	88	—	**374**	17	22	14	—	—	**47**
1874-75	82	85	101	89	—	**357**	16	12	24	—	—	**52**
1875-76	79	80	76	93	1	**329**	15	16	12	1	2	**46**
1876-77	85	75	70	73	—	**303**	14	18	15	12	—	**59**
1877-78	86	82	75	66	—	**309**	22	15	16	15	—	**68**
1878-79	90	76	73	70	—	**309**	19	21	18	18	—	**76**
1879-80	59	84	72	69	1	**285**	12	19	23	17	4	**75**
1880-81	74	54	66	69	4	**267**	18	9	21	23	—	**74**
1881-82	67	72	54	68	13	**274**	12	20	11	22	2	**67**
1882-83	64	65	64	51	3	**247**	11	15	18	15	2	**61**
1883-84	74	57	63	59	6	**259**	19	12	17	22	3	**73**
1884-85	61	66	56	57	17	**256**	25	19	10	17	4	**75**
1885-86	63	55	50	49	3	**220**	28	20	21	9	5	**83**
1886-87	55	66	44	47	2	**214**	26	32	22	4	—	**84**
1887-88	63	49	46	51	15	**224**	34	32	29	29	9	**133**
1888-89	58	55	39	51	13	**216**	29	33	35	33	9	**130**
1889-90	60	56	46	41	18	**221**	36	26	29	34	17	**142**
1890-91	73	47	55	49	10	**234**	23	40	24	34	19	**140**
1891-92	63	69	47	54	5	**238**	25	23	37	26	9	**120**
1892-93	75	60	63	50	3	**251**	32	15	26	35	8	**125**
1893-94	115	77	59	62	3	**314**	51	34	27	29	11	**157**
1894-95	119	97	72	63	4	**355**	47	46	34	31	26	**184**
1895-96	96	105	86	71	—	**348**	49	45	49	47	20	**210**
1896-97	84	74	95	86	1	**345**	44	42	46	61	18	**211**
1897-98	104	83	64	99	3	**359**	39	44	43	57	3	**187**

GLI STUDENTI DELLE FACOLTÀ DI GIURISPRUDENZA E DI LETTERE E FILOSOFIA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1873 - 1923)

Anno scolastico	Facoltà di Giurisprudenza					Totale	Facoltà di Lettere e Filosofia					Totale	Scuola di perfezionam. per i licenziati delle Scuole Normali		Totale
	I°	II°	III°	IV°	Uditori		I°	II°	III°	IV°	Uditori		I°	II°	
1898-99	95	103	69	66	2	**335**	34	38	43	49	11	**175**	—	—	—
1899-900	125	92	89	77	—	**389**	29	29	38	64	9	**169**	—	—	—
1900-01	128	115	79	89	—	**411**	38	25	26	43	10	**142**	—	—	—
1901-02	119	127	103	89	3	**439**	21	39	20	33	17	**130**	—	—	—
1902-03	87	101	105	99	—	**392**	17	21	32	20	3	**93**	—	—	—
1903-04	115	87	89	116	1	**408**	22	15	17	33	25	**112**	—	—	—
1904-05	110	107	72	100	2	**391**	25	19	16	24	23	**107**	—	—	—
1905-06	103	104	103	79	—	**382**	10	27	24	18	5	**84**	87	—	**87** *
1906-07	99	97	99	104	—	**399**	17	11	25	24	1	**80**	56	74	**130** **
1907-08	110	89	83	101	—	**383**	30	14	12	25	2	**83**	51	56	**107**
1908-09	102	123	84	78	—	**387**	21	22	14	23	6	**86**	54	37	**91**
1909-10	117	98	110	84	—	**409**	29	20	22	18	6	**95**	58	40	**98**
1910-11	103	108	92	109	3	**415**	28	29	20	17	7	**111**	94	51	**145**
1911-12	108	98	95	85	1	**387**	25	22	29	24	2	**102**	60	78	**138**
1912-13	86	99	100	83	—	**378**	22	22	25	30	—	**99**	58	48	**106**
1913-14	114	81	87	92	—	**374**	38	23	22	25	—	**108**	82	52	**134**
1914-15	87	104	82	89	—	**362**	39	36	29	30	6	**140**	95	56	**151**
1915-16	—	—	—	—	—	**377**	—	—	—	—	—	**147**	—	—	**116**
1916-17	—	—	—	—	—	**326**	—	—	—	—	—	**171**	—	—	**110**
1917-18	—	—	—	—	—	**266**	—	—	—	—	—	**139**	—	—	**51**
1918-19	—	—	—	—	—	**495**	—	—	—	—	—	**184**	—	—	**83**
1919-20	116	100	118	104	—	**438**	50	36	61	52	5	**204**	196	55	**251**
1920-21***	114	99	132	126	1	**472**	43	43	54	63	1	**204**	235	111	**346**
1921-22***	133	102	101	129	—	**466**	34	34	51	59	1	**181**	64	133	**197**
1922-23***	123	128	96	87	—	**443**	43	35	33	44	1	**156**	82	64	**146**

* Si inizia la Scuola di perfezionamento per i licenziati dalle Scuole Normali, funzionando il solo anno I°.
** Funziona anche il II° anno della detta Scuola.
*** Sono esclusi gli studenti fuori corso negli anni 1920-21 — 1922-23.

TAVOLA VII. *(g)*

GLI STUDENTI DELLA SCUOLA DI FARMACIA, DELLA FACOLTÀ DI MEDICINA E CHIRURGIA E DELLA SCUOLA OSTETRICIA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1873-1923)

Anno scolastico	Scuola di Farmacia									Facoltà di Medicina e Chirurgia								Scuola di Ostetricia		
	Aspir. alla Laurea				Aspiranti al Diploma Profess.															
	I°	II°	III°	IV°	I°	II°	III°	Uditori	Totale	I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	Uditori	Totale	I°	II°	Totale
1873-74	294	83	—	—	—	—	—	—	**377**	67	60	78	94	62	—	—	**311**	29	—	**29**
1874-75	75	243	2	—	—	—	—	—	**320**	50	55	57	80	45	—	—	**287**	25	—	**25**
1875-76	10	82	113	—	—	—	—	—	**205**	29	46	46	52	68	—	—	**251**	28	—	**28**
1876-77	3	3	—	1	15	20	73	—	**115**	60	26	49	49	58	5	—	**247**	38	—	**38**
1877-78	1	3	—	—	16	21	14	—	**55**	53	59	26	42	43	2	—	**225**	31	—	**31**
1878-79	2	—	1	3	10	15	19	—	**50**	66	49	46	22	36	37	—	**256**	20	29	**49**
1879-80	1	1	3	6	12	9	13	—	**45**	64	69	46	48	18	37	1	**283**	28	15	**43**
1880-81	—	2	1	—	16	8	7	—	**34**	54	51	63	44	34	21	—	**267**	27	24	**52**
1881-82	—	1	—	—	18	11	9	2	**41**	38	49	57	62	14	38	8	**290**	29	24	**54**
1882-83	25	13	10	—	—	—	—	—	**48**	55	43	49	56	47	40	4	**293**	24	25	**49**
1883-84	3	3	3	2	21	17	9	1	**59**	52	59	41	50	45	50	3	**300**	25	20	**45**
1884-85	—	4	5	11	44	12	18	2	**96**	54	60	55	37	44	45	4	**299**	35	21	**56**
1885-86	1	1	4	4	27	28	13	—	**79**	48	67	54	50	35	46	2	**302**	40	33	**73**
1886-87	1	2	2	12	34	13	20	1*	**65**	59	58	64	53	53	31	—	**318**	38	34	**72**
1887-88	1	1	1	12	48	20	17	1*	**101**	62	70	55	63	48	50	3	**351**	36	29	**65**
1888-99	4	2	1	9	26	19	16	5*	**83**	50	84	71	53	60	56	—	**374**	47	36	**83**
1889-90	—	4	2	9	23	16	19	1*	**74**	72	59	83	69	53	62	5	**403**	61	42	**103**
1890-91	2	—	3	11	40	13	11	4*	**86**	81	85	59	80	58	58	4	**425**	50	45	**95**
1891-92	3	3	1	6	19	18	14	3*	**66**	63	99	81	56	55	66	—	**420**	72▪	62	**134**
1892-93	4	4	3	10	29	11	18	—	**79**	81	59	84	80	48	82	—	**434**	90	60	**150**
1893-94	7	3	5	14	41	21	10	1*-1	**103**	62	85	57	77	79	56	2	**418**	90	80	**170**
1894-95	12	7	5	13	56	29	26	3*	**151**	66	63	86	56	63	85	—	**419**	105	78	**183**
1895-96	10	15	5	13	51	39	31	3*	**168**	79	63	61	80	51	77	1	**412**	77	97	**174**
1896-97	14	10	12	23	58	38	38	3*	**196**	74	69	63	59	64	59	1	**389**	67	70	**137**
1897-98	19	16	11	24	58	38	36	5*	**207**	54	76	67	55	51	81	—	**384**	70	60	**130**

* I numeri contrassegnati da asterisco indicano gli studenti inscritti al V° corso (anno solare di pratica).

▪ A cominciare da quest'anno fra le Ostetriche sono comprese anche quelle che frequentano il Corso di Ostetricia di Venezia.

(Continuaz. Tav. VII.) *(g)*

GLI STUDENTI DELLA SCUOLA DI FARMACIA, DELLA FACOLTÀ DI MEDICINA E CHIRURGIA E DELLA SCUOLA DI OSTETRICIA DIVISI PER ANNO DI CORSO (1873-1923)

Anno scolastico	Scuola di Farmacia – Aspiranti alla Laurea					Scuola di Farmacia – Aspiranti al Diploma Profession.						Facoltà di Medicina e Chirurgia								Scuola di Ostetricia		
	I°	II°	III°	IV°	V°	I°	II°	III°	IV°	Udit.	Totale	I°	II°	III°	IV°	V°	VI°	Udit.	Totale	I°	II°	Totale
1898-99	7	17	14	35	—	72	45	39	—	5*	**234**	43	54	73	64	39	63	—	**336**	57	70	**127**
1899-900	10	6	16	41	—	53	62	46	—	9*	**243**	52	42	49	72	49	44	—	**308**	81	55	**136**
1900-01	14	11	9	50	—	58	49	55	—	11*	**258**	49	50	42	49	52	53	—	**395**	81	76	**157**
1901-02	6	10	10	9	10	53	46	61	22	—	**227**	40	42	45	42	36	58	33**	**296**	122	—	**122**
1902-03	6	5	9	9	8	43	42	47	25	—	**194**	38	39	39	43	34	40	40**	**273**	86	47	**133**
1903-04	12	6	5	9	10	62	33	38	42	—	**217**	42	38	30	34	38	34	33**	**249**	72	81	**153**
1904-05	7	8	5	5	8	55	54	31	21	—	**194**	42	41	36	31	35	42	38**	**265**	83	68	**151**
1905-06	6	9	8	5	6	48	46	77	18	—	**223**	33	41	39	35	27	42	26**	**243**	87	83	**170**
1906-07	3	8	8	8	5	54	38	53	46	—	**223**	32	35	42	39	32	28	31**	**239**	188	84	**172**
1907-08	2	3	7	9	9	8	47	43	48	—	**166**	40	35	34	39	38	31	22**	**217**	72	82	**154**
1908-09	2	4	2	8	6	16	11	42	26	—	**117**	36	39	30	32	37	44	—	**242**	91	70	**161**
1909-10	14	1	2	2	8	14	10	14	41	—	**106**	45	35	35	30	22	30	2	**207**	113	83	**196**
1910-11	5	9	3	2	2	2	18	9	14	—	**64**	63	45	35	27	26	33	2	**220**	119	95	**214**
1911-12	5	3	9	2	3	12	5	14	10	—	**63**	54	53	42	32	25	26	2	**243**	93	92	**185**
1912-13	5	4	2	10	1	11	13	7	6	—	**59**	85	62	49	35	28	24	1	**284**	88	85	**173**
1913-14	3	2	6	4	9	18	10	17	9	—	**78**	76	79	60	41	30	24	2	**312**	157	107	**164**
1914-15	10	3	2	4	5	15	15	13	15	—	**82**	57	80	77	60	36	32	—	**340**	107	72	**179**
1915-16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**45**	—	—	—	—	—	—	—	**483**	—	—	**141**
1916-17	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**55**	—	—	—	—	—	—	—	**253**	—	—	**157**
1917-18	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**48**	—	—	—	—	—	—	—	**302**	—	—	**87**
1918-19	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	**89**	—	—	—	—	—	—	—	**497**	—	—	**52**
1919-20	10	11	13	6	7	20	23	24	—	1*	**114**	99	100	124	85	69	59	—	**536**	90■	21■	**149‾**
1920-21§	22	11	18	8	—	15	22	28	—	—	**125**	68	103	126	138	83	78	—	**596**	113■	83■	**220‾**
1921-22§	29	22	9	11	7	33	27	25	13	—	**179**	107	66	94	126	126	67	—	**598**	145■	97■	**242**
1922-23§	35	31	21	8	13	34	40	34	18	—	**233**	100	113	69	99	121	128	—	**630**	215■*	125■	**340**

* I numeri contrassegnati da asterisco indicano gli studenti iscritti al V° corso (anno solare di pratica). — ** Sono gli iscritti al Corso di Igiene. — ‾ Comprese per il I° anno N. 38 iscritte al Corso accelerato per levatrici trentine, per il II° anno N. 24 iscritte al medesimo corso. ■ In queste cifre sono comprese le inscritti alla Scuola di Ostetricia di Verona. — ■* In questa cifra vanno comprese anche le iscritte alla Scuola di Ostetricia di Trieste. — § Sono esclusi gli studenti fuori corso negli anni 1920-21 - 1922-23

Tavola VII. *(h)*

GLI STUDENTI DELLA FACOLTÀ DI SCIENZE E DELLE SCUOLE DI APPLICAZ. PER GLI INGEGNERI DIVISI PER ANNO DI CORSO (1873-1923)

Anno scolastico	Facoltà di Scienze								Scuola di Applicazione per gli Ingegneri						
	Biennio per ammissione Scuola d'applicazione		I°	II°	III°	IV°	Uditori	Totale	I°	II°	III°	IV°	V°	Uditori	Totale
	I°	II°													
1873-74	—	—	1	5	1	4	—	**11**	50	34	34	23	29	—	**175**
1874-75	—	—	3	2	1	1	—	**7**	36	49	29	36	26	—	**176**
1875-76	—	—	44*	41*	3	2	—	**90**	—	—	46	33	42	—	**121**
1876-77	—	—	57*	38*	2	3	—	**100**	—	—	35	59	57	—	**151**
1877-78	—	—	53*	64*	10	4	—	**126**	—	—	25	27	51	—	**103**
1878-79	56	49	10	4	5	4	—	**133**	—	—	33	30	29	—	**92**
1879-80	42	54	26	26	16	10	—	**174**	—	—	26	35	31	—	**92**
1880-81	36	54	8	17	26	19	—	**165**	—	—	26	27	36	—	**89**
1881-82	30	36	6	12	19	17	—	**126**	—	—	42	28	28	1	**99**
1882-83	37	29	14	5	16	14	3	**118**	—	—	37	42	28	—	**107**
1883-84	35	40	12	12	20	12	5	**136**	—	—	27	30	39	—	**96**
1884-85	33	48	6	12	16	13	6	**128**	—	—	33	22	22	9	**86**
1885-86	50	40	8	6	18	19	1	**146**	—	—	39	39	18	—	**96**
1886-87	54	54	12	14	20	17	—	**159**	—	—	28	41	31	7	**107**
1887-88	64	61	8	19	19	15	—	**186**	—	—	35	31	33	6	**105**
1888-89	67	90	14	12	24	24	—	**232**	—	—	38	29	32	—	**99**
1889-90	61	70	10	20	19	20	—	**190**	—	—	61	41	27	—	**129**
1890-91	58	62	6	7	17	18	7	**181**	—	—	57	54	43	—	**154**
1891-92	68	62	6	7	14	19	7	**181**	—	—	48	56	50	—	**154**
1892-93	57	72	11	8	14	15	—	**180**	—	—	32	50	54	—	**137**
1893-94	55	69	16	13	23	17	—	**195**	—	—	34	45	43	—	**122**
1894-95	66	65	16	19	30	29	1	**236**	—	—	52	39	37	—	**128**
1895-96	42	78	34	23	39	24	—	**220**	—	—	35	42	35	—	**112**
1896-97	43	59	27	28	31	35	—	**223**	—	—	45	32	40	—	**117**
1897-98	41	62	28	31	26	38	—	**229**	—	—	28	39	30	—	**97**

* Compresi gli studenti del 1° biennio per ammissione alle Scuole di applicazione.

(Continuaz. Tav. VII.) *(h)*

GLI STUDENTI DELLA FACOLTÀ DI SCIENZE E DELLA SCUOLA DI APPLICAZIONE PER GLI INGEGNERI DIVISI PER ANNO DI CORSO (1873-1923)

Anno scolastico	Facoltà di Scienze								Scuola di Applicazione per gli Ingegneri						
	Biennio per ammissione Scuola d' Applicazione		I°	II°	III°	IV°	Uditori	Totale	I°	II°	III°	IV°	V°	Uditori	Totale
	I°	II°													
1898-99	45	57	34	25	43	38	—	**243**	—	—	32	22	38	—	**92**
1899-900	34	61	36	29	39	54	—	**204**	—	—	22	33	21	—	**76**
1900-01	37	36	19	25	33	37	—	**187**	—	—	23	23	27	2	**75**
1901-02	39	44	33	19	29	40	—	**204**	—	—	19	24	20	3	**63**
1902-03	40	47	29	34	25	32	—	**208**	—	—	16	21	23	—	**60**
1903-04	49	51	24	17	30	27	1	**189**	—	—	14	21	17	7	**59**
1904-05	67	55	25	27	16	32	1	**312**	—	—	35	17	16	6	**74**
1905-06	51	76	17	26	38	18	3	**231**	—	—	30	37	11	—	**78**
1906-07	59	58	13	21	36	37	1	**113**	—	—	28	31	26	1	**56**
1907-08	71	60	17	14	29	34	1	**228**	—	—	18	43	25	3	**89**
1908-09	48	87	17	18	17	24	1	**211**	21	—	43	48	38	3	**155**
1900-10	55	54	15	18	40	22	3	**117**	14	14	51	61	38	—	**178**
1910-11	49	66	13	17	21	28	—	**193**	15	20	75	77	41	—	**228**
1911-12	67	50	16	17	22	27	2	**194**	18	42	95	96	40	—	**291**
1912-13	84	40	6	13	32	20	2	**215**	21	61	89	103	70	—	**344**
1913-14	49	80	17	8	25	27	—	**210**	33	93	110	92	83	1	**412**
1914-15	61	50	29	15	25	24	5	**213**	36	63	125	112	90	—	**426**
1915-16	—	—	—	—	—	—	—	**223**	—	—	—	—	—	—	**372**
1916-17	—	—	—	—	—	—	—	**263**	—	—	—	—	—	—	**445**
1917-18	—	—	—	—	—	—	—	**228**	—	—	—	—	—	—	**392**
1918-19	—	—	—	—	—	—	—	**329**	—	—	—	—	—	—	**393**
1919-20	117	99	49	48	40	38	—	**291**	38	28	118	109	119	—	**412**
1920-21 *	89	133	53	49	65	37	—	**421**	23	30	79	106	88	—	**326**
1921-22 *	132	88	52	54	88	54	1	**469**	36	39	111	101	110	—	**403**
1922-23 *	92	95	40	48	66	58	—	**399**	54	107	112	104	96	—	**463**

* Sono esclusi gli studenti fuori corso negli anni 1920-21 - 1922-23.

METRON is published in four numbers a year, the four numbers making a volume of 700 to 800 pages in all.

It accepts original articles on statistical methods and on the applications of statistics to the different spheres of activity, and reviews or discussions of results obtained by statistical methods in various fields of science, or such material as may be of interest to the statistician. A bibliography is annexed of all works or Reviews presented or received in exchange.

Articles and reviews may be written in English, Italian, French or German. Manuscripts in English, French or German should be typewritten.

Contributors will receive free of charge 25 copies of their publications issued.

Manuscripts submitted for publication should be adressed to *Prof. Corrado Gini, Dept. of Statistics, University of Padova (Italy)*, or to the member of the Editorial Committee who represents the writers's country. Contributors are requested to retain one copy of each manuscript sent, as, in case of non acceptance, the Editors will not be responsible for the safe return of the original.

Proposals for exchange made by Reviews or other periodicals, and all publications sent in exchange, or as complimentary copies, should be addressed to Prof. Corrado Gini.

All applications of subscribers, as well as the sums for this year's subscriptions and of those following, are to be made payable to *Casa Editrice Taddei, 45 Via dei Romei, Ferrara, Italy.*

The subscription rate for Vol. IV is **20 sh.** (draft) in Europe and **5 dollars** (draft) in others parts of the world, post paid; singles copies **6 sh.** and respectively **1½ dollars,** each post-paid. For Italy and countries with more unfavorable exchange the subscription rate for Vol. IV is **54 It. lire** and for single copies **16 It. lire,** each post paid.

METRON erscheint jährlich in 4 Heften in Gesamtumfang von 700-800 Seiten.

Die Zeitschrift veröffentlicht Originalaufsätze über die Methode der Statistik und die Anwendung der Statistik auf die verschiedenen Zweige der Wissenschaften, sowie Uebersichten und Erörterungen über die Ergebnisse der statistischen Methode auf den verschiedenen Wissenschaftsgebieten, soweit sie für den Statistiker von Interesse sind. Sie enthält ferner ein Verzeichnis aller unentgeltlich oder im Austauschverkehr eingehenden Bücher und Zeitschriften.

Die zur Veröffentlichung eingesandten Aufsätze und Mitteilungen können in deutscher, italienischer, französischer und englischer Sprache verfasst sein. Deutsche, französische und englische Manuskripte müssen mit der Maschine geschrieben sein. Beiträge werden nicht honoriert. Jeder Verfasser erhält unentgeltlich 25 Sonderabdrücke seiner Arbeit.

Die Manuskripte, deren Veröffentlichung gewünscht wird, sind an Herrn *Prof. Corrado Gini, Gabinetto di Statistica, R. Università di Padova (Italien)* oder an das Mitglied des Direktion-Komitees, das den Staat des Mitarbeiters vertritt, zu richten.

Die Verfasser werden gebeten, eine Abschrift des eingesandten Manuskripts zurückzubehalten, da die Schriftleitung für den Fall, dass die eingesandte Arbeit nicht veröffentlicht wird, keine Gewähr für deren Rücksendung übernimmt.

Austauschanträge für andere Zeitschriften und alle Veröffentlichungen, die unentgeltlich oder im Austausch zur Verfügung gestellt werden, sind an Herrn Prof. Corrado Gini zu richten.

Die neuen Abonnements-Anfragen, sowie die Zahlungen für die Abonnements des laufenden und der folgenden Jahrgänge sind an *Casa Editrice Taddei, via dei Romei 45, Ferrara (Italien)* zu richten.

Der postfreie Bezugspreis für den Band IV ist **20 sh.** (chèque) in europäischen Ländern und **5 dollars** (chèque) in extra-europäischen Landern, fur das einzelne Heft **6 sh.** beziehungsweise **1½ dollars.** Für Italien und die Länder mit schwächerer Valuta, **54 It. Lire.** für den

BIBLIOTECA DEL "METRON„ "METRON„ LIBRARY
BIBLIOTHÈQUE DU 'METRON„ "METRON„'S BIBLIOTHEK

SERIE A — Problemi di attualità - Problèmes d'actualité
Gegenwärtige Fragen
SERIES A — Problems of the moment

1. - A Andréadès - *La population anglaise avant, pendant et après la grande guerre*

   10 lires pour l'Italie et les pays ayant un change plus défavorable 5 Frs. suisses pour les autres pays

SERIE B — Memorie scientifiche - Mémoires scientifiques
Wissenschaftliche Arbeiten
SERIES B — Scientific Memoirs

1. - F. Schindler - *Das Volksvermögen Voralbergs*

   25 lires pour l'Italie 70.000 couronnes pour l'Autriche

   8 Frs. suisses pour la Suisse et les autres pays

2. - F. Savorgnan - *La scelta matrimoniale. - Studi statistici.*

   12 lires pour l'Italie et les pays ayant un change plus défavorable

   6 Frs. suisses pour les autres pays

3. - F. v. Fellner - *Die Verteilung des Volksvermögens und Volkseinkommens der Länder der Ungarischen Heiligen Krone zwischen dem heutigen Ungarn und den Successions - Staaten*

   10 lires pour l'Italie et les pays ayant un change plus défavorable

   5 Frs. suisses pour les autres pays

Gli abbonati del *Metron* che domandano *direttamente* alla Casa Editrice le opere pubblicate nella *Biblioteca del «Metron»* ricevono uno sconto, sul prezzo di copertina, del 30 %. Le spese di porto restano a carico dell'acquirente.

Les abonnés du *Metron*, qui commandent directement aux Editeurs les ouvrages publiés par la *Bibliothèque du Metron* reçoivent un rabais de 30 % sur les prix indiqués. Les frais de port restent à la charge de l'acheteur.

Those subscribers to the *Metron* who obtain directly from the Publishers works published in the *Metron Library*, receive a discount, on the marked price, of 30 %.
The cost of carriage must be borne by the buyer.

Den Abonnenten der Zeitschrift *Metron* welche die von der *Bibliothek Metron* veröffentlichen Werke daselbst beziehen, kommt ein Bonus von 30 % des angeschlagenen Preises zugute.

Stab. Tip. della S. T. E. T. - FERRARA