

BIBLIOTECA DEL "METRON" - "METRON" LIBRARY
BIBLIOTHÈQUE DU "METRON" - "METRON'S" BIBLIOTHEK

SERIE **A.** - Problemi di attualità - Problèmes d'actualité - Gegenwärtige Fragen.

SERIES **A.** - Problems of the moment.

1. - A. ANDRÉADÈS - *La population anglaise avant, pendant et après la grande guerre.*

10 lire pour l'Italie et les pays ayant un change plus défavorable **5 Frs. suisses** pour les autres pays.

2. - L. HERSCH. - *La population de la Palestine et les perspectives du Sionisme.*
Lit. 3.

SERIE **B.** - Memorie scientifica - Mémoires scientifiques - Wissenschaftliche Arbeiten.

SERIES **B.** - Scientific Memoirs.

1. - F. SCHINDLER - *Das Volksvermögen Voralbergs.*

25 lire pour l'Italie **8 sh. autrich.** pour l'Autriche.

8 Fr. suisses pour la Suisse et les autres pays.

2. - F. SAVORGAN - *La scelta matrimoniale - Studi statistici.*

12 lire pour l'Italie et les pays ayant un change plus défavorable.

6 Frs. suisses pour les autres pays.

3. - F. V. FELLNER - *Die Verteilung des Volksvermögens und Volkseinkommens der Länder der Ungarischen Heiligen Krone zwischen dem heutigen Ungarn und den Successions-Staaten.*

10 lire pour l'Italie et les pays ayant un change plus défavorable.

5 Frs. suisses pour les autres pays.

4. - MARIO BALESTRIERI - *I consumi alimentari della popolazione italiana dal 1910 al 1921 con prefazione del Prof. CORRADO GINI.*

15 lire.

Gli abbonati del *Metron* che domandano direttamente all'Amministrazione le opere pubblicate nella *Biblioteca del « Metron »* ricevono uno sconto, sul prezzo di copertina, del 30 %. Le spese di porto restano a carico dell'acquirente.

Les abonnés du *Metron*, qui commandent directement à l'Administration les ouvrages publiés par la *Bibliothèque du « Metron »* reçoivent un rabais de 30 % sur les prix indiqués. Les frais de port restent à la charge de l'acheteur.

Those subscribers to the *Metron* who obtain directly from the Administration works published in the *« Metron » Library* receive a discount, on the marked price, of 30 %. The cost of carriage must be borne by the buyer.

Den Abonnenten der Zeitschrift *Metron* welche die von der *« Metron »*'s Bibliothek veröffentlichten Werke daselbst beziehen, kommt ein Bonus von 30 % des angeschlagenen Preises zugute.

11 MAR 1931

METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVIEW OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE ZEITSCHRIFT

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Prof. Dott. **Corrado Gini**, *direttore dell'Istituto di Statistica della R. Università di Roma, presidente dell'Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia.*

COMITATO DIRETTIVO — COMITÉ DE DIRECTION
EDITORIAL COMMITTEE — DIREKTION-KOMITEE

Prof. A. **Andréas** (*Athènes*) - Prof. A. E. **Bunge** (*Buenos Aires*) - Prof. F. P. **Cantelli** (*Roma*)
Prof. C. V. L. **Charlier** (*Lund*) - Prof. F. v. **Fellner** (*Budapest*) - Prof. A. **Flores de Lemus** (*Madrid*)
Prof. M. **Greenwood** (*London*) - Ing. L. **March** (*Paris*) - Prof. H. W. **Methorst** (*La Hays*)
Prof. A. **Julia** (*Bruxelles*) - Prof. R. **Pearl** (*Baltimore*) - Prof. H. **Westergaard** (*Copenhagen*)

AMMINISTRATORE — ADMINISTRATEUR — MANAGER — VERWALTER

Dott. **Silvio Orlandi**, *Istituto di Statistica della R. Università di Roma*

SECRETARI DI REDAZIONE — SECRÉTAIRES DE RÉDACTION
EDITORIAL SECRETARIES — REDACTIONSECRETARIE

Prof. **Luigi Galvani** - Dott. **Mario Saibante**

Vol. IX - N. 2.

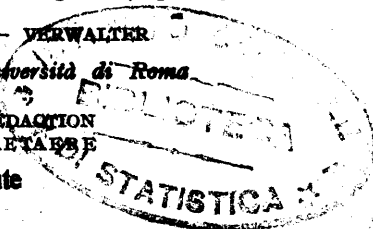
15-VIII-1931.

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

C. Gini . <i>On the circular test of index numbers</i>	Pag. 3
G. L. Edgett . <i>Frequency distributions with given statistics which are not all moments</i>	» 25
A. J. Loth . <i>Orphanhood in Relation to Demographic Factors. A Study in Population Analysis</i>	» 37
E. Ciccotti . <i>Il problema demografico nel mondo antico</i>	» III
<i>Congresso Internazionale per gli studi sulla popolazione (Roma, 7-10 Settembre 1931)</i>	» 167

ROMA

AMMINISTRAZIONE DEL « METRON »
R. UNIVERSITÀ — ISTITUTO DI STATISTICA



La Rivista internazionale di Statistica METRON esce in fascicoli. Quattro fascicoli consecutivi costituiscono complessivamente un volume di 700-800 pagine.

METRON accoglie articoli originali di metodologia statistica e di applicazioni statistiche alle varie discipline, e rassegne o discussioni di risultati raggiunti col metodo statistico in diversi campi della scienza o tali da poter interessare il cultore della statistica. Pubblica altresì una bibliografia di tutte le opere e riviste ricevute in omaggio od in cambio.

Articoli e rassegne potranno essere scritti in italiano, francese, inglese o tedesco. I manoscritti in lingua francese, inglese o tedesca dovranno essere dattilografati.

La collaborazione non è retribuita. Gli autori riceveranno gratuitamente 25 estratti dei lavori pubblicati.

I manoscritti per la pubblicazione dovranno essere indirizzati al *Prof. Corrado Gini, R. Università di Roma — Istituto di Statistica*, oppure al membro del Comitato direttivo che rappresenta lo Stato a cui l'autore appartiene. Gli autori sono pregati di conservare copia del manoscritto inviato, poichè, nel caso che questo non venga pubblicato, la Direzione non ne garantisce la restituzione.

Al Prof. Corrado Gini dovranno pure essere indirizzate le richieste di cambi da parte di riviste o di altri periodici e ogni pubblicazione inviata in cambio od in omaggio.

Le richieste di abbonamenti, del pari che i versamenti, dovranno invece essere indirizzati alla *Amministrazione del « Metron »* presso l'*Istituto di Statistica della R. Università di Roma — Via delle Terme di Diocleziano, 10*.

Il prezzo di abbonamento per ciascun Volume è di **100 Lire italiane** e quello del fascicolo di **30 Lire italiane**, porto compreso.

La Revue Internationale de Statistique METRON paraît par livraisons. Quatre livraisons consécutives forment un volume de 700-800 pages.

METRON publie des articles originaux de méthodologie statistique et d'applications statistiques aux différentes disciplines, ainsi que des revues ou des discussions des résultats obtenus par la méthode statistique dans toutes les sciences ou bien intéressant les savants qui s'occupent de statistique.

METRON publie aussi une bibliographie de tous les ouvrages et revues reçues en hommage ou en échange.

Les articles et les revues pourront être écrites en français, en italien, en anglais ou en allemand. Les manuscrits en français, en anglais ou en allemand doivent être envoyés dactylographiés.

On enverra gratis aux auteurs 25 copies tirées à part de leurs travaux après publication.

On adressera les manuscrits pour la publication à *M. le Prof. Corrado Gini, Istituto di Statistica, R. Università di Roma (Italie)*, ou bien au membre du comité de direction représentant le pays de l'auteur. On prie les auteurs de garder une copie du manuscrit qu'ils adressent à la Revue, car, en cas de non publication, la rédaction ne garantit pas de pouvoir le renvoyer.

Les demandes d'échange de la part des Revues et des autres périodiques, ainsi que toutes les publications envoyées en échange ou en hommage doivent aussi être adressées au Prof. Corrado Gini.

Les demandes de nouveaux abonnements, ainsi que tout paiement, devront être adressés à l'*Administration du « Metron »* auprès de l'*Institut de Statistique de l'Université Royale de Rome — Via delle Terme di Diocleziano, 10, Roma, Italie*.

Le prix d'abonnement par volume est fixé à **100 Lires it.** et le prix par fascicule est de **30 Lires it.** frais d'envoi compris.

METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVIEW OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE ZEITSCHRIFT

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Prof. Dott. Corrado Gini, direttore dell'Istituto di Statistica della R. Università di Roma, presidente dell'Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia.

COMITATO DIRETTIVO — COMITÉ DE DIRECTION
EDITORIAL COMMITTEE — DIREKTION-KOMITEE

Prof. A. Andréadès, prof. de Science des finances à l'Université d'Athènes (Grèce).

Prof. A. E. Bunge, director general de Estadística de la Nación, Buenos Aires (Argentina).

Prof. F. P. Cantelli, professore di Matematica Attuariale nel R. Istituto Superiore di Scienze Economiche e Commerciali di Napoli (Italia).

Prof. C. V. L. Charlier, professor der Astronomie an der Universität Lund (Schweden).

Prof. F. von Fellner, o. off. Universitäts-Professor in Budapest (Ungarn).

Prof. A. Flores de Lemus, jefe de Estadística del Ministerio de Hacienda, Madrid (España).

Prof. M. Greenwood, professor of Epidemiology and Vital Statistics in the University of London (England).

Ing. L. March, directeur honoraire de la Statistique générale de la France, Paris (France).

Prof. H. W. Methorst, directeur de l'Office permanent de l'Institut International de Statistique et du Bureau central de Statistique, La Haye (Pays-Bas).

Prof. A. Julin, secrétaire général du Ministère de l'Industrie et du Travail, Bruxelles (Belgique).

Prof. R. Pearl, director of the Institute for Biological Research at the J. Hopkins University, Baltimore (U. S. A.).

Prof. H. Westergaard, professor in the University of Copenhagen (Denmark).

AMMINISTRATORE — ADMINISTRATEUR — MANAGER — VERWALTER

Dott. Silvio Orlandi, Istituto di Statistica e Politica Econ. della R. Università di Roma.

SEGRETARI DI REDAZIONE — SECRÉTAIRES DE RÉDACTION
EDITORIAL SECRETARIES — REDACTIONSSEKRETAERE

Prof. Luigi Galvani — Dott. Mario Saibante

Vol. IX - N. 2.

15-VIII-1931.

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

C. Gini . <i>On the circular test of index numbers</i>	Pag. 3
G. L. Edgett . <i>Frequency distributions with given statistics which are not all moments</i>	» 25
A. J. Lotka . <i>Orphanhood in Relation to Demographic Factors. A Study in Population Analysis</i>	» 37
E. Ciccotti . <i>Il problema demografico nel mondo antico</i>	» III
Congresso Internazionale per gli studi sulla popolazione (Roma, 7-10 Settembre 1931)	» 167

ROMA

AMMINISTRAZIONE DEL « METRON »
R. UNIVERSITÀ — ISTITUTO DI STATISTICA

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI PROSSIMI NUMERI.

(Secondo l'ordine d'arrivo)

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.

(D'après la date de réception)

ARTIKEL, DIE AN DIE ZEITSCHRIFT ANGELANGT SIND UND WELCHE IN DEN NACHFOLGENDEN NUMMERN ERSCHEINEN WERDEN.

(Nach der Reihenfolge des Eingangs)

ARTICLES RECEIVED BY THE REVIEW WHICH WILL BE PUBLISHED IN FUTURE ISSUES.

(According to date of receipt)

B. de Finetti. *Sulla legge di probabilità delle prove estreme.*

P. Granville Edge O. B. E. *Early Population Records in Spain.*

William Dowell Baten. *Frequency laws for the sum of n variables which are subject each to given frequency laws.*

G. Pietra. *Dell'interpolazione parabolica nel caso in cui entrambi i valori delle variabili sono affetti da errori accidentali.*

L. Meliadò. *Il reddito privato degli Italiani nel 1928.*

Samuel S. Wilks. *On the distributions of statistics in samples from a normal population of two variables with matched sampling of one variable.*

A. N. Ščukarev. *Ueber die Mechanik der Massenprocesse (Kollektivgegenstandlehre).*

V. Castellano. *Sullo scarto quadratico medio della probabilità di transvariazione.*

Gli Autori degli articoli inviati per la pubblicazione nella Rivista, rinunciano in favore della medesima alla proprietà letteraria degli articoli stessi, qualora vengano pubblicati.

Les Auteurs des articles envoyés à la Revue pour y être publiés, renoncent, en faveur de celle-ci, à la propriété littéraire de leurs articles, s'ils sont acceptés.

The Authors of papers sent for publication in the Review are supposed to give up their copyright in favour of the Review if the papers are published.

Die Verfasser der zur Veröffentlichung in der Zeitschrift zugesandten Aufsätze, werden, falls selbige veröffentlicht werden, auf ihre Verfasserrechte zu Gunsten der Zeitschrift verzichten müssen.

CORRADO GINI

On the circular test of index numbers

The term *index numbers* in this article means *price index numbers*. The term *average price index numbers* refers to index numbers which can be expressed as *averages of the percentage variations of the prices of a number of commodities from one point of time to another or from one place to another* *.

As in practice the several commodities considered in calculating an index number have, in all or in part, varying degrees of importance, *weighted index numbers* are always meant, and therefore this term means *weighted averages of the percentage variations of the prices of a number of commodities from one point of time to another or from one place to another*.

Let XY indicate, generally, the index of a time or place X , taking as base another time or place Y .

An index number is said to fulfil the *reversal test* when the index number of a time or place B , calculated on the base of another time or place A , is found to be the reciprocal of the index number of the time or place A , taking the time or place B as base. The reversal test is therefore satisfied when we have $BA = \frac{1}{AB}$.

An index number is said to fulfil the *transitive test* when the index number of a time or place C , having the time or place A as its base, equals the product of the index number of the time or place C ,

(*) For the definition of *price index numbers* cfr. I. FISHER, *The Making of Index Numbers*, Third edition, Boston, Houghton Mifflin, Co. 1927, Chapters 1 and 2, *An Index number defined*; and C. GINI, *Quelques considérations au sujet de la construction des nombres indices des prix et des questions analogues*, « *Metron* », Vol. IV, N° 1, 15 - VII - 1924. *Questions préliminaires* §§ 2-5.

taking the time or place B as base, and the index number of the time or place B , taking the time or place A as base; in this case we have $CA = CB \cdot BA$.

Lastly, an index number is said to fulfil the *circular test* when the index number of the time or place C , taking the time or place A as base, is equal to the reciprocal of the product of the index number of the time or place A , taking the time or place B as base, and the index number of the time or place B , taking the time or place C as base. In this case we have the equation $CA = \frac{1}{AB \cdot BC}$. It is obvious that an index number fulfils the circular test whenever it fulfils both the transitive and the reversal tests.

Many authors consider the *circular test* as the final test for determining the value of an index number. On the other hand, Prof. Irving Fisher considers that the circular test cannot and indeed should not be satisfied (*). He considers that the purpose of each index number is to establish a term of comparison between two times or two places. The circular test — he remarks — would only be satisfied if we attributed the same weight to each commodity in all the pairs of times or places compared. But, according to Prof. Fisher, this would not be theoretically correct, for in comparing two times or two places we should, in his opinion, always use weights affecting only the quantities of the commodities at the two times or two places for which the comparison is made (**).

In the paper above referred to *Quelques considérations au sujet de la construction des nombres indices des prix et des questions analogues* (1924), I have studied the question and have given some formulae fulfilling the circular test.

Having noted, during the lectures on statistics which I delivered in the spring quarter of 1930 at the University of Minnesota, that the

(*) Cfr. op. cit. Chapter XIII, pp. 270-296.

(**) This is also the point of view accepted by Frisch in an article published in the "Journal of the American Statistical Association" of Dec. 1930, which came to hand while I was correcting the proofs of this article. If Frisch's conclusions seemingly differ from those of Fisher, in as much as he allows that there are index numbers which fulfil the circular test, this is exclusively due to the fact that the definition of index number accepted by Frisch differs from the usual one accepted by Fisher and referred to at the beginning of this article. Cfr. R. FRISCH, *Necessary and sufficient conditions regarding the form of an Index Number which shall meet certain of Fisher's tests.*

question was one of great interest to American statisticians and economists, and that moreover the reasonings submitted in the aforesaid paper were not readily accessible, I have thought it advisable to return to the matter in this note.

* * *

Two assertions implicitly contained in Fisher's thesis should be considered separately :

1) The prices assigned to each of the commodities should be uniform for all pairs of times or places considered, if the index numbers are to fulfil the circular test ;

2) In weighting the prices for two times or two places for the purpose of constructing an index number, it is not correct to take into consideration quantities other than those relating to the two times or places for which the comparison is made.

As against these assertions I propose to show in this article :

1) That in view of certain specific purposes for which the index numbers are constructed, it may be quite legitimate to adopt for every pair of times or of places a system of uniform weights which shall also take into account quantities referring to times or places other than those forming the pair. Adopting uniform weights, we obtain, as is well known, a category of index numbers fulfilling the circular test.

2) That the circular test may also be fulfilled by index numbers constructed on a method which does not imply the adoption of a system of uniform weights for all the pairs of times or places for which the comparison is made. We thus obtain a second category of index numbers fulfilling the circular test.

* * *

Fisher's thesis is based on a special conception of historical and geographical series of statistical data, for which the index numbers are to be constructed ; *i. e.* he conceives each series of n data as distinguished in $\frac{n(n-1)}{2}$ binary series, each of which is considered independently of the other. *A priori*, this conception is admissible, and it is evident that, if it be taken as the base, it would lead to the exclusion of the circular test, which requires series of more than two terms, and it would lead to attaching exclusive importance, as Fisher does, to the reversal test.

But a unitary conception of the series is no less admissible, whereby all its terms are considered simultaneously as elements of one same system. We could adduce in favor of such a conception of the series, formal considerations based on the complication arising from replacing the series considered as unit by $\frac{n(n-1)}{2}$

binary series. But there are more important substantial considerations in favor of this unitary conception.

It can indeed be said, in the case of historical series, that one of the most frequent purposes for which index numbers are constructed is that of determining how the variations in price levels during a given interval of time, AZ , can be resolved into the variations which have taken place in two partial intervals: AB , BZ , or in a series of partial intervals: AB , BC , VZ . For this purpose an index number must fulfil the transitive test and therefore — granted that it satisfies the reversal test — it must likewise fulfil the circular test. And, as the several terms of the series are considered as elements of the same system, there is no contradiction in taking the same system of weights for all the terms. Indeed, this is quite in accordance with the necessary mode of procedure followed in the case of binary systems also by Fisher. In the latter case, the same system of weights is considered for the two terms of the series, although it is of course known that as a matter of fact the single prices (or measures of any other character or phenomenon whose variations it is desired to consider) have or may have different weights for the two terms. In constructing index numbers it is indeed essential that one and the same system of weighting replace different systems for the different terms of the series, the purpose aimed at being precisely that of eliminating the influence of the diversity of weights as between term and term. When the purpose is to compare pairs of terms on the hypothesis taken by Fisher as a basis, it is right to consider a system of equal weights only for binary series of terms, as this method keeps closer to the real diversity of the weights; but, if the purpose is to compare several terms at the same time, and even all the n terms, then it is quite natural to take as a basis a system of uniform weights for all the terms of the series.

Again, in the case of geographical series, in view of a purpose for which index numbers are often constructed, it may be legitimate to consider a system of uniform weights for all the pairs of places for which comparison is made, taking into consideration in compar-

ing two places, also the quantities for other places. Fisher apparently considers that the level of prices in two places is only of concern to the inhabitants of those two places. This may hold good in many cases and in such cases the right method is that which considers, in determining weights, only the quantities referring to the two places compared, ignoring the quantities referring to the rest of the population. But not infrequently the comparison is also of interest to the inhabitants of other places. Indeed, I am not sure that this is not the more frequent case. Thus we are often interested in the comparative price levels of, for instance, Rome, Paris, New York, etc., not because we are greatly concerned about the cost of living to the inhabitants of those cities, but because we are concerned with our own expenditure should we go there, or at least because we wish to realise what it would be if we went there. Some time ago, the Italian Central Statistical Institute was requested by an important semi-official body to construct geographical price index numbers for the leading cities of Italy so that it might adjust the cost of living bonus paid to its employees in the regional offices.

UNIFORM SYSTEM OF WEIGHTING.

If we admit the principle of applying a uniform system of weighting to all the $\frac{n(n-1)}{2}$ pairs which may be formed with the n terms of the series, let us see the formulae resulting from this principle and which of them satisfy the requirements of the circular test.

There are two methods by which a uniform system of weighting can be applied; we will describe them respectively as the *average weight system*, and the *successive weights system*.

A. — *Average weight system.*

The same weight can be given to the prices of the same commodity l in the n terms by deducing it from an average of the n quantities with which the commodity actually figures in the n terms. An index number thus constructed will always fulfil the circular test.

And an infinite number of such index numbers can be constructed, for the averages which can be calculated from a series of n quantities are infinite. In the paper above referred to (*) I have consid-

(*) Cfr. p. 109 of aforesaid paper, formula (a') and p. 110 formula (b'). The formula (a' bis) on p. 110 does not fulfil the transitive and circular tests

ered two formulae for index numbers of this type, in one of which the average weight was given by the simple arithmetical average of the n quantities with which the commodity figures in the n terms,

$$(I) \quad \underline{BA} = \frac{\sum_{l=1}^s P_{bl} \frac{\sum_{i=1}^n Q_{il}}{n}}{\sum_{l=1}^s P_{al} \frac{\sum_{i=1}^n Q_{il}}{n}}$$

and in the other by their weighted arithmetical average, the weight being supplied by the respective price:

$$(II) \quad \underline{BA} = \frac{\sum_{l=1}^s P_{bl} \frac{\sum_{i=1}^n P_{il} Q_{il}}{\sum_{i=1}^n P_{il}}}{\sum_{l=1}^s P_{al} \frac{\sum_{i=1}^n P_{il} Q_{il}}{\sum_{i=1}^n P_{il}}}$$

In these formulae, n indicates the number of the terms, and i ($i = 1 \dots n$) one of the said terms, s the number of commodities purchased, and l ($l = 1, 2 \dots s$) one of the said commodities, P_{il} the price of said commodity l at the time or place I , and in particular P_{al} the price of commodity l at the base time or place A , and P_{bl} the price of the said commodity at the time or place B , and lastly Q_{il} the quantity (or weight) of commodity l at the time or place I .

The first formula conforms to a mode of procedure generally used in the well known "standard population" method, so as to eliminate the influence of the age composition of the population on the different demographic phenomena, more especially on the death rate.

When a comparison is to be made for this purpose between several countries, the age composition of the total population in all

(neither does the formula (*a bis*) on p. 101 — of which (*a' bis*) is a generalisation), but fulfils the reversal test.

the countries for which the comparison is to be made is generally taken as the standard ; this is equivalent to attributing to the specific death-rates of the several age groups a weight corresponding to the total number of inhabitants, belonging to those groups in all the countries considered, or (which would give the same result) a weight corresponding to that total, divided by the number of countries considered.

Similarly, in geographical series of price index numbers, this mode of procedure will be seen to be justified, in conformity with what has already been said, if it be granted that all the inhabitants in the n places considered in the series, are equally concerned with the relative level of prices in any two places for which a comparison may be made, and judge of that level by their own consumption habits.

B. — *Successive weights system.*

A uniform system of weighting for the n terms of a series of index numbers can be secured by another method. The index number can be constructed for each pair of terms successively in n different ways, taking successively as weights the quantities observed for each of the times or places ; and then the average of the n values thus obtained for the index number can be calculated. In the case of geographical series, each of the n values of the index number thus obtained has a precise significance : it will reflect the average estimate of the inhabitants of one of the n places considered, regarding the relative price level of the two places thus compared, basing their estimate on their own consumption habits. It may be that in certain cases equal weight must be given in forming this average estimate to the estimates of the several places, or the weight must differ in relation to the number of their inhabitants and their total expenditure, or even by taking into account (if this be possible) the various probabilities they have of going to the different places considered, or the varying degree of elasticity in their consumption habits.

It should be noted, however, that the index number constructed from an average of the n values thus obtained will not always fulfil the circular test. It will fulfil this test if the average used is a weighted arithmetical average, in which the weights of the successive terms are represented by the expenditures which would have been made at the actual prices obtaining in the place taken as a base and the quantities at the successive n places $A, B, C, \dots Z$: in this case we

return to formula (I) of the previous paragraph. It will also fulfil it, if the simple geometric average be adopted; in this case we obtain the formula

$$(III) \quad \underline{BA} = \sqrt[n]{\frac{\Sigma P_{bt} Q_{at}}{\Sigma P_{at} Q_{at}} \cdot \frac{\Sigma P_{bt} Q_{bt}}{\Sigma P_{at} Q_{bt}} \cdot \frac{\Sigma P_{bt} Q_{ct}}{\Sigma P_{at} Q_{ct}} \cdots \frac{\Sigma P_{bt} Q_{zt}}{\Sigma P_{at} Q_{zt}}}$$

a formula which, in the case of $n = 2$, reduces itself to Fisher's so-called ideal formula.

THE CIRCULAR WEIGHT SYSTEM.

For an index number formula to fulfil the circular test it is not however necessary, as Fisher admits, that the same weight or a same system of weighting be given to the prices of each commodity in all the pairs of times or places. It can moreover be shown that, if an index number formula fulfils the reversal test, it is always possible to pass from it to a formula fulfilling the circular test by recourse to a system of weighting which may be called the *circular weight system*.

Suppose we have n times or places (A, B, C, \dots, Z). Let XY stand, generally, for an index number for the time or place X with Y as base, so that it does not fulfil the transitive test, but it does fulfil the reversal test, so that we have $XY = \frac{1}{YX}$, in which both X and Y can take all the meanings from A to Z ; and \underline{XY} an index number fulfilling the requirements of the transitive and circular tests.

The index number \underline{XY} can be constructed from the following formula:

$$(IV) \quad \underline{XY} = \sqrt[n]{\prod_{i=A}^Z X_i \cdot \prod_{l=A}^Z l_Y}$$

in which $\prod_{i=A}^Z X_i = XA \cdot XB \cdots XZ$ and $\prod_{l=A}^Z l_Y = AY \cdot BY \cdots ZY$.

To realise the bearing of this formula it is well to show how it is arrived at.

Let us suppose, for the sake of brevity, that we have only four terms (places or times) A, B, C, D , and that we wish to ascertain the

index number CA for the place or time C in relation to the place or time A . We may note that, if the index number thus constructed is to fulfil the transitive test, it will have to be $\underline{CA} = \underline{CB} \cdot \underline{BA} = \underline{CD} \cdot \underline{DA}$, besides of course being $\underline{CA} = \underline{CA} \cdot \underline{AA} = \underline{CC} \cdot \underline{CA}$, for clearly $\underline{AA} = 1$, $\underline{CC} = 1$. In other words, if the requirements of the transitive test are fulfilled, four different paths would lead with one single result to the index number CA . But, if the transitive test is not fulfilled, then one may try to construct the index number CA from an average of the four expressions $\underline{CA} \cdot \underline{AA}$; $\underline{CC} \cdot \underline{CA}$; $\underline{CB} \cdot \underline{BA}$; $\underline{CD} \cdot \underline{DA}$.

By this mode of procedure, adopting the geometric average we shall have :

$$\underline{CA} = \sqrt[4]{\underline{CA} \cdot \underline{AA} \cdot \underline{CC} \cdot \underline{CA} \cdot \underline{CB} \cdot \underline{BA} \cdot \underline{CD} \cdot \underline{DA}}$$

Similarly, we shall have

$$\underline{BA} = \sqrt[4]{\underline{BA} \cdot \underline{AA} \cdot \underline{BB} \cdot \underline{BA} \cdot \underline{BC} \cdot \underline{CA} \cdot \underline{BD} \cdot \underline{DA}}$$

$$\underline{CB} = \sqrt[4]{\underline{CB} \cdot \underline{BB} \cdot \underline{CC} \cdot \underline{CB} \cdot \underline{CA} \cdot \underline{AB} \cdot \underline{CD} \cdot \underline{DB}}$$

$$\underline{AC} = \sqrt[4]{\underline{AC} \cdot \underline{CC} \cdot \underline{AA} \cdot \underline{AC} \cdot \underline{AB} \cdot \underline{BC} \cdot \underline{AD} \cdot \underline{DC}}$$

It is easily seen that (provided the index numbers CA , CB , etc. under the radical sign fulfil the reversal test) $\underline{CA} = \underline{CB} \cdot \underline{BA}$; and $\underline{AC} = \frac{1}{\underline{CB} \cdot \underline{BA}}$ i. e. the index numbers \underline{CA} , \underline{AC} fulfil the transitive and circular tests.

Let us now suppose that a fifth term, E , is added to the series of four terms just considered. The formulae given above for the same pairs of times or places will then become

$$\underline{CA'} = \sqrt[5]{\underline{CC} \cdot \underline{CA} \cdot \underline{CA} \cdot \underline{AA} \cdot \underline{CB} \cdot \underline{BA} \cdot \underline{CD} \cdot \underline{DA} \cdot \underline{CE} \cdot \underline{EA}}$$

$$\underline{BA'} = \sqrt[5]{\underline{BA} \cdot \underline{AA} \cdot \underline{BB} \cdot \underline{BA} \cdot \underline{BC} \cdot \underline{CA} \cdot \underline{BD} \cdot \underline{DA} \cdot \underline{BE} \cdot \underline{EA}}$$

$$\underline{CB'} = \sqrt[5]{\underline{CB} \cdot \underline{BB} \cdot \underline{CC} \cdot \underline{CB} \cdot \underline{CA} \cdot \underline{AB} \cdot \underline{CD} \cdot \underline{DB} \cdot \underline{CE} \cdot \underline{EB}}$$

$$\underline{AC'} = \sqrt[5]{\underline{AA} \cdot \underline{AC} \cdot \underline{AC} \cdot \underline{CC} \cdot \underline{AB} \cdot \underline{BC} \cdot \underline{AD} \cdot \underline{DC} \cdot \underline{AE} \cdot \underline{EC}}$$

It is of course understood that in these formulae \underline{CA} has not generally the same value as the \underline{CA} determined on the basis of the consideration of only four terms.

It should be noted that these formulae for 5 terms are calculated from the previous ones for four terms, by adding two factors to the product under the radical sign and extracting the fifth root instead of the fourth root from the product thus obtained. This fact is important in judging of the practical importance of a drawback in this mode of procedure to which my attention was privately called. It was pointed out to me that the addition of a new term of the series (as is the case in historical series at the close of each new year) makes it necessary to recalculate all the index numbers, including those for the other terms of the series. From the theoretical standpoint this need seems natural for, if, we consider a series as a unit, the addition of a new term places us substantially face to face with a new series. On the other hand, it holds good not only for formula IV, but also for the formulae I, II, III, and, generally speaking, for all the formulae of the (weighted) index numbers fulfilling the transitive and circular tests. But from a practical standpoint the drawback is reduced to a minimum as, except for the extraction of the roots, all the calculations made for a certain series of n terms can be used for a series obtained from the former with the addition of a new term.

It should be noted that we may write

$$\underline{CA} = \sqrt[5]{\frac{CA}{AA} \cdot \frac{CB}{AB} \cdot \frac{CC}{AC} \cdot \frac{CD}{AD} \cdot \frac{CE}{AE}}$$

and as a general rule

$$(IV^{bis}) \quad \underline{XY} = \sqrt[n]{\prod_{i=A}^Z \frac{Xi}{Yi}}$$

This formula shows that, if XY is an index number for the time or place X , taking as base the time or place Y , and this index number fulfils the reversal test but not the circular test, we can obtain therefrom an index number \underline{XY} which fulfils the requirements of the circular test by taking the geometric average of the n quotients

$$\frac{XA}{YA}, \frac{XB}{YB}, \dots, \frac{XZ}{YZ}$$

which stand for the ratios of the index numbers for time or place X to the index numbers for the time or place Y obtained by taking successively as base the n times or places $A, B, C \dots Z$.

We might call the index number XY an *elementary index number*, and \underline{XY} , as defined by the formulae (IV) or (IV^{bis}), a *circular index number*.

* * *

Let us take some practical examples.

Table I, which follows, gives for June and December 1927, 1928, 1929 and 1930 the cost of living index numbers for Milan, Venice, Florence, Rome and Naples (100 being equal to the cost of living at Milan) as calculated by several formulae. The index numbers bearing the letters $G_I, G_{II}, G_{III}, G_{IV}$, are constructed respectively on the basis of the formulae I, II, III, IV. (In IV we took as elementary index that provided by Fisher's so-called ideal formula). They all fulfil the circular test. The index numbers bearing the letters B_M, B_V, B_F, B_R, B_N are constructed on the

basis of the formula
$$\frac{\sum_{i=1}^s P_{bi} Q_{xi}}{\sum_{i=1}^s P_{ai} Q_{xi}}$$
 giving successively to the

quantities Q_x the weights observed in the budgets for Milan, Venice, Florence, Rome and Naples, *i. e.*, they are the index numbers of the expenditure obtained for these several cities taking successively in consideration the budgets of Milan, Venice, Florence, Rome, and Naples.

The index numbers bearing the letter F_M, F_V, F_F, F_R, F_N are constructed on the base of Fisher's so-called ideal formula, taking successively for base Milan, Venice, Florence, Rome, Naples.

It should be noted that the index G_I stands for the weighted arithmetic average (the weights being those above referred to, *cfr.* pp. 9-10) and the index G_{III} the simple geometric average for the corresponding indices B_M, B_V, B_F, B_R, B_N .

Similarly the index G_{IV} stands for the simple geometric average of the corresponding indices F_M, F_V, F_F, F_R, F_N .

It should be noted that the F indices are much less variable than the B indices. This is due to the fact that the former correspond to the simple geometric average of two B indices. In Table I

we have underlined in each line the two B indices whose geometric average gives the index F_M , also underlined. This is evidently an advantage possessed by the F indices over the B indices.

The G indices offer a further advantage in as much as they correspond to the average either of all the five B indices (index G_I , G_{III}), or of the five F indices (index G_{IV}).

We next show (Table II) the mean differences between the B indices, the F indices, the G indices. It should be noted that the G indices, although constructed from diverse formulae, differ less from one another than the F and B indices constructed from the same formulae.

* * *

The circular index numbers show that Rome is the most expensive city at all the times, except in December 1929 when its place is taken by Milan. Milan comes next, then Florence. Venice and Naples alternately occupy the last place.

* * *

Let us return to the B indices in order to compare in each line the two underlined values. It should be noted that the index number constructed on the Milan budget is invariably, for each of the cities with which the comparison is made, higher than the index number constructed on the budget of the city taken as a term of comparison. In other words, in any one of the cities considered (Venice, Florence, Rome, Naples), the index number is less favourable (*i. e.* higher) as compared to Milan if it is constructed on the basis of the Milan budget than if it is constructed on the basis of the budget of the city itself. This result shows the phenomenon of the *adjustment of budgets to prices*. That is to say that, generally speaking, the food consumption of each city tends to expand as prices are lower.

Table 3 shows the results, not only for Milan as compared to other cities, but also for the other cities compared one to the other. They confirm the rule above stated, but at the same time they show that it is subject to some exceptions.

Out of 80 possible comparisons, 72 agree with expectations and 8 differ therefrom. These exceptions are marked on the table with an asterisk. It is more especially the index number for Florence as compared to Rome which is frequently more favourable when con-

structed on the base of the Rome budget than on that of the Florentine. This would indicate that Florence consumes more of some foodstuffs than Rome although in Rome they are cheaper than in Florence, and consumes on the other hand less of other foods which are cheaper in Rome (*). As it is not possible to secure accurate data on food consumption, it is doubtful whether this exception is a real or only an apparent one.

(*) In June 1927 sugar and coffee, which show larger quantities in the Florentine than in the Roman budget, were more expensive in Florence; and milk and butter, which show smaller quantities, and fish and pecorino cheese, which do not appear in the Florentine budget at all, cost less. But on the other hand, dry harricot beans, olive oil, and potatoes, of which larger quantities are consumed in Florence, cost less there, and parmesan cheese, which only appears in the Roman budget, was more expensive in Florence. Maccaroni, more of which is eaten in Rome, cost practically the same in both cities.

TABLE I.

June 1927.

	G_I	G_{II}	G_{III}	G_{IV}	B_M	B_V	B_F	B_R	B_N	F_M	F_V	F_F	F_R	F_N
Milan	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Venice	90.66	91.02	90.63	90.53	93.50	88.26	91.43	90.56	89.48	90.84	90.84	91.14	89.69	90.12
Florence	95.60	95.52	95.73	96.73	97.60	94.80	95.20	94.18	96.94	96.39	96.07	96.39	96.46	98.40
Rome	100.02	100.35	100.06	101.58	102.56	101.93	98.85	100.58	96.49	101.57	102.88	101.50	101.57	100.41
Naples	86.01	85.85	85.76	84.43	90.01	87.52	85.77	86.63	79.24	84.45	85.13	82.72	85.43	84.45

December 1927.

Milan	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Venice	89.70	89.88	89.60	90.10	92.72	87.81	89.94	89.06	88.56	90.23	90.23	90.00	88.99	89.83
Florence	96.53	96.55	96.50	97.48	98.25	95.80	95.62	95.62	97.26	96.93	97.18	96.93	97.20	99.19
Rome	101.89	101.88	101.84	103.40	103.85	102.57	100.50	102.57	99.70	103.21	104.65	102.92	103.21	103.02
Naples	90.51	90.53	90.38	90.14	94.36	90.93	89.18	90.91	86.69	90.44	90.84	88.38	90.61	90.44

Continued : TABLE. I.

June 1928.

	G_I	G_{II}	G_{III}	G_{IV}	B_M	B_V	B_F	B_R	B_N	F_M	F_V	F_F	F_R	F_N
Milan	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Venice	90.01	90.25	90.01	91.09	94.45	89.76	90.85	89.64	85.58	92.08	92.08	91.75	90.10	89.47
Florence	96.48	96.35	96.57	97.84	98.35	95.30	96.26	94.40	98.60	97.30	97.66	97.30	96.36	100.61
Rome	101.31	101.32	101.39	103.10	103.31	102.41	101.10	101.49	98.72	102.40	104.65	103.40	102.40	102.70
Naples	90.50	90.41	90.49	90.66	95.11	91.30	89.20	90.34	86.68	90.80	93.45	87.82	90.53	90.80

December 1928.

Milan	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Venice	87.73	87.83	87.85	88.35	90.96	88.09	88.09	86.72	85.52	89.51	89.51	87.84	87.72	87.16
Florence	96.67	96.31	96.92	97.35	96.60	97.12	95.59	95.35	100.02	96.09	97.91	96.09	96.55	100.18
Rome	102.06	102.31	102.34	103.74	104.80	104.02	102.47	102.43	98.01	103.61	105.71	103.11	103.61	102.67
Naples	90.15	90.22	90.25	89.25	94.10	93.31	89.66	89.63	84.85	89.36	91.76	85.71	90.17	89.36

June 1929.

	G_I	G_{II}	G_{III}	G_{IV}	B_M	B_V	B_F	B_R	B_N	F_M	F_V	F_F	F_R	F_N
Milan	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Venice	89.04	89.25	89.19	89.65	92.84	88.87	89.33	88.34	86.68	90.83	90.83	89.74	88.51	87.99
Florence	96.52	96.25	96.77	97.11	96.81	95.42	95.12	95.87	100.75	95.96	97.11	95.96	96.32	100.23
Rome	101.38	101.70	101.80	103.31	103.33	103.55	101.56	102.56	98.08	102.94	105.64	102.55	102.94	102.51
Naples	86.60	86.73	86.74	85.94	90.22	89.02	86.05	86.38	82.23	86.13	88.54	82.46	86.50	86.13

December 1929.

Milan	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Venice	86.00	86.08	86.05	86.42	89.09	85.09	86.42	86.43	83.34	87.07	87.07	85.71	86.35	85.89
Florence	91.01	90.56	91.27	91.67	91.81	91.92	90.18	92.02	90.42	90.99	92.44	90.99	91.79	92.17
Rome	97.93	98.08	98.16	99.62	99.95	98.55	98.43	99.72	94.25	99.83	100.66	98.96	99.83	98.82
Naples	87.44	87.46	87.33	86.95	91.23	87.72	87.58	87.83	82.49	86.75	87.95	85.65	87.64	86.75

Continued: TABLE I.

June 1930.

	G_I	G_{II}	G_{III}	G_{IV}	B_M	B_V	B_F	B_R	B_N	F_M	F_V	F_F	F_R	F_N
Milan	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Venice	86.39	86.31	86.24	86.67	88.24	84.25	85.71	86.36	86.65	86.23	86.23	84.95	85.51	85.43
Florence	94.07	93.83	94.13	94.07	94.19	94.25	92.14	95.36	94.72	93.16	94.56	93.16	94.88	94.59
Rome	98.88	99.11	98.93	100.07	101.04	100.54	98.77	100.51	94.16	100.77	101.61	98.94	100.77	98.28
Naples	86.15	86.03	85.78	84.68	88.05	88.09	85.86	86.27	80.83	84.36	85.15	83.08	86.50	84.36

December 1930.

Milan	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Venice	82.41	82.23	82.28	81.93	83.79	80.82	82.55	82.65	81.62	82.29	82.29	80.99	82.41	81.69
Florence	90.87	90.86	90.82	91.63	92.67	94.26	90.64	91.57	85.23	91.65	93.12	91.65	92.69	89.10
Rome	100.23	100.56	100.24	101.66	103.33	101.63	99.83	101.63	94.96	102.47	102.33	101.32	102.47	99.72
Naples	86.52	86.59	86.70	86.23	89.78	88.74	87.37	87.11	80.76	85.15	85.77	87.59	87.50	85.15

TABLE 2.

Mean Differences.

Date	G indices					B indices					F indices				
	Milan	Venice	Florence	Rome	Naples	Milan	Venice	Florence	Rome	Naples	Milan	Venice	Florence	Rome	Naples
June 1927	0	0.25	0.63	0.83	0.81	0	2.49	1.80	3.04	4.66	0	0.72	0.95	1.00	1.22
December 1927	0	0.28	0.49	0.78	0.22	0	2.24	1.38	2.07	3.42	0	0.58	0.96	0.73	1.02
June 1928	0	0.58	0.76	0.91	0.13	0	3.79	2.29	2.10	3.79	0	1.44	1.77	1.10	2.31
December 1928	0	0.31	0.56	0.85	0.51	0	2.45	2.17	3.03	4.44	0	1.30	2.00	1.32	2.58
June 1929	0	0.32	0.47	0.98	0.42	0	2.66	2.53	2.54	3.79	0	1.60	1.94	1.33	2.51
December 1929	0	0.21	0.60	0.86	0.27	0	2.57	1.04	2.54	3.55	0	0.78	0.82	0.91	1.10
June 1930	0	0.37	0.15	0.62	0.78	0	1.78	1.39	3.11	3.34	0	0.67	0.97	1.70	1.53
December 1930	0	0.25	0.41	0.77	0.25	0	1.39	4.02	3.70	3.93	0	0.69	1.82	1.33	1.45

TABLE 3.

Milan index numbers compared to Venice.

Date	M budget	V budget
June 1927	106.95	113.30
December 1927	107.85	113.88
June 1928	105.88	111.40
December 1928	109.94	113.53
June 1929	107.71	112.52
December 1929	112.25	117.52
June 1930	113.33	118.69
December 1930	119.34	123.73

Milan index numbers compared to Florence.

Date	M budget	F budget
June 1927	102.46	105.04
December 1927	101.79	104.58
June 1928	101.68	103.88
December 1928	103.52	104.62
June 1929	103.29	105.13
December 1929	108.93	110.89
June 1930	106.17	108.53
December 1930	107.91	110.32

Milan index numbers compared to Rome.

Date	M budget	R budget
June 1927	97.50	99.42
December 1927	96.29	97.49
June 1928	96.80	98.53
December 1928	95.42	97.62
June 1929	96.78	97.50
December 1929	100.05	100.28
June 1930	98.97	99.49
December 1930	96.78	98.40

Continued : TABLE 3.

Venice index numbers compared to Naples.

Date	V budget	N budget
June 1927	100.84	112.92
December 1927	96.58	102.15
June 1928	98.32	98.74
December 1928	94.40	100.79
June 1929	99.83	105.41
December 1929	97.00	101.03
June 1930	95.65	107.20
December 1930	91.07	101.06

Florence index numbers compared to Rome.

Date	F budget	R budget
June 1927	96.30	93.63 *
December 1927	95.14	93.22 *
June 1928	95.22	93.01 *
December 1928	93.28	93.09 *
June 1929	93.66	93.47 *
December 1929	91.61	92.28
June 1930	93.46	94.88
December 1930	90.80	90.11 *

Florence index numbers compared to Naples.

Date	F budget	N budget
June 1927	110.99	122.34
December 1927	107.22	112.18
June 1928	107.92	113.75
December 1928	106.61	117.88
June 1929	110.54	112.51
December 1929	102.96	109.62
June 1930	107.31	117.19
December 1930	103.75	105.53

Continued: TABLE 3.

Milan index numbers compared to Naples.

Date	M budget	N budget
June 1927	111.10	126.20
December 1927	105.98	115.35
June 1928	105.14	115.36
December 1928	106.27	117.86
June 1929	110.84	121.61
December 1929	109.61	121.23
June 1930	113.57	123.71
December 1930	111.38	123.82

Venice index numbers compared to Florence.

Date	V budget	F budget
June 1927	93.10	96.04
December 1927	91.67	94.05
June 1928	94.19	94.38
December 1928	90.69	92.15
June 1929	93.13	93.92
December 1929	92.57	95.84
June 1930	89.40	93.03
December 1930	85.74	91.07

Venice index numbers compared to Rome.

Date	V budget	R budget
June 1927	86.60	90.03
December 1927	85.62	86.83
June 1928	87.65	88.33
December 1928	84.68	84.66 *
June 1929	85.82	86.13
December 1929	86.34	86.67
June 1930	83.81	85.92
December 1930	79.52	81.33

Rome index numbers compared to Naples.

Date	R budget	N budget
June 1927	116.10	121.76
December 1927	112.83	115.01
June 1928	112.34	113.88
December 1928	114.29	115.51
June 1929	118.74	119.27
December 1929	113.55	114.26
June 1930	116.50	116.48 *
December 1930	116.66	117.57

G. L. EDGETT

**Frequency distributions with given statistics
which are not all moments**

A frequency distribution has many statistics (*), combinations of which will characterize the distribution more or less closely. These statistics include the arithmetic mean, the median, the mode, the quartiles, the standard deviation, the average deviation, the skewness, the moments and others. Given an empirical distribution, it is often desirable to replace it by another distribution having an analytic representation. This new distribution will ordinarily not reproduce the empirical data exactly. Some of the statistics will not be the same.

In finding an analytic representation attention is usually centered on certain statistics and the new distribution is so designed that it will have the same values for these statistics as are found in the raw data. Different groups of given statistics will give different analytic representations. The moments of the distribution have been favored statistics to use in this connection. They lie at the basis of KARL PEARSON'S system. The moments of the raw distribution and the moments of the distribution given by the appropriate curve from Pearson's system are equal. There are, however, important statistics that cannot be expressed in terms of moments, e. g., the median, quartiles, mode. It is the purpose of this paper to find analytic representations which have statistics in common with the raw data which are not all moments or reducible to moments.

(*) We use term "statistic" here for what is sometimes called a statistical constant or statistical parameter.

§ I.

In general a frequency distribution starts at zero, rises to a maximum and then falls again. The rate of falling need not and in general is not the same as that of rising. This tells us that an analytic representation must be of such a nature that $\frac{dy}{dx}$ is equal to zero at the maximum and also when y equals zero. This statement is the beginning of KARL PEARSON'S work on frequency curves and may be expressed as follows :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(x+s)}{F(x)}, \text{ for if } y=0, \frac{dy}{dx} = 0 \text{ and if } x = -s, \frac{dy}{dx} = 0$$

and we have the desired maximum. If we do not restrict $F(x)$ in any way the form assumed for $\frac{dy}{dx}$ is extremely general and need not be zero when y equals zero. If we assume that $F(x)$ may be expanded by Maclaurin's theorem in ascending powers of x and that the coefficients of the x 's for all powers of x above that of x^2 are zero we obtain the differential equation:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(x+s)}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2} \quad (I)$$

From (I) PEARSON obtained his system of theoretical frequency functions. He obtained his different functions by fixing attention on the nature of the zeros in the denominator of the right hand member of (I) and then integrating. We shall also start with (I) and obtain by integration a function $y = f(x)$, which will give us a theoretical distribution having certain statistics in common with the raw data. In this section we are to find an analytic representation which will give us a theoretical distribution having the same mean (*), mode, median and standard deviation as the raw data. We shall start with (I) and show how analytic representations of PEARSON'S Types I, III, IV, V, and VI may be obtained. We have the following four equations :

(*) In this paper we shall understand by mean the arithmetic mean.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(x+s)}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2} \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x y dx = C \text{ (constant)} \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 y dx = K \text{ (constant)} \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^M y dx = \int_M^{+\infty} y dx \quad (4)$$

where $M = \text{median}$.

From these four equations, and knowing the area, the constants s , b_0 , b_1 and b_2 may be found and the function, $y = f(x)$, determined.

If the origin of (1) is at the mean, s is the distance between the mean and mode and is known.

If (2) and (3) are integrated with origin at the mean we obtain respectively :

$$s + b_1 = 0 \quad (5)$$

$$b_0 + 3b_2 \sigma^2 = -\sigma^2 \quad (6)$$

where $\sigma = \text{standard deviation}$.

The integration of (4) must be performed by some method of approximation.

We shall use KARL PEARSON'S definition of skewness viz skewness $= w = \frac{D}{\sigma}$, where $D = \text{Mean} - \text{Mode}$.

When both b_2 and w_2 are not large DOODSON shows that (*)

$$\begin{aligned} \frac{d}{D} = & \left(\frac{2}{3} + \frac{8}{15} b_2 - \frac{16}{21} b_2^2 + \frac{32}{35} b_2^3 \dots \right) + \\ & + \left(\frac{8}{405} - \frac{64}{945} b_2 + \frac{64}{675} b_2^2 + \dots \right) w^2 + \left(\frac{184}{25515} - \frac{9424}{127575} b_2 \right) w^4 + \dots \quad (7) \end{aligned}$$

where $d = \text{Median} - \text{Mode}$.

(*) « Biometrika », Vol. II, p. 428.

Our D and σ are known and consequently w is known. Our d is known and therefore from (7) we may obtain the value of b_2 . After finding b_2 we may evaluate b_0 from (6). Our s is known, hence b_1 is known. We have now determined the values of s , b_0 , b_1 , and b_2 of (1). The constant of integration obtained when (1) is integrated may readily be determined as the area under the curve is known.

As an illustration of this method we shall consider PEARSON'S Type I, i. e., the case where the zeros in the denomination of the right hand member of (1) are real and of unlike sign. The integration of (1) yields the equation :

$$y = y_0 \left(1 + \frac{x}{a_1} \right)^{M_1} \left(1 - \frac{x}{a_2} \right)^{M_2} \quad (8)$$

This is a skew curve of limited range, bounded by the lines $x = -a_1$ and $x = a_2$. The origin is at the mode.

In (8)

$$M_1 = va_1 \quad a_1 = A_1 - s \quad A_1 = \frac{+b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2}$$

$$M_2 = va_2 \quad a_2 = A_2 + s \quad A_2 = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2}$$

$$V = \frac{1}{b_2(A_1 + A_2)}$$

$$y_0 = \frac{N}{(a_1 + a_2)} \frac{M_1^{M_1} M_2^{M_2}}{(M_1 + M_2)^{M_1 + M_2}} \frac{\Gamma(M_1 + M_2 + 2)}{\Gamma(M_1 + 1) \Gamma(M_2 + 1)} \quad (9)$$

We shall assume that the mean, mode, median and standard deviation of the following random sample are the same as the corresponding values of the population under consideration.

x	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	77	82	87
$f(x)$	34	145	156	145	123	103	86	71	53	37	21	13	7	3	1

This data has :

Area = $N = 1,000$

Mean = 37.8750

Mode = 27.4978

Median = 35.3135

Standard deviation = 13.8405

$$D = 2.0754 \text{ intervals} \quad w = \frac{D}{\sigma} = .7498$$

$$d = 1.5631 \text{ intervals} \quad \frac{d}{D} = .7532$$

We shall assume b_2 small and clearly w^2 is not large ; therefore we may use (7) to determine b_2 . After simplification (7) becomes :

$$.9143b_2^3 - .7086b_2^2 + .4719b_2 - .0731 = 0$$

This gives for the sought b_2 the value

$$\begin{aligned} b_2 &= .1992 \\ \text{Our } s &= D = 2.0754 \\ \text{from (5) } b_1 &= -s = -2.0754 \\ \text{from (6) } b_0 &= -12.2414 \end{aligned}$$

$$** a_2 = 16.6968 ; M_1 = .5674$$

$$a_1 = 2.1274 ; M_2 = 4.4530$$

and from (9) $y_0 = 156.48$.

Hence our frequency function (8) is

$$y = 156.48 \left(1 + \frac{x}{2.1274} \right)^{.5674} \left(1 - \frac{x}{16.6968} \right)^{4.4530} \quad (10)$$

Equation (10) gives the following theoretical frequencies :

x	17	22	27	32	37	42	47	52	57	62	67	72	77	82	87	92
$f(x)$	36	135	156	149	131	109	86	66	48	33	22	14	8	4	2	1

Applying PEARSON'S Goodness of Fit test we find :

$$x = 3.9271, \text{ and therefore } P = .984.$$

Accordingly we see that our analytic curve (10) describes excellently the given distribution.

§ II.

In this section we shall find an analytic representation which will give us a theoretical distribution having the same mean, median

and mode as the raw data. We shall start with (1) of § I and the assumption that $b_2 = 0$ (this give us PEARSON'S Type III).

We have the following equations :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(x+s)}{b_0 + b_1 x} \quad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x y dx = C \text{ (constant)} \quad (2)$$

$$\int_{-\infty}^M y dx = \int_M^{+\infty} y dx \quad (3)$$

From these three equations we shall determine our analytic function, $y = f(x)$. The integration of (1) yields :

$$y = y_0 e^{-\gamma x} \left(1 + \frac{x}{a} \right)^P \quad (4)$$

where the origin is at the mode. This is a skew curve limited in one direction by the line $x = -a$.

$$\text{In (4)} \quad a = \frac{b_0}{b_1} - s, \quad \gamma = -\frac{1}{b_1}, \quad P = \gamma a \text{ and}$$

$$y_0 = \frac{N P^{P+1}}{a e^P \Gamma(P+1)} \quad \text{where } N = \text{area.}$$

We shall consider (1) as having its origin at the mean ; s is then the distance between the mean and the mode and is known.

If (2) is integrated with origin at the mean the following relation is obtained :

$$s + b_1 = 0 \quad \text{or} \quad b_1 = -s \quad (5)$$

The integration of (3) must be performed by some method of approximation.

It has been shown by DOODSON (*) that the ratio $\frac{\text{median} - \text{mode}}{\text{mean} - \text{mode}}$

(*) « Biometrika », Vol. II, p. 428.

is for (4) a function of the skewness. He gives the following relation :

$$\frac{d}{D} = \frac{2}{3} + \frac{8}{405} w^2 + \frac{184}{25515} w^4 + \frac{1328}{3444525} w^6 + \dots \quad (6)$$

The skewness of (4) viz $w = \frac{1}{\sqrt{P+1}}$; therefore (6) becomes,

where we assume coefficients of w are zero after w^6

$$\frac{d}{D} = \frac{2}{3} + \frac{8}{405(P+1)} + \frac{184}{25515(P+1)^2} + \frac{1328}{3444525(P+1)^3} \quad (7)$$

We know d and D therefore we may solve (7) for $P \neq -1$. When we know P we may obtain a as $P = -\frac{a}{b_1}$ and b_1 is known from (5).

As soon as we obtain a we may obtain b_0 from the relation $a = \frac{b_0}{b_1} - s$ and finally y_0 from the relation $y = \frac{N P^{P+1}}{a e^P \Gamma(P+1)}$ and consequently

our function $y = f(x)$ is determined.

We shall consider the following frequency distribution as being a random sample of the population under consideration.

x	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$f(x)$	0	0	3	7	35	101	89	94	70	46	30	15	4	5	1	0

This data has :

Area or frequency	= 500	
Mean	= 11.860	$d = .405$
Median	= 11.659	$D = .606$
Mode	= 11.254	$\frac{d}{D} = .668$

Upon solving (7) for P we obtain :

$$P = 14.1726$$

$$s = D = .606 \quad ; \quad \gamma = -\frac{1}{b_1} = 1.6502$$

$$\begin{aligned}
 \text{**} \quad b_1 &= - .606 ; & a &= \frac{P}{\gamma} = .85884 \\
 y &= \frac{N P^{P+1}}{a e^P (P+1)} = 87.553
 \end{aligned}$$

Our function, therefore, is :

$$y = 87.553 \left(1 + \frac{x}{8.5884} \right)^{14.1726} e^{-1.6502 x} \quad (8)$$

The theoretical frequencies given by (8) may be found from the Tables of the Incomplete Gamma Function, as it may be shown that $I(U, P)$ is the probability integral of (4) after certain transformations have been performed on (4). The frequencies given by (8) are as follows :

x	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$f(x)$	0	1	7	22	48	73	86	82	67	48	31	18	9	5	1	1	1

Applying PEARSON'S Goodness of Fit test we find

$$x = 31.7508 \quad \text{and therefore } P = .001$$

Accordingly we see that our analytic curve (8) describes poorly the given distribution.

§ III.

We shall now consider another line of approach to the general problem of finding an analytic representation of asymmetrical, unimodal frequency distributions, which will give us a theoretical frequency distribution having certain statistics in common with the raw data. This representation is by means of an analytic curve obtained by a transformation of the normal curve of error. This statement is the beginning of F. Y. EDGEWORTH'S work on frequency curves *. In this transformation we substitute for each variate of the normal curve some assigned functions of that variate. We shall assume that the variable X of our transformed function is related in the following way to the variable x of our normal function (*).

$$X = a(x + kx^2 + \lambda x^3) \quad (1)$$

(*) « Journal of the Royal Statistical Society », Feb. 1914, p. 306.

where k and λ are assumed small and a is finite. We shall assume that our normal function is of the form :

$$y = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \quad (2)$$

(that is our unit is the modulus ($= 2 \sigma$) and the origin is at the mean) where

$$P = \int_a^b y dx \quad (3)$$

is the probability that a variate taken at random belongs to the interval a to b . In (2) make the transformation (1) and make a corresponding change in (3). Then our transformed function is :

$$y = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \varphi(X) e^{-f(X)} \quad (4)$$

The scale of the abscissa is modified so that a small area $y \Delta x$ is translated as an area $y' \Delta X$ where

$$\Delta X = \frac{dX}{dx} \Delta x = a (1 + 2Kx + 3\lambda x^2) \Delta x \quad (5)$$

From $y \Delta x = y' \Delta X$ we obtain for (4)

$$y' = y \frac{\Delta x}{\Delta X} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \div \left| \frac{dX}{dx} \right| ; \frac{dX}{dx} \neq 0$$

$$y' = \frac{1}{a (1 + 2Kx + 3\lambda x^2) \sqrt{\pi}} e^{-x^2} \quad (6)$$

In this section we are to find an analytic representation of a frequency distribution by the above method, which will give us a theoretical distribution having the same mean, median, third quartile and standard deviation as the raw data.

Although we know these statistics for the raw data we do not know their values in terms of the origin of (6), as this origin is determined by the conditions of the problem.

We shall take the mean of (2) as coinciding with the median of (6). The t^{th} moment, M_t , of the X — curve about its median is obtained by multiplying each element of area $y dx$ by X^t and integrating.

$$M_t = \int_{-\infty}^{+\infty} X^t y dx = \frac{a^t}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (x + K x^2 + \lambda x^3)^t e^{-x^2} dx \quad (7)$$

$$*** \quad M_1 = \frac{1}{2} a K$$

$$M_2 = a^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} K^2 + \frac{3}{2} \lambda + \frac{15}{8} \lambda^2 \right) \quad (8)$$

The first moment is the distance of the mean from the median and this distance is known. We have consequently :

$$\frac{1}{2} a K = \text{mean} - \text{median} \quad (9)$$

The distance between the first moment squared and the second moment is the square of the standard deviation and the standard deviation is known. We have consequently :

$$\frac{a^2}{2} \left(1 + K^2 + 3 \lambda + \frac{15}{4} \lambda^2 \right) = M_1^2 - M_2 \quad (10)$$

The distance from the median to the third quartile of the normal curve is known. In terms of our unit this distance is .4769. We have consequently :

$$a (.4769 + .2274 K + .1084 \lambda) = \text{third quartile} - \text{median} \quad (11)$$

To calculate the frequencies between any two points of (6) we have only to determine the corresponding points on the abscissa of (2) and then to determine from a table of the normal curve of error the area bounded by the ordinates through these points. This area is also the area under (6) for the corresponding points. Although we do not know the median's distance from the origin we can find the distance between the median and any percentile and knowing this distance we can find the corresponding x for the normal curve (2). We shall assume that the mean, median, third quartile and standard deviation of the following random sample are the same as those of the population under consideration :

x	37	42	47	52	57	62	67	72	77	82	87	92
$f(x)$	1	6	17	48	118	224	286	248	128	38	13	3

This data has :

Area	= 1130	Third quartile	= 72.4738
Mean	= 66.9805	Standard deviation	= 8.1200
Median	= 67.1399		

Hence

$$\text{from (9)} \quad a K = (-.0319) (2) \quad (12)$$

$$\text{from (10)} \quad a^2 \left(1 + K^2 + 3\lambda + \frac{15}{4} \lambda^2 \right) = 5.2748 \quad (13)$$

$$\text{from (11)} \quad a (.4769 + .2274 K + .1084 \lambda) = 1.06617 \quad (14)$$

To find a , K and λ we solve (12), (13) and (14) simultaneously and obtain

$$\lambda = .0112$$

$$K = .0282$$

$$a = 2.2624$$

$$\text{Hence} \quad X = 2.2624 (x - .0282 x^2 + .0112 x^3) \quad (15)$$

$$\text{and} \quad y^x = \frac{1}{2.2624 \sqrt{\pi} (1 - .0564 x + .0336 x^2)} e^{-x^2} \quad (16)$$

We shall now give values to X and determine the corresponding value of x . When we have (x) we can find from the table of the normal function, where the unit is the modulus. The theoretical frequencies of (16) are as follows :

x	37	42	47	52	57	62	67	72	77	82	87	92	Above 92
$f(x)$	1	4	16	51	125	219	280	236	131	50	13	2	1

Applying PEARSON'S Goodness of Fit test we find :

$$\chi = 4.6831, \text{ and therefore } P = .859.$$

Accordingly we see that our analytic curve (16) describes excellently the given distribution.



ALFRED J. LOTKA

Orphanhood in Relation to Demographic Factors *
A Study in Population Analysis

INTRODUCTION.

From the standpoint of the individual, orphanhood is a matter of intensely personal concern. But there is also a larger national aspect of the problems that arise from the premature decease of parents. Especially when the breadwinner of the family is removed by death, economic readjustments become necessary for the provision of which certain standard institutions have been developed: life insurance, widow's pensions, compensation for industrial accidents, orphan asylums, and the organized "placing" of orphans in families.

In spite of the gains in longevity that have been made in all modern civilized communities, the number of orphans in the population is unfortunately still large, and the enterprise of making suitable provision for them is today, and presumably will always remain, one of the major national problems. In the face of this it is a singular fact that we have, in the United States, little direct statistical information regarding the extent and character of our orphan population, that is, its constitution as to sex and age, and as to loss of father, mother, or both parents.

The absence of direct information regarding these facts is a challenge to the resourcefulness of the vital statistician. We must make the best of such data as are available. Frontal attack being in this case precluded, what can we achieve by indirect methods?

* Based on a paper read before Section *K* (Social and Economic Sciences) of the American Association for the Advancement of Science at the Annual Meeting in New York, 1928. A very brief abstract of this paper appeared in *Science* February 1, 1929, volume 69, page 125.

These are some of the principal results that will be shown to be derivable by such methods : In the year of the last census for which data are as yet completely available, namely, 1920 *, with a total white population of ninety-five million persons, there were about four million orphans of both sexes under the age of seventeen years. Of these a little over two millions had lost their father only, over one and one-half million had lost their mother only, and over 350,000 had lost both parents. What has been the result, on our national orphanhood, of the decrease in mortality in recent decades? The answer may be given in the following terms : Had the age schedule of mortality as of 1901 continued in operation until 1920, then the total number of orphans would have been over four and one-half millions, and, of these, nearly two and one-half millions would have lost their father only, rather less than two millions would have lost their mother only, and nearly half a million would have been left wholly orphaned. Thus the improvement in mortality may be said to have saved about half a million children from partial or complete orphanhood.

The term orphan is commonly used in a restricted sense, to denote a person of immature years who has lost one or both parents. But the method of analysis that will presently be set forth is quite general and will yield us information regarding "orphans" of any age, the word orphan being now used in a perfectly general sense to denote a person who has lost one or both parents. At first sight, information of this kind seems to be of interest at most as a statistical curiosity. But on second thought it will be seen that information gained regarding what we might call "grown-up orphans", has a close relation to the eminently practical problem of old age dependency. Thus the inquiry in this direction is not merely of academic interest.

Another outcome of the investigation is an examination of the proportion of children orphaned from birth by the death of their mother in childbirth, or by the death of their father, in the latter case leaving posthumous orphans. This part of the investigation arose quite naturally as a necessary step in the underlying mathematical and actuarial treatment of the general problem of orphanhood.

Of other topics dealt with, the following may here be singled

* At the time this study was started, the 1930 census was still in the future. It will be some time yet before the primary data of the 1930 census and especially the derived data based on this, are fully available.

out for brief mention : the influence of changes in fertility upon orphanhood ; the size of families as a factor in the orphanhood problem ; the annual accession of new orphans ; orphanhood in England and Wales, with special attention to confirmation, by actually observed data, of the theoretically computed results. Lastly, the relation of the study here presented to the general discipline of *Population Analysis* is pointed out.

A separate Appendix gives the more technical details of mathematical analysis.

These few indications must here serve by the way of introduction. Many other results will appear as we proceed. One important point must, however, be specially mentioned in these introductory paragraphs. Whereas we, in the United States, suffer from a total lack of direct statistical data on national orphanhood, a more favourable situation exists in England and Wales. The particular importance of this fact, for the purposes of the present study, resides in the circumstance that we are thereby enabled to check up the results of the indirect method against direct observation. As will presently be seen, the comparison not only gives strong support to our confidence in the general soundness of the indirect method, but at the same time brings out many facts which themselves are of much interest.

ORPHANHOOD IN RELATION TO PARENTAL MORTALITY.

Argument. — The proportion of orphans among children (or more generally "persons") of a given age a depends evidently on the mortality among their parents *. For if v is the average age of the parent when the child is born, by the time the child is a years old, the parent if living, will be $a + v$ years old. The proportion of parents that survive from age v to age $a + v$ is, in the conven-

* The proportion of orphans among children of a given age a depends, strictly, also on the age distribution in the population, but the influence of this is, under ordinary conditions, slight. The proportion of orphans at age a is independent of the mortality among the children, provided that there is no differential mortality among orphans as compared with children whose parents are living. It should be noted, however, that only the *proportion* of orphans among children of a given age, *not their total number*, is thus independent of the mortality among the children. A detailed discussion, which takes due account of all these factors, will be found in the Appendix.

tional actuarial notation, $\frac{l_{a+v}}{l_v}$, and this gives, in close approximation, the proportion, among children of age a , who still have the parent living. Evidently the complement,

$$\Theta = 1 - \frac{l_{a+v}}{l_v} \quad (1)$$

gives the proportion whose parent is not living. The formula applies to each sex separately, but the average age v is different for fathers and for mothers. It can be shown * that v is very nearly the mean age of the net fertility curve **. It lies in the nature of things that this mean age of the fertility curve is a relatively constant figure even though the fertility itself may undergo considerable changes, the reason being that these changes are largely changes in amplitude rather than changes in the position of the fertility curve along the axis of age. For white males (fathers of legitimate children) the mean age of the fertility curve in the United States at the date of the last census (1920) was 32.9. For white females (mothers of legitimate children) it was 28.6. On the basis of these values, we find, by the aid of the formula given above, the percentages of maternal and paternal orphans set forth in columns (2) and (7) of Table I ***. Columns (3) and (8) give the corresponding figures obtained by the more exact argument developed in Appendix pages 77 and more particularly 82 et seq. A graphic representation of these figures will be found in Figure 1 ****. It will be noted that at all the younger ages the difference between the results obtained by the short formula and those by the more exact argument is very small. The significance of this will be found fully set forth in the Appendix pages 82 et seq.

* See Appendix pp. 82 et seq.

** Strictly speaking, the mean age of the fertility curve is slightly different according to the sex of the child. So, for example, the net fertility curve for mothers counting daughters only was 28.56, as against 28.52 counting sons only, in the United States, 1920. This difference is too small to be taken into account in using the formula given above, which represents in any case a slight approximation. In computing the figures set forth in Table I, the value 28.56 was employed.

*** The figures for paternal orphans, as shown in Table I and Figure I are, however, corrected for posthumous births as indicated in the next section.

**** The graph shows the maternal orphans corrected for puerperal deaths (col. 4 of Table I) as indicated in the next section.

TABLE I. — Orphanhood at Specified Age, as Percent of Total Persons of Same Age, Computed for Various Conditions of Mortality and Fertility.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Condition; Age	United States - Whites Only									England a. Wales	
	Maternal Orphans*					Paternal Orphans*		Absolute Orphans*		Maternal Orphans*	
Condition: Mortality as of Fertility as of Inherent Rate**	1920	1920 1920	1920 1920	1920 See F	1901 1920	1920	1920 1920	1920 1920	1920 1920	1871-80 See K	1871-80 See L
Remarks: (see below)	A,D	B,C,D,	B,C,E	B,F	C,E,G	A	B,C	B,C,E,H	B,C,E,I	E,J,K,	E,J,L
Age											
0	.00	.00	.49	.00	.34	.52	.52	.00	.00	.35	.35
0-1	.34	.32	.77	.32	.68	.86	.87	.01	.07	.73	.76
1-2	1.01	.95	1.34	.94	1.37	1.57	1.59	.02	.12	1.50	1.58
2-3	1.69	1.60	1.96	1.59	2.10	2.28	2.32	.05	.16	2.31	2.44
3-4	2.37	2.25	2.59	2.24	2.86	2.99	3.07	.08	.22	3.17	3.33
4-5	3.05	2.91	3.26	2.90	3.63	3.72	3.84	.13	.29	4.05	4.25
5-6	3.73	3.58	3.93	3.58	4.43	4.46	4.64	.18	.36	4.95	5.21
6-7	4.40	4.27	4.61	4.25	5.23	5.21	5.45	.25	.48	5.88	6.18
7-8	5.07	4.96	5.30	4.94	6.05	5.97	6.29	.33	.61	6.83	7.16
8-9	5.73	5.65	5.99	5.63	6.88	6.75	7.16	.43	.79	7.79	8.17
9-10	6.39	6.35	6.71	6.33	7.74	7.54	8.04	.54	1.00	8.76	9.20
10-11	7.06	7.08	7.43	7.04	8.60	8.35	8.96	.67	1.23	9.76	10.25
11-12	7.72	7.81	8.15	7.78	9.48	9.18	9.91	.81	1.45	10.79	11.31
12-13	8.39	8.54	8.89	8.52	10.38	10.03	10.88	.97	1.73	11.83	12.40
13-14	9.07	9.29	9.64	9.27	11.28	10.90	11.89	1.15	2.02	12.90	13.53
14-15	9.76	10.06	10.40	10.03	12.23	11.80	12.96	1.35	2.36	13.99	14.67
15-16	10.46	10.86	11.21	10.81	13.19	12.74	14.06	1.58	2.80	15.10	15.83
16-17	11.19	11.68	12.03	11.63	14.18	13.71	15.19	1.83	3.24	16.23	17.02
20-21	14.39	15.26	15.61	15.16	18.46	18.10	20.22	3.16		21.09	22.09
25-26	19.31	20.69	21.04	20.51	24.73	25.25	27.81	5.85		27.96	29.36
30-31	25.84	27.66	27.66	27.38	32.15	34.33	37.02	10.24		35.77	37.77
35-36	34.25	36.48	36.48	36.09	41.41	45.90	47.82	17.44		45.24	47.97
40-41	45.40	47.25	47.25	46.74	52.18	59.85	59.67	28.19		56.03	59.46
45-46	59.04	59.47	59.47	58.88	63.90	74.36	71.58	42.57		67.46	71.33
50-51	73.58	71.91	71.91	71.38	75.48	87.17	82.33	59.20		78.41	82.20
55-56	86.54	83.01	83.01	82.60	85.53	95.37	90.67	75.27		87.63	90.66
60-61	94.99	91.43	91.43	91.17	92.91	98.92	96.04	87.81		94.13	96.09
65-66	98.82	96.59	96.59	96.46	97.27	99.85	98.71	95.34		97.84	98.74
70-71	99.85	99.00	99.00	98.96	99.24	99.99	99.71	98.71		99.42	99.71

Remarks:

- A. Maternal orphans computed by the short formula (1).
 Paternal orphans computed by the short formula (2). See p. 44.
 Figures in all other columns are computed by the more rigorous formulae (20) and (97) of the Appendix.
- B. U. S. *Abridged Life Tables 1919-20*. E. FODRAY, Aggregate of 28 States, interpolated.
- C. Age schedule of legitimate fertility based on data for Birth Registration Area of 1920, less Maine for which no data are available as to births by age of parents.
- D. Orphanhood uncorrected for puerperal deaths among mothers.
- E. Orphanhood corrected for puerperal deaths among mothers.
- F. Age schedule of fertility as in "C" increased by a constant factor 1.1613, to make the inherent rate of natural increase .01 per head per annum.
- G. *Life Table for the Original Death Registration States of 1901*.
- H. Product of columns (4) and (8), i. e. absolute orphans, assuming death of father and mother are independent events.
- I. Column (9) corrected by factors from Table IX, column (11) allowing for interdependence of death of father and mother.
- J. *English Life Tables*, 45th Annual Report of Registrar-General, p. vii.
- K. Age schedule of fertility as in "C" increased by a constant factor = 1.5970, to make the inherent rate of natural increase .0137 per head per annum, which was the observed excess of the birthrate over the deathrate.
- L. Age schedule of fertility in England and Wales, 1921 (see Table XV, column 8), increased by a constant factor 1.8327, to make the inherent rate of natural increase .0137 per head per annum.
- * Maternal orphans = persons of any age whose mother is dead, including absolute orphans. Paternal orphans are correspondingly defined.
- Absolute orphans = persons of any age both of whose parents are dead.
- ** For definition and method of computation of the inherent rate of natural increase see page 78.

TABLE II. — Orphans under Specified Age, as Percent of Total Persons under Same Age, Computed for Various Conditions of Mortality and Fertility.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	
Condition; Age	United States - Whites									England & Wales		
	Maternal Orphans*					Paternal Orphans*		Absolute Orphans*		Maternal Orphans*		
	1920	1920 1920	1920 1920	1920 See F	1901 1920	1920	1920 1920	1920 1920	1920 1920	1871-80 See K	1871-80 See L	
Remarks: (see below)	A	B,C,D	B,C,E	B,E,F,	C,E,G	A	B,C	B,C,E,H	B,C,E,I	E,J,K	E,J,L	
Age	Not Computed					Not Computed						
1		.31	.76	.76	.66		.86	.01	.07	.70	.72	
2		.62	1.04	1.04	1.00		1.21	.02	.09	1.07	1.12	
3		.93	1.34	1.33	1.35		1.57	.03	.12	1.45	1.52	
4		1.25	1.64	1.63	1.71		1.93	.04	.14	1.84	1.93	
5		1.57	1.95	1.94	2.08		2.30	.05	.17	2.23	2.35	
6		1.89	2.27	2.26	2.46		2.68	.08	.20	2.64	2.77	
7		2.22	2.59	2.57	2.84		3.06	.10	.24	3.05	3.21	
8		2.55	2.92	2.89	3.22		3.44	.13	.28	3.47	3.64	
9		2.88	3.25	3.22	3.61		3.84	.16	.34	3.89	4.09	
10		3.21	3.58	3.54	4.01		4.24	.20	.40	4.32	4.54	
11		3.55	3.91	3.87	4.41		4.65	.24	.47	4.75	4.99	
12		3.89	4.25	4.20	4.81		5.06	.28	.55	5.19	5.45	
13		4.23	4.59	4.53	5.22		5.49	.33	.64	5.63	5.91	
14		4.57	4.93	4.86	5.64		5.92	.38	.73	6.08	6.38	
15		4.92	5.28	5.19	6.06		6.36	.44	.83	6.53	6.85	
16		5.27	5.63	5.53	6.49		6.81	.51	.95	6.98	7.32	
17		5.62	5.98	5.87	6.92		7.27	.58	1.07	7.44	7.80	
20		6.71	7.07	6.92	8.25		8.72	.84		8.83	9.26	
25		8.66	9.02	8.76	10.62		11.35	1.43		11.23	11.77	
30		10.82	11.16	10.76	13.23		14.31	2.30		13.74	14.42	
35		13.29	13.59	13.00	16.10		17.62	3.58		16.35	17.19	
40		16.13	16.40	15.55	19.30		21.24	5.41		19.09	20.12	
45		19.32	19.57	18.39	22.80		25.07	7.88		21.91	23.12	
50		22.79	23.02	21.45	26.51		28.96	11.00		24.72	26.07	
55		26.36	26.57	24.57	30.22		32.69	14.48		27.37	28.83	
60		29.78	29.98	27.53	33.71		36.04	18.22		29.74	31.24	
65		32.81	33.00	30.14	36.75		38.85	21.58		31.68	33.18	
70		35.27	35.46	32.22	39.19		41.03	24.33		33.14	34.63	

Remarks :

See Table I for A, B, C, D, E, F, G, J, K, L.

H. Absolute orphans, based on assumption that death of father and mother are independent events.

I. Absolute orphans, corrected for interdependence of death of father and mother. (See Table I, Remark I).

* Maternal orphans = persons of any age whose mother is dead, including absolute orphans.

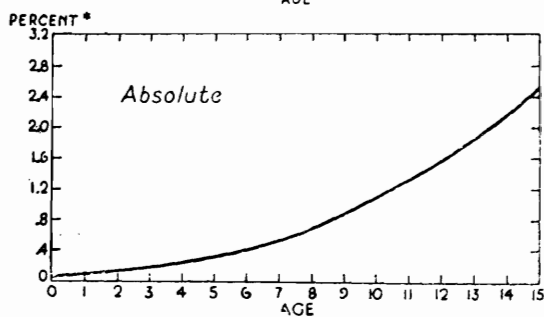
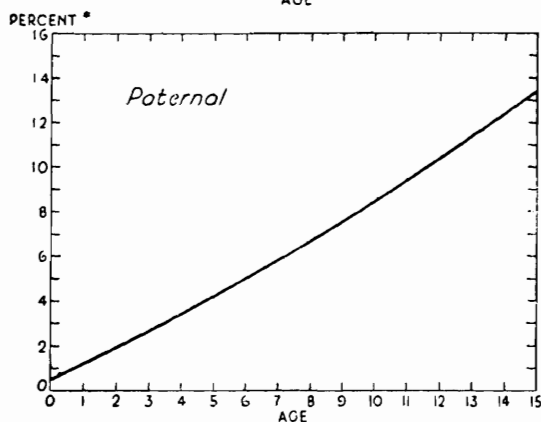
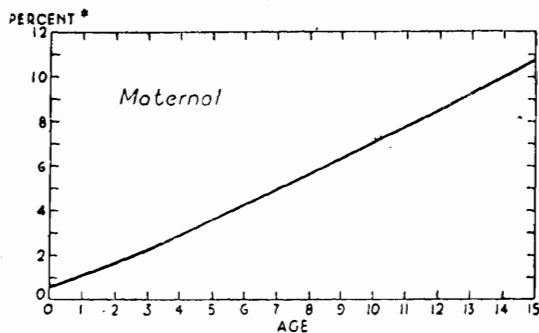
Paternal orphans are correspondingly defined.

Absolute orphans = persons of any age both of whose parents are dead.

** For definition and method of computation of the *inherent* rate of natural increase see page 83.

ORPHANHOOD UNITED STATES

(WHITE POPULATION)
1920



* At age shown on scale

FIG. 1.

POSTHUMOUS AND PUERPERAL ORPHANS.

For the sake of simplicity, in the explanation given above, a secondary correction has been left out of account, with the result that for children of age zero (newborn babies) there would be found by our formula a zero percentage of paternal and maternal orphans. Clearly this requires correction; for some children lose their father even before birth, and some lose their mother at birth.

Posthumous Orphans. — Before applying the formula $I = \frac{l_a + v}{l_v}$ to the case of newborn children, to find the proportion of paternal orphans, we must introduce a modification, for in this case the period of exposure to the risk of death, of the father, resulting in a posthumous child, begins three-quarters of a year before birth of the child. Thus if v is the mean age of the father at the birth of the child, the period of exposure for the father begins at age $(v - \frac{3}{4})$. For a newborn child $a = 0$. Making these substitutions in our short formula, we find, for the proportion of posthumous orphans among newborn babes, the expression

$$I = \frac{l_v}{l_{v-\frac{3}{4}}} = \frac{l_{v-\frac{3}{4}} - l_v}{l_{v-\frac{3}{4}}} = \frac{\frac{3}{4} d_{v-\frac{3}{4}}}{l_{v-\frac{3}{4}}} = \frac{3}{4} q_{v-\frac{3}{4}} \quad (2)$$

where q_x , as in the usual actuarial notation, denotes the deathrate * among males at age x .

If there is no differential mortality among such posthumous children, the proportion thus found for them at birth persists also through later ages of life.

We conclude, therefore, that the proportion of posthumous orphans in the population is, to the degree of approximation of our formula, equal to the death toll of mortality per head, q_x , operating for nine months among males three-quarters of a year younger than the mean age of the age schedule of paternity frequency.

Numerical Values. — For the United States, 1920, white males, the mean age of the age schedule of paternity frequency was found to be 32.9 years.

* To be more exact, q_x is the probability, at age x of dying within one year.

Thus $v - \frac{3}{4} = 32.1$. At this age we find

$$q_{32.1} = .0069, \text{ so that } 3/4 q_{32.1} = .0052$$

or .52 per cent, which gives us the proportion of posthumous children among newly born.

This estimate, however must be understood as a maximum. The actual figure will certainly fall below it. For we have assumed normal mortality for the fathers of the posthumous children. As a matter of fact their mortality must fall below the average, for they are a selected group. Men suffering from marked debility and from certain chronic ailments are practically excluded, since they are not likely to become fathers. In the majority of cases the deaths will be due to accidents or illnesses of brief duration. The mere fact that the list of causes of death for these men is thus restricted means a sub-normal death rate; thus our estimate will err on the high side.

The children born posthumously suffer in most cases from an economic handicap, and will, therefore, tend to have a mortality in excess of normal. Hence, when one considers the proportion of posthumous orphans not at the moment of birth, but in later life, the actual figures will fall still more below our estimate of 5.2 per thousand.

While the method by which this result has been reached has plausibility, it is not a rigorous argument. A detailed and rigorous establishment of the result will be found in the Appendix p. 98.

Correction for puerperal orphans. — As already remarked, the formula given above does not correctly exhibit the orphanhood caused by puerperal deaths. This is at once apparent from the fact that the Table I exhibits, in columns (2) and (3) a zero per cent of orphans at age zero, whereas there should be a definite positive percentage. The reason, of course, is clear. The method of computation treats the deathrate of mothers as simply a function of their age, whereas in the case of a group of mothers who have had a child within a recent period, this fact markedly affects their deathrate, as distinguished from the general deathrate of women of the same age. An analysis which should fully take into account this fact would be complex and of little utility, since we should lack the statistical data to make numerical application. Moreover, it would at best yield results which for most ages of the child would not differ very greatly from those found as above. It is only in the first few years of life of the child,

when the mother has not long been further exposed to the ordinary risks of every day, that the correction for the special risk at the birth of the child is the dominant item and that its omission would give an altogether false picture. In view of all these facts an approximate method of correcting for puerperal deaths, even though not rigorous, is justified. Such a method will now be given. It consists of several steps as follows :

The Deathrate from Childbirth. — In a certain proportion of all cases the mother dies when a living child is born ; we may speak of such children as puerperal orphans.

We have no direct information regarding the proportion of such orphans among all live-born children, because statistics of deaths from puerperal causes do not distinguish between cases connected with livebirths, stillbirths, or no birth at all. We can however, obtain an estimate of the proportion of puerperal orphans as follows : In the United States, for example, the number of deaths from puerperal causes averaged 6.6 per 1,000 live births in the period 1915-1920 *. This way of stating the facts is somewhat confusing. It does *not* mean that the six puerperal deaths occurred among the mothers of the 1,000 liveborn babies. As a matter of fact they occurred largely at stillbirths, the puerperal mortality in these being about ten times greater ** than in livebirths. Thus if y is the puerperal deathrate per 1,000 livebirths, then $10 y$ is the puerperal deathrate per 1,000 stillbirths, and since, there are about 36 stillbirths per 1,000 livebirths, *** we must have

$$y + \frac{36 \times 10}{1000} y = 6.6$$

$$y = \frac{6.6}{1.36} = 4.9 \text{ per thousand}$$

or stating the facts in another way, the proportion of puerperal deaths attributable to livebirths, out of the total number of puerperal deaths, is $\frac{4.9}{6.6} = .743$.

* Prior to 1915 no federal reports on birthrates in the United States are available.

** Among full-time deliveries, the ratio is even more extreme, nearly 24 to 1. (*Maternal Mortality*, U. S. Department of Labor, Children's Bureau Publications No. 158 (1926) p. 26).

*** The range from 1918 to 1927 was 38 to 35 with an average of 36.

Puerperal Correction for Orphans at Age Zero. — The puerperal deathrate in live births is thus found to be about 4.9 per thousand, and hence among newly born babies about 4.9 per thousand are motherless. Here the correction to be made to the figures computed by the formula consists simply in adding this 4.9 per thousand to the figure zero which that formula gives for the orphanhood proportion at birth.

Puerperal Correction at Later Ages. — At later ages the correction is not so easily made. We cannot simply add 4.9 per thousand to the proportion of orphans computed by formula (I), because then we should be counting puerperal deaths twice over, once in this correcting term, and then again in the mortality inherent in the life table. It seems impracticable to make accurate correction for these double entries. However, for our purpose an approximate method suffices as follows:

In the first year of exposure of the mothers after a child is born there will practically never be a second exposure to the risk of child-birth *. Hence, having once allowed 4.9 deaths per thousand births among these women in the first year of exposure, we must not allow any further deaths from puerperal causes to enter our computation for these women. But, in computing the orphanhood by the use of the life table, we actually have credited these women in that first year of exposure with such puerperal deaths as are inherent in the life table. At age 28 (the mean age of the reproductive period) the puerperal deaths constitute 14.5 percent of all deaths among females, and, as shown above a fraction .743 of this, that is 10.8 percent, is attributable to births of live-born children. The total deathrate among females at age 28 is 6.7 per thousand per annum. Taking 10.8 percent of this we find .72 per thousand for the number of puerperal deaths attributable to live births which are contained in one year's life table deaths of women at this age. We should, therefore, deduct this number from the total obtained by the addition of the "life table orphans" ** plus the puerperal correction of 4.9 per thousand. Or, what amounts to the same thing, we should add to the "life table orphans" not 4.9 but $4.9 - .7 = 4.2$ per thousand children of age *one*.

* The case of twin births is here neglected.

** This term hardly needs explanation. It is used to denote the orphans computed from the life table without any correction for puerperal orphans.

For the second year of exposure of the mothers it is not fair to deduct the whole of the puerperal life table deaths attributable to births of live children, for in this second year a certain unknown proportion of these women will be exposed again to the risks of bearing a later child. In the absence of definite data we shall make the rough assumption that the puerperal risk in this second year is one-third of the corresponding full life table risk, that is, $\frac{1}{3} .72 = .24$ per thousand of children of age two. Hence we must deduct for the second year of exposure, not the whole .72 "life table orphans", but only $\frac{2}{3}$ of this, that is, .48. Thus the correction applicable in the case of orphans two years old is $.72 + .48 = 1.20$. Similarly in the third year of exposure we shall assume that the puerperal risk is $\frac{2}{3}$ of the corresponding full life table risk, so that our correction becomes $4.9 - .72 - .48 - .24 = 3.5$. After the third year of exposure we shall assume that the puerperal risk is simply the full life table risk, *i. e.* that a mother who has not had a child in three years, represents simply the general average, for a woman of her age, as regards risk of having a child. Hence the correction 3.5 for puerperal orphans will be maintained constant from this point on. It is understood that this is a somewhat rough approximation sufficient for our purpose.

In this way the figures shown in column (4) of Table I were obtained from those in column (3).

It is to be noted that the end-result of the puerperal correction is to increase slightly the total orphans above the number of "life table orphans". This is as it should be, for we are here dealing with a body of women *all* of whom are exposed at least once to the risk of childbirth, and who therefore would on this account alone have a deathrate somewhat above that of the general female population, including as it does, some women who never are exposed to this risk. It is true that there are certain compensating conditions, which probably more than counterbalance this circumstance, inasmuch as the non-puerperal deathrate of married women is probably lower than that of spinsters. We have no means of taking account of these compensating factors, and hence the total number of orphans at all ages found after correcting for puerperal deaths comes out a little higher than by the life table formula. This involves a slight error,

thinly spread over all ages. Without the correction for puerperal orphans we should have an error *concentrated at the early ages of life*, and seriously distorting the picture of orphanhood at those ages.

Influence of Fertility upon Frequency of Orphanhood: Effect of Change in Amplitude only of Age-Specific Fertility Curve. — According to the short formula for the percentage of orphans at age a ,

namely, $1 - \frac{Ia + v}{lv}$, it appears that this percentage is independent

of any changes in the fertility (size of families), of the population, provided only that the average age of the parents at the time their children are born is unchanged. In other words, if the curve of the specific fertility is changed *merely in amplitude, but not in form*, there will be (according to the short formula) no resulting change in the percentage of orphanhood at a given age. This result is not *strictly true*; but the figures shown in Table I columns 2, 3 and 5, of which the last two have been computed by the more exact argument set forth in Appendix p. 82, show that with the actually observed fertility (column 3) and with a fertility 16 percent in excess of the actual (column 5), the difference between the computations by the short formula or by the more exact argument are quite negligible when *only the amplitude, not the form* of the age-specific fertility curve is changed, within any range likely to occur in any actual population. The analytical explanation and proof of this fact will be found in Appendix p. 94.

Effect of Change in Contour of Age-Specific Fertility Curve. — The case is somewhat different when not only the amplitude, but also the general contour or profile of the age-specific fertility curve is altered. So, for example, a computation has been made to represent the orphanhood situation in England and Wales in the decade 1871-1880. Here no direct data for the age-specific fertility, that is, the maternity frequency $m(a)$ at age a , were available, and it became necessary to construct a hypothetical $m(a)$ curve. This was done on two different bases, namely, (1) using the figures for England and Wales as observed in 1921, and enhancing them in constant proportion to give the rate of increase observed in 1871-1880; and (2), using as base the figures for $m(a)$ in the United States, 1920, similarly enhanced to give the rate of increase observed in England and Wales in 1871-1880. The two fundamental $m(a)$ curves, *i. e.*, 1921 England and Wales, and 1920 United States, are shown in Figure 2. It will be seen that the English curve is situated generally at a later period

of life (the mean age of the mother at the birth of the children is 30.2 as against 28.6 in the United States), and rises somewhat higher at its peak than the American curve, for a given rate of increase. This

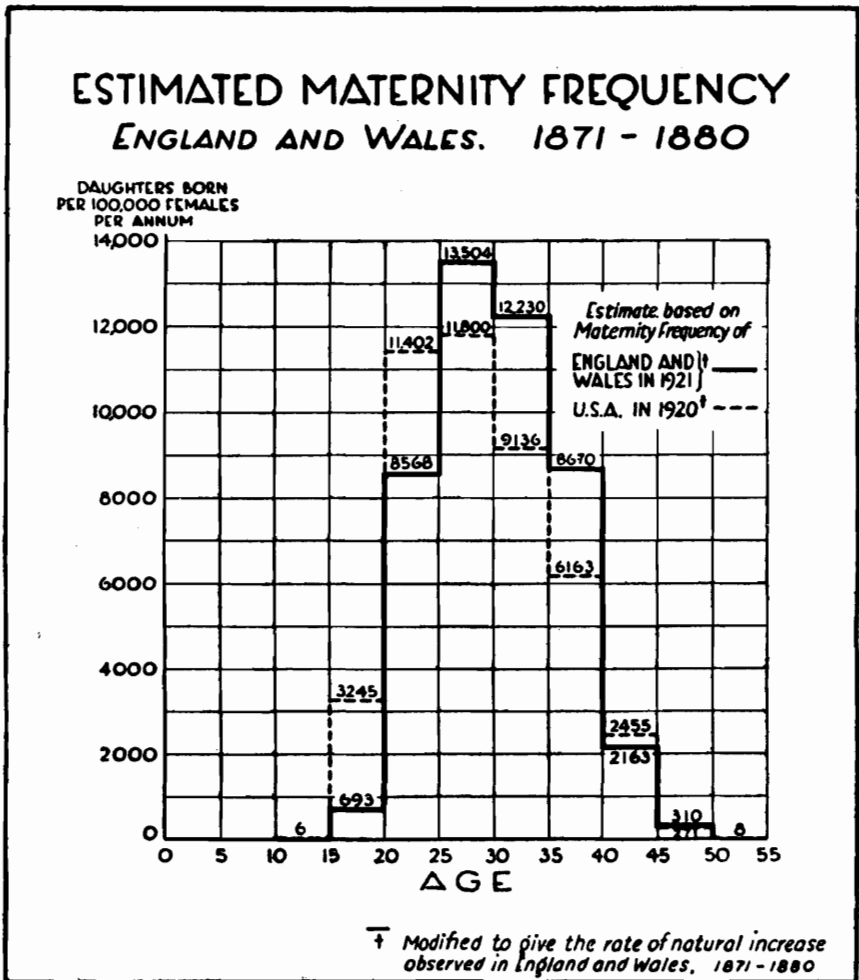


FIG. 2.

difference is not without some effect on the computed orphanhood figures; upon the orphanhood figures at a given age the effect is not, however, very marked (seen from Table I, columns 11 and 12 and Figure 3), especially for orphanhood in childhood and adolescence,

which is the only part of orphanhood * of common practical interest.

Orphans Under Specified Age as Affected by Fertility — The proportion of orphans *under* a given age will, of course, be affected by *any* change in fertility, *i. e.*, in the shape, or in the amplitude, of the age-schedule of maternity frequency, since any such change alters

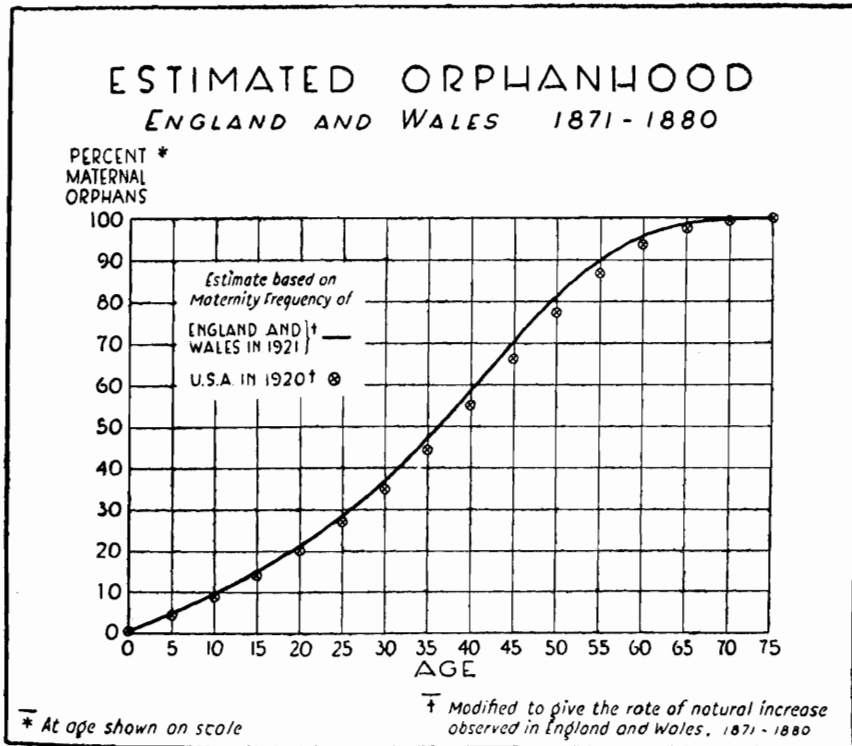


FIG. 3.

the age distribution in the population, and hence the weighting of the several ages or age groups in the cumulation of orphans at the several ages of life. This effect is exhibited in Table II. The figures in columns 4 and 5 show the effect of changing only the *amplitude*

* The extension, in this study, of the term "orphan" to persons of any age, who have lost a parent, hardly calls for special justification. In common parlance, of course, the term is restricted to designate persons in the early ages of life, though no definite line of demarcation is drawn.

of the fertility curve, leaving its shape unchanged. The figures in Table II, columns 11 and 12, on the other hand, show the effect of a difference in the shapes of two fertility curves, the amplitudes of the two being so adjusted as to give the same resultant rate of natural increase. It will be seen that, increasing the amplitude only (so as to produce a more rapid rate of growth of the population) results in a lower percentage of orphans *under* a given age, especially for the aggregate of persons up to higher ages. For the lower ages (which are of principal interest) the effect is slight. The comparison regarding the change of *shape* of the fertility curve shows a higher percentage of orphans *under* a given age with that curve which has its peak at the later age, for a given rate of natural increase.

Proportion of Orphans in Population. — One point should here be made quite clear. So far, in speaking of the *proportion* of orphans at or under a given age we have referred to the proportion of these *among children* of corresponding ages. But another figure of distinct interest is the proportion of orphans of specified age *in the total population of all ages*. This proportion will, of course, be markedly affected by any circumstance that increases the proportion of *children* in the population. That is, other things equal, the proportion of orphans in the total population will be greater in the more rapidly increasing population.

Size of Families as a Factor in the Orphanhood Problem. — Another important fact is that greater fertility, other things equal, means larger families. Hence in particular, *orphaned* families also will tend to be larger, and surviving widowed parents will be put to so much greater strain in continuing to provide for their family, even though the proportion of orphans *among children of a given age* is not affected when families with parents surviving are increased in size at the same time as the orphaned families.

Effect of Prolongation of Life upon Frequency of Orphanhood. — In order to ascertain what must be the effect, upon orphanhood frequency, of the modern upward trend in the mean length of life, or more generally, of a modification in the life table, a duplicate set of computations was carried out, firstly, using for the maternity frequency and for the probability of living to a given age the data actually observed in the United States in 1920; and, secondly, keeping the maternity frequency unchanged, but combining with this the United States life table for 1901. The results are shown in Table I, columns 4 and 6 and Figure 4. It will be seen that the more recent

life table, with its prolonged lives, results in a lesser proportion of orphans both *at* each age, and also *under* each age of life and this in spite of the fact that relatively more children survive ; that is, the saving of life has been chiefly at the earlier ages.

Comparison of the Proportion of Paternal and Maternal Orphans.

— In normal times, such as represented essentially by the figures here set forth for the United States, there will always be an excess of

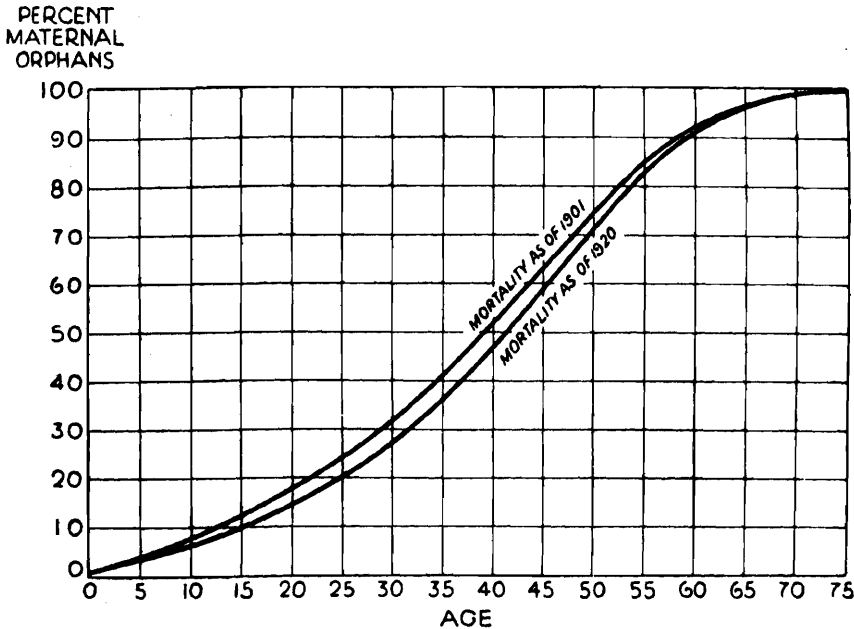


FIG. 4. — Influence of Decreasing Mortality on Orphanhood among Persons of Given Age, U. S. White Population, Fertility as of 1920.

paternal over maternal orphans, and this for two reasons : firstly, because husbands are on an average somewhat older than wives ; and secondly, because men have at nearly all ages of life a somewhat greater mortality (lesser expectation of life) than women. There are accordingly, more widows than widowers, and more paternal than maternal orphans. These facts are plainly brought out in Table I, columns 4 and 8 and in Figure 5, which show side by side, for comparison, the proportion of paternal and of maternal orphans computed for the United States, 1920.

Absolute Orphans. — Having found the proportion of maternal and of paternal orphans at each age, we can easily compute the pro-

portion of *absolute* or bi-parental orphans (*i. e.* children who have lost both parents), if we assume that the probability of the surviving parent dying is a function merely of his or her age (*i. e.* q_x as given in the life table). For then the probability of a child having lost both father and mother is simply the product of the probability of its having lost its father multiplied by the probability of its having

PERCENT ORPHANS

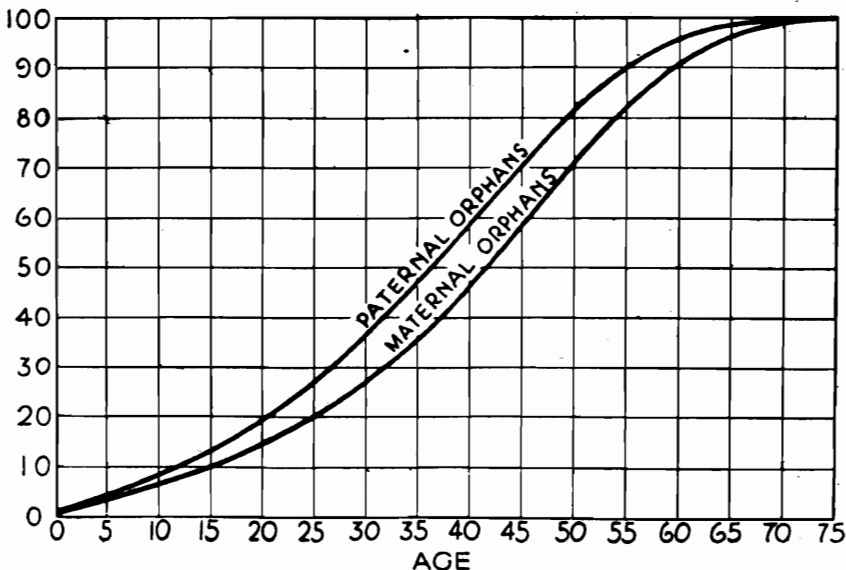


FIG. 5. — Comparison of Frequency of Paternal and Maternal Orphanhood among Persons of Given Age: U. S. 1920, White Population.

lost its mother. On this supposition up to age seventeen, the results shown in Table I, column 9 were obtained.

This assumption, however, that the probability of dying for one of a pair of parents is independent of the prior death of the other, is neither warranted in theory, nor borne out by observation, where such observation is available. There is, in fact, a very material correction factor needed to apply to the figures computed on the assumption of independent probabilities, as we shall see in a later section in considering the statistics for England and Wales 1921, where the requisite data are available for orphans one year to fourteen years of age. It is uncertain how much the corresponding factors in the United States might differ from those in England and Wales. But,

for want of better data, the English factors have been applied to the American figures, with the results shown in Table I, column 10.

Aggregate of Orphans in the Population of the United States. — In the appended diagram (Figure 6) in each of the three panels, the upper broken line represents the population, reduced to a basis of 100,000 and plotted according to the *observed* age distribution. The smooth line running through this broken line is the graph of the fixed or "Malthusian" * age distribution corresponding to the rate of natural increase and the mortality observed in the white population of the United States in 1920. The smooth hat-shaped curve below is the plot of the age distribution of the orphans, obtained by applying to the *computed* (smooth) age distribution of the population the percentage of orphans characteristic of each age, as determined by the methods described above. The corresponding stepped curve, computed on the basis of the observed population, is not shown, because, on the scale of the drawing it would, at the early ages of life, which are of prime interest, almost coincide with the smooth curve. The corresponding numerical data, up to age 15, will be found in Table III below. The diagram is divided into three panels, of which the first exhibits the white female maternal orphans and the white female population. The second panel exhibits the white male paternal orphans and the white male population. The third panel exhibits the white absolute orphans and the white population of both sexes **.

It will be seen from the numerical data set forth in Table III that for ages up to fifteen years the same general picture is obtained, whether we compute on the basis of the observed or on that of the Malthusian age distribution. In round numbers the proportion of absolute orphans of both sexes, under fifteen years of age, is 2.5 per thousand of the total population.

The figures shown in Table III and Figure 6 are per 100,000 of the white population of the specified sex. Corresponding figures for the actual numbers of population are shown in Table IV. From this we gather that in the total white population of the United States in 1920, numbering 94,820,915 persons, there were, in round numbers,

* The formula for this age distribution is given in equation (18 a) pag. 80; particular attention should also be given to the footnote on page 81 and to the section on Malthusian age distribution on page 102. For bibliography see pp. 81, 82, 83.

** Uncorrected for correlation between the probability of death of husband and wife. — This correction would barely show on the scale of the drawing.

ORPHANHOOD UNITED STATES

WHITE POPULATION-1920

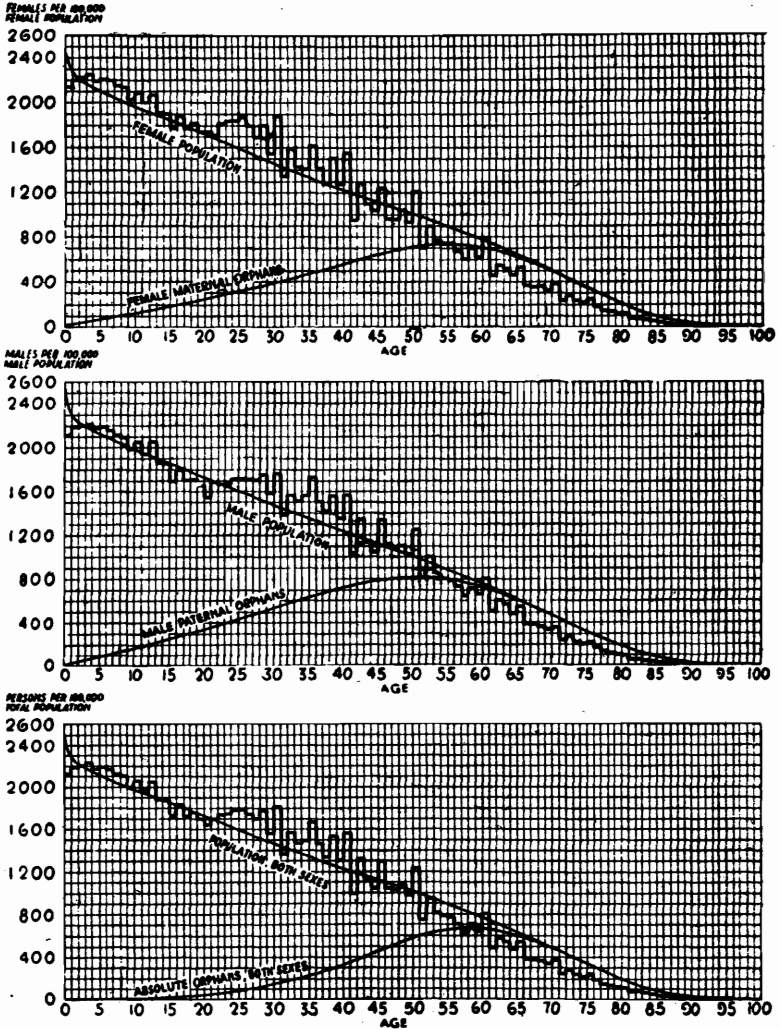


FIG. 6.

TABLE III. — *Orphans of Specified Sex per 100,000 of Population of Same Sex, United States 1920 (White).*

(a) *In population with observed age distribution.*

(b) *In population with Malthusian age distribution.*

Age	Female Maternal		Male Paternal		Absolute*	
	Actual	Malthusian	Actual	Malthusian	Actual	Malthusian
0-1	16.5	18.0	18.4	20.7	1.5	2.0
1-2	29.6	30.1	34.7	35.9	2.6	3.0
2-3	43.6	42.8	51.0	51.4	3.5	3.3
3-4	58.6	55.8	68.0	66.9	4.9	4.9
4-5	71.4	68.9	83.3	82.3	6.3	6.1
5-6	87.2	82.0	101.4	97.9	7.9	7.8
6-7	101.7	95.0	117.5	113.4	10.5	10.2
7-8	114.4	107.6	133.0	129.0	13.0	12.7
8-9	128.4	120.1	149.7	144.8	16.7	15.9
9-10	136.-	132.7	160.7	160.7	20.2	20.1
10-11	155.6	145.2	183.8	176.7	25.5	23.9
11-12	163.6	157.4	193.4	193.0	28.7	28.1
12-13	184.5	169.4	222.9	209.2	35.7	33.2
13-14	184.6	181.3	221.6	225.6	38.2	38.3
14-15	198.4	193.3	243.3	242.6	44.7	44.1
Under 1	16.5	18.0	18.4	20.7	1.5	2.0
» 2	46.1	48.1	53.1	56.6	4.1	5.0
» 3	89.7	90.9	104.1	108.0	7.6	8.3
» 4	148.3	146.7	172.1	174.9	12.5	13.2
» 5	219.7	215.6	255.4	257.2	18.8	19.3
» 6	306.9	297.6	356.8	255.1	26.7	27.1
» 7	408.6	392.6	474.3	468.5	37.2	37.3
» 8	523.0	500.2	607.3	597.5	50.2	50.0
» 9	651.4	620.3	757.0	742.3	66.9	65.9
» 10	788.0	753.0	917.7	903.0	87.1	86.0
» 11	943.6	898.2	1101.5	1079.7	112.6	109.9
» 12	1107.2	1055.6	1294.9	1272.7	141.3	138.0
» 13	1291.7	1225.0	1517.8	1481.9	177.0	171.2
» 14	1476.3	1406.3	1739.4	1707.5	215.2	209.5
» 15	1674.7	1599.6	1982.7	1950.1	259.9	253.6

* Corrected for correlation between probability of death of husband and wife.

TABLE IV. — *Estimated Number of Orphans in the White Population of the United States, 1920, for Each Year of Age Under 17.*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Age	White Population			Paternal Orphans *			Maternal Orphans *			Absolute Orphans *		
	Total	Males	Females	Total	Male	Female	Total	Male	Female	Total	Male	Female
All Ages	94,820,915	48,430,655	46,390,260	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0-17	33,212,977	16,781,622	16,431,355	2,391,260	1,205,643	1,185,617	1,963,550	990,096	973,455	348,481	175,467	173,014
0-1	2,017,767	1,023,270	994,497	17,554	8,902	8,652	15,537	7,879	7,658	1,412	716	696
1-2	2,078,537	1,055,446	1,023,091	33,049	16,782	16,267	27,852	14,143	13,709	2,495	1,267	1,228
2-3	2,094,108	1,062,192	1,031,916	48,583	24,643	23,940	41,044	20,819	20,225	3,351	1,700	1,651
3-4	2,118,455	1,070,440	1,048,015	65,037	32,863	32,174	54,868	27,724	27,144	4,661	2,355	2,306
4-5	2,065,054	1,049,366	1,015,688	79,298	40,296	39,002	67,320	34,209	33,111	5,988	3,043	2,945
5-6	2,084,994	1,057,118	1,027,876	96,743	49,050	47,693	81,941	41,545	40,396	7,506	3,806	3,700
6-7	2,064,671	1,042,210	1,022,461	112,524	56,800	55,724	95,181	48,046	47,135	9,911	5,003	4,908
7-8	2,022,485	1,022,149	1,000,336	127,214	64,293	62,921	107,192	54,174	53,018	12,337	6,235	6,102
8-9	2,004,818	1,011,038	993,780	143,545	72,390	71,155	120,088	60,561	59,527	15,838	7,987	7,851
9-10	1,910,277	966,690	943,587	153,586	77,722	75,864	128,180	64,865	63,315	19,103	9,667	9,436
10-11	1,962,245	991,896	970,349	175,817	88,874	86,943	145,795	73,698	72,097	24,135	12,200	11,935
11-12	1,873,679	943,527	930,552	185,682	93,594	92,178	152,704	76,897	75,807	27,168	13,681	13,487
12-13	1,952,691	990,760	961,931	212,453	107,795	104,658	173,595	88,079	85,516	33,781	17,140	16,641
13-14	1,788,923	901,270	887,653	212,703	107,161	105,542	172,452	86,882	85,570	36,137	18,206	17,931
14-15	1,791,784	907,697	884,087	232,216	117,638	114,578	186,345	94,400	91,945	42,286	21,422	20,864
15-16	1,641,105	819,265	821,840	230,740	115,189	115,551	183,968	91,840	92,128	45,951	22,939	23,012
16-17	1,741,384	867,288	874,096	264,516	131,741	132,775	209,488	104,335	105,154	56,421	28,100	28,321

* See footnote to Table I.

Note: The figures in this table are obtained by forming the product, at each age, of the percentages shown in Table I, columns (2), (6), (8) and the corresponding population figures shown in columns (3) and (4) of this table.

1,964,000 maternal orphans of both sexes under seventeen years of age, 2,391,000 paternal of both sexes and 348,000 absolute orphans. In all 4,007,000 orphans*.

Effect of Prolongation of Life upon the Aggregate of Orphans in the United States, Mortality as of 1901 and 1920 compared. — In a previous section we discussed the effect of prolongation of life upon the frequency of orphanhood. Since we have just been considering the actual aggregate of orphanhood in the United States, it becomes now of interest to inquire into the saving effected in the aggregate orphanhood as it actually existed in 1920, as compared with the number of orphans that would have been present in the same population had it still been subject to the mortality as of 1901. Computations with this in view were carried out, first on the basis of the life table** for 1901, and second on the basis of that for 1920, applied in both cases to the 1920 white population. The numerical results are shown in Table V. It is thus that we reached the conclusions mentioned in the introduction, and which we now repeat with some greater detail.

In the year of the last census for which data are as yet completely available, 1920, with a total white population of ninety five million persons, there are found by computation to have been 4.15 million orphans of both sexes under the age of seventeen years. Of these 2.16 millions had lost their father only, 1.62 millions had lost their mother only, and 370,000 had lost both parents. What has been the result, on our national orphanhood of the decrease in mortality in the recent decades? The answer is to be given in the following terms: Had the age schedule of mortality as of 1901 continued in operation until 1920, then the total number of orphans in the white population

* As here stated, the figures for maternal and for paternal orphans each contain also the absolute orphans. Thus the total orphans are found by adding maternal plus paternal and deducting absolute.

** In this case it was necessary to use life tables for the Original Registration States as of 1901, in dealing both with 1901 and with 1920, in order to preserve a uniform basis for comparison. As the result of this, the figures cited below in this section for orphans computed on the basis of 1920 differ somewhat from those recited in the preceding paragraph. The differences are not large, and it should here be remembered that our purpose is to make a comparison. In forming the difference between the figures for 1901 and 1920 the effect of basing the computation on the mortality in the Original Registration States as of 1901 instead of the Registration States as of 1920, will largely cancel out so that the figure found for the gains is not seriously affected by this minor change in our standard.

would have been 4.67 millions, and of these 2.44 millions would have lost their father only, 1.75 millions would have lost their mother only and 485,000 would have been left wholly orphaned. Thus the improvement in mortality may be said to have saved about half a million children from partial or complete orphanhood.

TABLE V. — *Saving in Orphans under 17 Years of Age By Improvement in Mortality in 1920 over 1901. United States White Population.*

Condition of Orphanhood	1901	1920		Savings 1901 to 1920	
	Life Table: Original Reg. States	Life Table: Reg. States of 1920	Life Table: Original Reg. States	Life Table: Reg. States of 1920	Life Table: Original Reg. States
Father only dead .	2,438,520	2,042,779	2,160,422	395,741	278,098
Mother only dead .	1,749,203	1,615,069	1,617,192	134,134	132,011
Both parents dead	485,295	348,481	371,942	136,814	113,353
Total . . .	4,673,018	4,006,329	4,149,556	666,689	523,462

Orphanhood at Advanced Ages. — The term "orphan" is commonly restricted to apply to minors. In the case of adults the interest is rather in the complement of orphanhood, that is, it is of interest to know what percentage of persons of mature years still have one or both parents living. The following Table VI computed essentially by the methods indicated in previous sections, shows, for persons at decennial ages from 30 years to 60 years, the percentage of those who still have a mother, a father, or both parents living. In presenting these figures it must, however, be expressly pointed out that they have been computed on the basis of the life table as of 1919-20, whereas the older persons in the existing populations are the survivors from an earlier regime with higher mortalities. Our estimates will accordingly tend to err on the side of undue optimism. With this reservation in mind the figures in the following Table VI may be studied.

The facts presented in Table VI have a certain interest merely as a statistical curiosity. But they also have a very definite practical significance in relation to the problem of dependency of parents in the later years upon their children.

TABLE VI. — *Survival of Parents of Offspring of Specified Ages.*
United States White Population, 1920.

Age of offspring	Mother only living Percent	Father only living Percent	Mother and father both living Percent
30	26.34	17.19	46.79
40	31.52	19.14	22.41
50	23.84	13.17	5.46
60	8.86	3.94	.40

THE ANNUAL ACCESSION OF NEW ORPHANS.

An estimate of the annual accession of new orphans can be obtained by two alternative methods, as set forth in detail in the appendix, page 103. For our present purpose, we will restrict ourselves to the following method :

We determine first the average number of living children of a woman of specified age. We then apply these averages to the actual deaths of women classified by age. The details of the process are described below :

Average Number of Living Children of a Cohort of Women of Specified Age. — Consider a cohort of women of age n at the present time ; a years ago they were $(n - a)$ years old and were reproducing at a rate $m(n - a)$ children per annum. The survivors of these children are now a years old, so that a fraction l_a of all those originally born, survive to the present ; that is, there survive $m(n - a) l_a$ such children, out of the $m(n - a)$ born of this cohort of mothers a years ago.

To find the total number of such surviving children of all ages between zero and 17 years, we must sum all such terms as $m(n - a) l_a$ formed by successively giving a all the values from 0 to 17, or more exactly, in terms of the integral calculus, we form the integral

$$\int_0^{17} m(n - a) l_a da \quad (3)$$

This was carried out numerically with the results shown in column (2) of Table VII :

TABLE VII. — *Annual Accession of New Maternal Orphans.*
United States White Population, 1927.

(1)	(2)	(3)	(4)
Age of Mother at Death	Number of Surviving Children Under 17 per White Female *	White Female Deaths, 1927	(2) × (3) New Maternal Orphans
15-1905551	11021	611
20-2451297	15028	7709
25-29	1.20940	15798	19106
30-34	1.79175	17125	30684
35-39	1.96375	19169	37643
40-44	1.55234	20853	32371
45-4995784	24126	23108
50-5446197	29007	13400
55-5913910	33530	4664
60-6401647	40241	663
65-6900056	49183	27
Total			169986

* This is an inclusive figure comprising all women of specified age, *i. e.* the children are distributed to the general female population, regardless of individual motherhood.

In the table above, there is also shown in columns (3) and (4) the white female deaths in the United States * in 1927, classified by age, and the product formed by multiplying these deaths by the "number of surviving children per white female". This gives then 170,000 as the number of new maternal orphans arising in 1927 from the deaths of these mothers, on the assumption that these children survived in accordance with the 1919-1920 life table, and that birth

* Obtained by multiplying the deaths in the Registration Area by the factor 1.2020, to convert the white female population of the Registration States as of 1920 in 1927 into the total white female population of the United States. The corresponding factor for white males was 1.2099.

took place in accordance with the age schedule of maternity frequency for white women as of 1920. Since we are dealing with children of age 0 to 17 in 1927, this assumption (made primarily for reasons of convenience) is essentially satisfactory, as the year 1920 falls near the center of the period of years 1910 to 1927 during which these children were born.

A similar computation was made for paternal orphans, with the results shown in Table VIII below *. It will be noted that the annual number of new paternal orphans is over a quarter of a million, and by over 80,000 in excess of the new maternal orphans.

TABLE VIII. — *Annual Accession of New Paternal Orphans, United States White Population, 1927.*

(1)	(2)	(3)	(4)
Age of Father at Death	Number of Surviving Children Under 17 per White Male *	White Male Deaths, 1927	(2) × (3) New Paternal Orphans
15-1900570	12624	72
20-2417998	15237	2743
25-2972972	15907	11608
30-34	1.34334	18811	25270
35-39	1.79180	24418	43753
40-44	1.75316	28465	49904
45-49	1.35602	33044	44809
50-5489480	39492	35337
55-5949794	45997	22903
60-6422802	52826	12046
65-6908316	61017	5074
70-7402543	59155	1504
75-7900568	50868	288
Total			255311

* This is an inclusive figure comprising all men of specified age, *i. e.*, the children are distributed to the general male population, regardless of individual fatherhood.

* For a detailed statement of the manner in which the age schedule of paternity frequency was determined, see Appendix page 100.

ORPHANHOOD IN ENGLAND AND WALES.

Statistics relating to orphanhood are available in more complete form for England and Wales than for the United States. For the year 1921 the Government of the United Kingdom has published tables showing, for each year of life up to age 14, the number of maternal orphans, paternal orphans, and absolute orphans in the population. There is also a life table for the year 1921, and a separate life table for married women between the ages of 16 and 85. For these reasons the discussion which here follows, of the conditions of orphanhood in England and Wales, will differ in several respects from that presented above regarding the United States. In certain respects the case can be studied more completely; it is particularly gratifying to have observational data with which to compare the results of computations. On the other hand, the War has far more seriously disturbed the normal relation between demographic characteristics of the population in England — the disturbance in our own country is negligible — and this introduces certain special effects which will be noted in due course.

The study of the orphanhood situation in England and Wales naturally splits up into two parts, the one being essentially an analysis of the direct statistical data available on orphanhood; the other a synthetic treatment similar in general character to that already presented for the United States, starting from such fundamental data as the age schedule of mortality and fertility, and leading up to orphanhood as a derived result.

ANALYTIC TREATMENT.

The results of an analysis of the published figures are not very satisfactory. Certain relations which might be expected *a priori* to exist between the demographic data are actually found to be followed at best in very coarse approximation. A brief note regarding these will, therefore, suffice. If it serves to point out the need of certain additional data or greater care in registration, it will have fulfilled a useful purpose.

Let us examine first of all the figures for the children under one

year of age. From Table IX column 2, we find that the total of such children, with data regarding parents available, was 785,852. The corresponding number of mothers is somewhat less on account of multiple births *, namely, 776,422. Now from deaths in child-birth alone there would be expected about $776422 \times .00408 \times .75 = 2376$ ** orphans among the children of these mothers (even making no allowance for twins). The total number of orphans actually recorded is 3382, leaving a balance of only $3382 - 2376 = 1006$ orphans resulting from death of mothers by non-*puerperal* causes, in the course of one-half year, this being the average exposure of the mothers of children under one year old, since the birth of these children. This would correspond to an annual deathrate of mothers, from non-*puerperal* causes, of 2.6 per thousand, which is evidently too small a figure. The average age of women having a child, in England and Wales, is about 30 years, and at this age the annual deathrate from all causes is about 3.9 per thousand. About 86.5 percent of this is from non-*puerperal* causes, that is, 3.4 per thousand. The discrepancy between this and the figure of 2.6 computed as indicated above seems too large to be ascribed to ordinary error of sampling.

Similar computations carried out for the children of older ages also give unsatisfactory results. For those of more advanced age the number of orphans recorded falls systematically below the computed numbers. For this a rational explanation exists in the fact that a certain proportion of these older children have acquired step-parents and are not recorded as orphans.

The examination of the figures in this way brings out the fact that better information would be desirable on the following points:

1. Errors of registration; these should be reduced to a minimum.
2. Differential deathrates of orphans as compared with other children.
3. Acquisition of step-parents.
4. Relation between *puerperal* deaths *per* 1,000 live births, and *puerperal* deaths actually occurring *with* 1,000 live births.

* These were assumed to be 1.2 percent of all live births, the figure observed in the United States. An approximate correction here suffices.

** The annual deathrate from all *puerperal* causes in England and Wales 1920-21 was 4.08 *per* thousand live births. As shown on page 46, it is estimated that about 75 percent of these *puerperal* deaths occurred *with* live births, so that $4.08 \times .75$ is the *puerperal* deathrate actually causing orphanhood.

TABLE IX. — *Orphanhood in England and Wales, 1921. Data Based Directly on Census Observations.*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Age	Children with Data Regarding Parents	Number of Births Corresponding to Children in Col.(2) Col.(2)×.988*	Total Absolute Orphans	Total Maternal Orphans **	Total Paternal Orphans **	Percent Absolute Orphans	Percent Maternal Orphans **	Percent Paternal Orphans **	Percent Expected*** Absolute Orphans Cols. (8) × (9)	Ratio for Absolute Orphans Observed **** Expected Cols. (7) ÷ (10)
0-15	10,362,244	10,237,897	55,245	316,339	786,090					
0-1	785,852	776,422	332	3,382	7,541	.042	.430	.960	.004	10.230
1-2	816,506	806,708	533	5,379	13,508	.065	.659	1.654	.011	5.989
2-3	544,211	537,681	837	7,048	19,780	.154	1.295	3.635	.047	3.267
3-4	529,227	522,876	1,170	9,088	25,000	.221	1.717	4.724	.081	2.725
4-5	603,310	596,070	1,607	11,968	36,124	.266	1.984	5.988	.119	2.242
5-6	647,579	639,808	2,091	14,765	45,577	.323	2.280	7.038	.160	2.012
6-7	699,558	691,163	2,915	18,473	57,266	.417	2.641	8.186	.216	1.928
7-8	716,809	708,207	3,430	21,519	61,932	.479	3.002	8.640	.259	1.845
8-9	713,052	704,496	3,874	23,694	63,833	.543	3.323	8.952	.297	1.826
9-10	702,427	693,998	4,543	26,038	65,920	.647	3.707	9.385	.348	1.859
10-11	707,463	698,973	5,093	28,394	69,423	.720	4.014	9.813	.394	1.828
11-12	720,078	711,437	5,840	31,802	73,914	.811	4.416	10.265	.453	1.789
12-13	732,329	723,541	6,925	36,004	78,954	.946	4.916	10.781	.530	1.784
13-14	734,055	725,246	7,655	38,487	82,828	1.043	5.243	11.284	.592	1.763
14-15	709,788	701,271	8,400	40,298	84,490	1.183	5.677	11.904	.676	1.751

* This allows for 1.2 percent of all births being multiple births. The figure 1.2 percent is taken from U. S. birth statistics, 1918-1924. Since this adjustment is small, it may be applied to England and Wales.

** Including absolute orphans.

*** Expected on hypothesis that death of father and mother can be treated as independent events.

**** The figures in this column were computed with the retention of more decimals than are actually shown in columns (7), (8), (9), (10), from which the figures shown in this column are derived.

Comparison of Observed Maternal and Paternal Orphanhood. — Even under normal conditions, paternal orphans are in excess of maternal, owing to the later marriages and higher mortality of the male as compared with the female of our species. In the case of England and Wales the contrast is, of course, very greatly exaggerated through the depletion of the male population by the World War. This is very plainly evident in the figures of Table X columns 2 and 5, and in the corresponding graph Figure 7.

Absolute Orphans. — A special interest attaches to the figures for absolute orphans, and this is true not only for obvious practical reasons, but also on theoretical grounds. If the probability of a child losing its mother were independent of the survival, or the prior death, of the father, and vice versa, then we should expect (within the limits of errors of sampling) that the frequency of absolute orphanhood at each age of life should be the product of the frequencies of maternal and of paternal orphanhood at that age. In Table IX column (10) are shown percentages of absolute orphans that would be *expected* on this simple hypothesis. In column (7) the actually *observed* percentages are shown, for comparison. It will be seen that the *actual* are far in excess of the *expected* percentages. Even at age fourteen the correcting factor is as high as 1.75, and it increases regularly as we descend the age scale, until, for children under one year old who have lost both parents, we find that absolute orphans are over ten times more frequent than they would be if prior death of one parent had no influence on the probability of the second parent also dying.

The seriousness of the implication cannot be overlooked. Father and mother live in similar circumstances. Since death of both parents in close succession has been found to occur much more frequently than would correspond to the combined occurrence of two independent events, it follows that where both have died in the same year, this is, in most cases, a symptom either of unhealthy conditions or of severe economic stress in the home. When an interval of two, three or more years intervenes between the death, of the two parents, the situation is presumably somewhat less extreme, and may, in fact, have been normal at the time of the death of the first parent. The stresses of which the figures here give evidence are probably in a large measure the result of the death of the first deceased parent. It lies in the nature of things, as already pointed out, that in the majority of cases this will be the father, the breadwinner.

The excess of the *actual* over the *expected* frequency of absolute

orphans is, of course, only another expression — but a very telling one — of the well known excess mortality of widows and widowers as compared with the married population for a given age *.

SYNTHETIC TREATMENT.

The general method followed in the synthetic study of orphanhood in England and Wales was essentially the same as that applied to the case of the United States, and it is, therefore, unnecessary to repeat here in detail the method of procedure.

The fundamental data on which the synthetic treatment was based are as follows :

Mortality : English Life Table No. 9, relating to the years 1920, 1921 and 1922.

Fertility : (a) *Females*. — The number of legitimate children, of both sexes, born in the year 1921 per married woman, in quinquennial age groups, is given in the Statistical Review of England and Wales for the year 1922 (published 1925) p. 138. The mean age of the fertility curve of females (maternity frequency curve) for England and Wales, according to these data, is 30.2 years. The corresponding figure for males is 33.6 years. To compute orphanhood by the short formula $1 - \frac{l_a + v}{l_w}$, this is all the information required regarding the fertility curve. For further details regarding the fertility curve for England and Wales, as it enters into the computation by the more exact argument, see Appendix page 100.

Fertility : (b) *Males*. — The data regarding males were obtained from the Census of England and Wales 1921, volume on Dependency, Orphanhood and Fertility, p. 241.

From these fundamental data the various derived demographic characteristics for England and Wales were computed essentially according to the principles and in the manner already described for the United States.

Maternal Orphans. — The results of the computation ** of the

* The excess of absolute orphans may be in part apparent, and due to more complete recording of absolute, as compared with half-orphans, owing to the greater urgency of absolute orphanhood. Also half-orphans may acquire a steep-parent, while absolute orphans cannot.

** The computations in this and following sections were actually carried out by the exact formula given in the Appendix, but the results would differ very little if the short formula had been used.

TABLE X. — *Orphans at Specified Ages as Percent of Total Children of Same Age, England and Wales, 1921. Observed and Computed Compared **.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Age	Paternal Orphans			Maternal Orphans			Absolute Orphans		
	Observed	Computed	Difference	Observed	Computed	Difference	Observed	Computed**	Difference
0-1	.96	.71	.25	.43	.48	-.05	.04	.03	.01
1-2	1.65	1.30	.35	.66	.85	-.19	.07	.06	.01
2-3	3.63	1.90	1.73	1.30	1.25	.05	.15	.07	.08
3-4	4.72	2.53	2.19	1.72	1.67	.05	.22	.11	.11
4-5	5.99	3.18	2.81	1.98	2.11	-.13	.27	.16	.11
5-6	7.04	3.87	3.17	2.28	2.57	-.29	.32	.20	.12
6-7	8.19	4.58	3.61	2.64	3.03	-.39	.42	.27	.15
7-8	8.64	5.32	3.32	3.00	3.52	-.52	.48	.35	.13
8-9	8.95	6.10	2.85	3.32	4.01	-.69	.54	.44	.10
9-10	9.38	6.91	2.47	3.71	4.53	-.82	.65	.58	.07
10-11	9.81	7.76	2.05	4.01	5.06	-1.05	.72	.71	.01
11-12	10.26	8.65	1.61	4.42	5.61	-1.19	.81	.88	-.07
12-13	10.78	9.58	1.20	4.92	6.19	-1.27	.95	1.05	-.10
13-14	11.28	10.56	.72	5.24	6.80	-1.56	1.04	1.27	-.23
14-15	11.90	11.59	.31	5.68	7.43	-1.75	1.18	1.51	-.33

* "Computed" based on English Life Table No. 9, and age schedule of fertility as set forth in Table XV, column (9), page 101 B.

** The "computed" figures were obtained as the product of the figures in columns (3) and (6), multiplied by the age-specific correcting factor for correlation between probability of death of husband and wife found in the observed figures. See page 67, section "Absolute Orphans".

percentage of orphans at ages 0 to 15 are shown in Table X column 6, and are exhibited as a smooth curve in the first panel of Figure 7, together with the observed figures as a stepped curve. It will be noted that up to about age seven there is rather close agreement between the calculated and the observed figures. From age seven to fifteen there is still a rough agreement, but increasing divergence.

TABLE XI. — *Number of Orphans, England and Wales, 1921, Observed and Computed Compared.*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
Age	Total Children with Data Regarding Parents	Paternal Orphans			Maternal Orphans			Absolute Orphans		
		Observed	Computed	Difference	Observed	Computed	Difference	Observed	Computed *	Difference
0-15	10,362,244	786,090	593,501	192,589	316,339	386,746	-70,407	55,245	54,647	598
0-1	785,852	7,541	5,580	1,961	3,382	3,772	-390	332	236	96
1-2	816,506	13,508	10,615	2,893	5,379	6,940	-1,561	533	490	43
2-3	544,211	19,780	10,340	9,440	7,048	6,803	245	837	381	456
3-4	529,227	25,000	13,389	11,616	9,088	8,838	250	1,170	582	588
4-5	603,310	36,124	19,185	16,939	11,968	12,730	-762	1,607	965	642
5-6	647,579	45,577	25,061	20,516	14,765	16,643	-1,878	2,091	1,295	796
6-7	699,558	57,266	32,040	25,226	18,473	21,197	-2,724	2,915	1,889	1,026
7-8	716,809	61,932	38,134	23,798	21,519	25,232	-3,713	3,430	2,509	921
8-9	713,052	63,833	43,496	20,337	23,694	28,593	-4,899	3,874	3,137	737
9-10	702,427	65,920	48,538	17,382	26,038	31,820	-5,782	4,543	4,074	469
10-11	707,463	69,423	54,899	14,524	28,394	35,798	-7,404	5,093	5,023	70
11-12	720,078	73,914	62,287	11,627	31,802	40,396	-8,594	5,840	6,337	-497
12-13	732,329	78,954	70,157	8,797	36,004	45,331	-9,327	6,925	7,689	-764
13-14	734,055	82,828	77,516	5,312	38,487	49,916	-11,429	7,655	9,322	-1,667
14-15	709,788	84,490	82,264	2,226	40,298	52,737	-12,439	8,400	10,718	-2,318

* The "computed" figures contain the correction for correlation between probability of death of husband and wife. See footnote to column (9) of Table X.

ORPHANHOOD ENGLAND AND WALES 1921

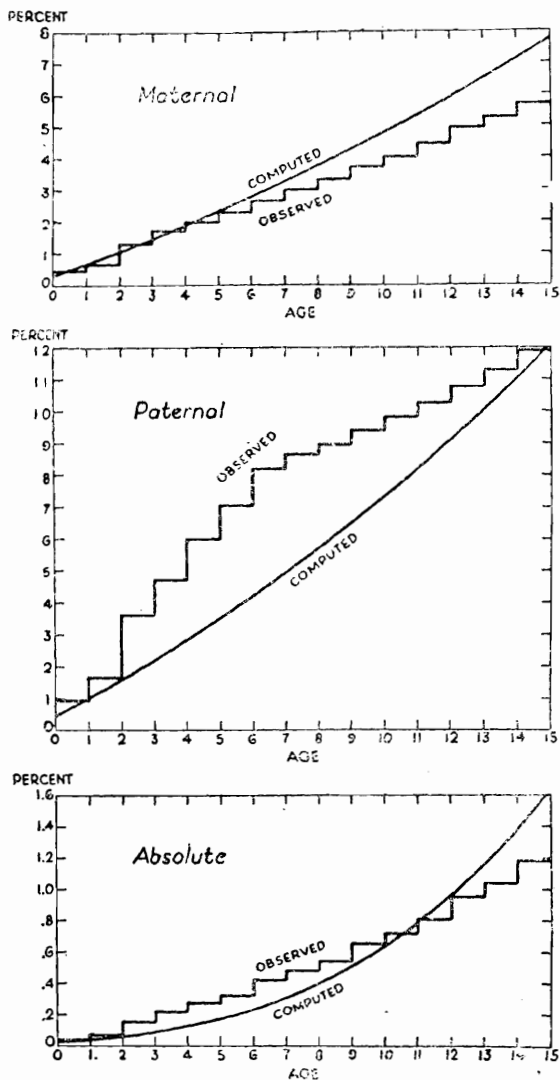


FIG. 7.

The observed falling *below* the computed figures may be another indication that some orphans having acquired step-parents have failed to be reported as orphans — a supposition for which we saw some foundation in our direct analysis of the observed orphanhood figure. It will be remembered that this pointed to abnormally low mortalities among mothers unless some orphans had failed to be reported as such. Table XI shows totals corresponding to percentages of table X.

Paternal Orphans. — The picture presented in the second panel of Figure 7 and the corresponding column 3 of Table X is very characteristic, and differs radically from that shown in the curve for maternal orphans. The inroads of the war come out with great clarity as a large excess of observed over computed orphans at ages two to fourteen. It is characteristic, also, that the very young children, born after the war, and the older children, born before the war, do not share in this deviation of observed from computed.

Absolute Orphans. — The figures and curves relating to these call for little separate comment. They are naturally the resultant of the situation regarding maternal and paternal orphanhood.

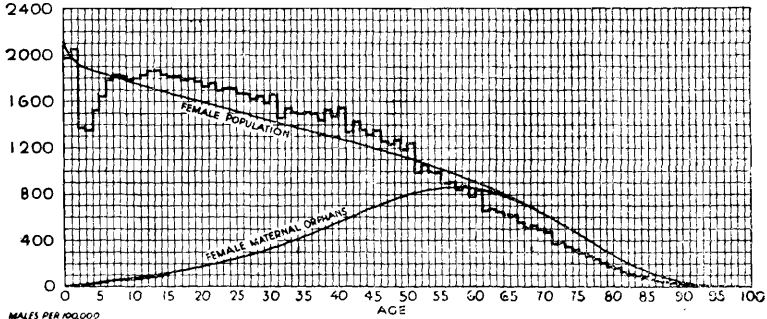
Aggregate of Orphans in the Population of England and Wales — In the appended diagram (Figure 8) in each of the three panels, the upper broken line represents the population, reduced to a basis of 100,000 and plotted according to the *observed* age distribution. The smooth line running through this broken line is the graph of the "Malthusian" age distribution corresponding to the computed "*inherent*" rate of natural increase according to the male fertility and mortality * observed in the population of England and Wales in 1921. The smooth hat-shaped curve below is the plot of the age distribution of the orphans, obtained by applying to the *computed* (smooth) age distribution of the population the percentage of orphans characteristic of each age, as determined by the methods described above. The corresponding stepped curve shows the observed data on the same basis. The diagram is divided into three panels, of which the first exhibits the female maternal orphans and the female population. The second panel exhibits the male paternal orphans and the male population. The third panel exhibits the absolute orphans and the population of both sexes **.

* See Appendix page 102.

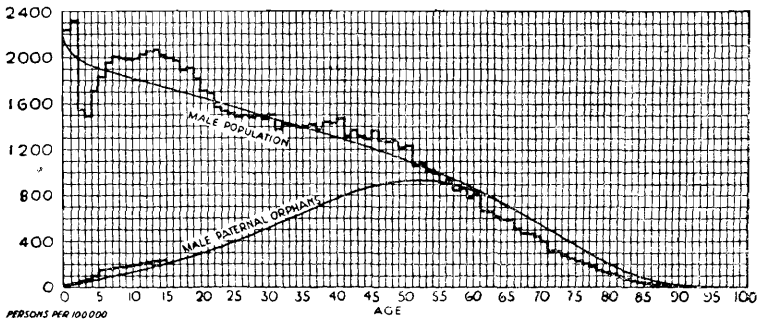
** Uncorrected for correlation between the probability of death of husband and wife. This correction would barely show on the scale of the drawing.

ORPHANHOOD ENGLAND AND WALES 1921

FEMALES PER 100,000
FEMALE POPULATION



MALES PER 100,000
MALE POPULATION



PERSONS PER 100,000
TOTAL POPULATION

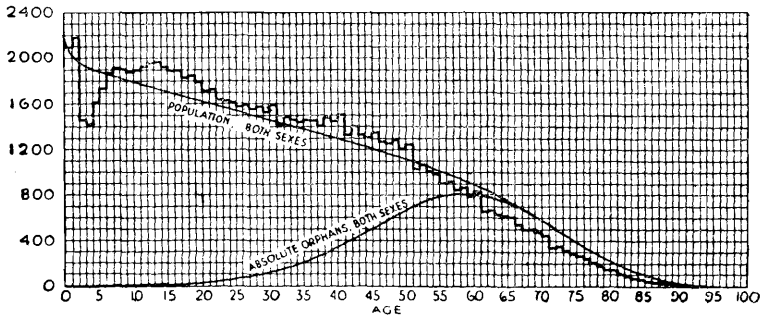


Fig. 8.

As regards the Malthusian age distribution represented by the smooth curve, certain significant facts present themselves to the eye. While in its general trend the Malthusian age distribution harmonizes fairly well with the observed, at any rate up to about the 50th year of life, it will be noted that the actual proportion of children of both sexes, between ages 1 and 5, falls far below the Malthusian. This, clearly, is due to the effect of the war on the birthrate in corresponding calendar years.

Again, among males the actual age distribution shows a clearly marked depression ranging from about age 20 to about age 40. This is the graphic representation of the depletion of the ranks of the males due to war deaths. In contrast with this, the Malthusian age distribution shown in the smooth curve, is, of course, free from this depression.

The three panel drawing Fig. 8 will no doubt be found of much interest. The agreement between the computed and the observed figures is quite good in the case of maternal orphans, and is as good as can be expected, in view of the effects of the war, in the case of paternal and absolute orphans. *Had we no direct statistics of orphanhood available the information thus secured indirectly regarding the number of such orphans would be a very valuable addition to our knowledge.*

In the United States, that is the actual situation, and it was expressly with the purpose of establishing these facts that the present study was undertaken.

Orphanhood in the United States and in England and Wales, compared. — A striking fact brought out by the figures shown in Tables I, IV, IX, and X is that in the United States there is a very much heavier contingent of orphans than in England, not only in total numbers, but also in proportion. This fact is, at first sight, surprising, for the English life table for 1921, though somewhat superior to that for the United States 1919-20 is not very widely different from it, at least as regards the expectation of life, which registers 57.52 for white females in the United States and 59.58 for females in England. For males there is even a smaller difference, 55.33 in the United States and 55.62 in England. What brings about the marked excess of orphans in the United States as compared with England is a very characteristic feature in the life tables for the two countries, namely, that the American life table owes its favourable mean length of life chiefly to low deathrates at the early ages of life, while for adults it

exhibits very distinctly less favourable deathrates than England and Wales, especially in those ages at which they are parents of families. These facts are clearly brought out in the appended excerpts from the

TABLE XII. — *Life Table Mortality 1000 q_x , England and Wales, 1921, and the United States, 1920, Compared by Sex.*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Age	Males		Females	
	England and Wales, 1921	U. S., 1920, Whites	England and Wales, 1921	U. S., 1920, Whites
0	89.96	84.33	69.42	67.32
1	23.39	17.59	21.37	15.82
2	10.50	8.45	9.91	7.74
3	6.50	5.94	6.30	5.61
4	4.75	4.62	4.65	4.10
5	4.17	3.92	4.24	3.62
6	3.37	3.43	3.33	3.07
7	2.76	3.01	2.66	2.60
8	2.30	2.52	2.20	2.15
9	1.99	2.24	1.93	1.90
10	1.81	2.13	1.80	1.81
11	1.73	2.13	1.80	1.82
12	1.75	2.20	1.87	1.89
13	1.84	2.39	2.00	2.05
14	1.99	2.74	2.14	2.33
15	2.18	3.16	2.27	2.69
20	3.49	4.58	3.06	4.67
25	3.98	5.44	3.50	6.18
30	4.34	6.45	3.92	6.85
35	5.53	7.28	4.51	6.98
40	6.88	8.16	5.32	7.23
45	8.81	9.53	6.68	8.45
50	11.79	12.16	9.15	10.93
55	17.55	17.42	13.19	15.42

American and English life tables arranged side by side for comparison. The result of this peculiar situation is that relatively more children survive in the United States and relatively more parents die, with the necessary effect of producing more orphans. The difference is very marked in spite of the otherwise not very widely different expectations of life in the two countries.

CONCLUSION.

Population Analysis.

In conclusion I wish to draw attention to the relation of studies of the kind here presented to the general discipline of *Population Analysis*. The facts and relations set forth in the preceding pages have been offered primarily on account of their direct interest for the specific problem of dependency and orphanhood. But equal stress should be laid on these developments as an exemplification of a general method and approach to the problem of *Population Analysis*. The number of different variables with which we have to deal in vital statistics is large. We are concerned with *numbers* of persons, their *age* and *sex ratio*, *birthrate*, *deathrate*, *marital state*, *fertility* as function of age and sex, *marriage rates*, *remarriage rates*, *widowhood*, *orphanhood*, *divorces*, etc., to mention only a few of the most significant examples. Now these several variables are *not independent*. There exists between them a system of relations complicated not only by the large number of variables involved, but even more by the fact that these relations are not of the simple form of mathematical functions, whereby the value of one variable is fully determined when all the others are known: the relations between the multitude of variables are of the nature of correlation, such that only the *frequency distribution* of the value of a variable is defined, when the values of the remaining variables are known. The result of this state of affairs is that vital statisticians have commonly preferred, so far as resources permitted, to determine each characteristic by an independent observation, and have paid comparatively little attention to the interrelations between these characteristics, or to indirect methods by the aid of which at least approximate values of certain characteristics can be determined as *derived* quantities, when certain others have been determined directly. Yet such indirect methods deserve our attention, because they are competent at times to yield

information otherwise wholly beyond our reach, namely, in the case of observations made in the past, now beyond recall, and beyond the possibility of gathering supplementary data. But even for present or future statistics, practical and economic considerations, to say nothing of oversights or errors of judgment, set a very rigid limit to the number and variety of characteristics regarding which direct observations can be collected. Here indirect methods are still an acceptable help in time of trouble. Where direct methods fail us wholly, even approximate information obtained indirectly may be of much value.

Aside from such obvious practical utility of indirect methods as means for securing information otherwise inaccessible, the study of *Population Analysis* as a system of interrelations between the characteristics of a population, has an important function as an aid to thinking. The variety of such characteristics with which we commonly have to deal presents itself to the mind as a bewildering chaos designed to burden the memory and to confuse our wits, unless we see these characteristics as hanging together by the ties of causal relation. From this standpoint alone the cultivation of *Population Analysis*, that is, a rational, as distinguished from a merely empirical study of vital statistics, is eminently desirable.

APPENDIX

For the sake of those readers who are interested in the results presented rather than in the details of method, highly technical exposition has been avoided in the preceding text, and the heavier analytical work has been segregated and placed in this Appendix.

PROPORTION OF ORPHANS AMONG PERSONS OF SPECIFIED AGE *.

Female maternal orphans. — (Daughters who have lost their mother). These are computed indirectly, by first finding the proportion of daughters living, of given age, whose mother is also living. Subtracting this from the total daughters living of that age, we

* As the case of illegitimate children represents a separate problem aside from orphanhood, all computations have been based on legitimate fertility alone.

find the number whose mother is *not* living, *i. e.*, who are maternal orphans.

The principle underlying the computation is as follows:

In the absence of immigration or emigration the number of persons of ages a to $a + da$ in a total population of N_0 persons is given by

$$N_0 c(a) da = B(t_0 - a) p(a) da \quad (4)$$

where $B(x)$ is the total number of births per unit of time at time $t = x$, and $p(a)$ is the probability, at birth, of reaching age a^* . We shall here consider only the case in which this probability $p(a)$ is independent of t within the limits of time affecting the situation sensibly. The relation (4) may be applied separately, *mutatis mutandis*, to each sex, and when desirable this may be indicated by affixing the subscripts m or f to the various symbols, thus

$$N_f c_f(a) da = B_f(t_0 - a) p_f(a) da \quad (5)$$

When no confusion is likely to arise these subscripts may be omitted.

Let us denote by $m(n)$ the average maternity frequency of women of age n , so that $m_f(n)$, for example, denotes the number of daughters born, per woman ****** of age (n) , per unit of time. Then the number of births of daughters, per unit of time, which arise at time t_0 from mothers between the ages n and $n + dn$, is given by

$$B_f(t_0 - n) p_f(n) m_f(n) dn \quad (6)$$

and the fraction, of the total births of daughters, which thus arises, at time t_0 per unit of time, is

$$\frac{B_f(t_0 - n)}{B_f(t_0)} p_f(n) m_f(n) dn \quad (7)$$

Considering, now, the $B_f(t_0 - a) p_f(a) da$ daughters of age a to $a + da$ who were born at time $(t_0 - a)$, the proportion of these which arose from mothers of age n to $n + dn$ is, evidently

$$\frac{B_f(t_0 - a - n)}{B_f(t_0 - a)} p_f(n) m_f(n) dn \quad (8)$$

* The symbol $p(a)$ used throughout this Appendix is the equivalent of the l_x of actuarial notation, on the understanding that $l_0 = 1$.

** Of all marital states combined.

and their number is

$$\begin{aligned} B_f(t_0 - a) p_f(a) da \frac{B_f(t_0 - a - n)}{B_f(t_0 - a)} p_f(n) m_f(n) dn = \\ = p_f(a) da B_f(t_0 - a - n) p_f(n) m_f(n) dn \end{aligned} \quad (9)$$

But since these daughters are now a years old, their mothers must be $(a + n)$ years old. The fraction of these mothers who survive is therefore $\frac{p_f(a + n)}{p_f(n)}$. Hence of daughters a to $a + da$ years old at time t , the following number are living and have a mother living, namely

$$p_f(a) da B_f(t_0 - a - n) p_f(a + n) m_f(n) dn. \quad (10)$$

And of such daughters, aged a to $a + da$ years at time t_0 , but born of mothers of all ages, there are living and have a mother living, a number

$$p_f(a) da \int_0^\infty B_f(t_0 - a - n) p_f(a + n) m_f(n) dn \quad (11)$$

and there are living, of such daughters, whose mother is *not* living, a number

$$B_f(t_0 - a) p_f(a) da \left\{ 1 - \int_0^\infty \frac{B_f(t_0 - a - n)}{B_f(t_0 - a)} p_f(a + n) m_f(n) dn \right\} \quad (12)$$

and the proportion of these maternal orphans among females of age a to $a + da$ is

$$1 - \int_0^\infty \frac{B_f(t_0 - a - n)}{B_f(t_0 - a)} p_f(a + n) m_f(n) dn. \quad (13)$$

Having found, for every age of life, the number of daughters of age a to $a + da$ whose mother is not living (female maternal orphans) we can cumulate to find the number of such daughters *at and under* any specified age a_2 or, more generally, between any two specified ages a_1 and a_2 whose mother is not living. This amounts simply to forming the double integral

$$\int_{a_1}^{a_2} B_f(t_0 - a) p_f(a) \left\{ 1 - \int_0^\infty \frac{B_f(t_0 - a - n)}{B_f(t_0 - a)} p_f(a + n) m_f(n) dn \right\} da \quad (14)$$

Lastly, the proportion of these, among the total female population between the ages a_1 and a_2 will be

$$\frac{\int_{a_1}^{a_2} B_f(t_0 - a) p_f(a) \left\{ 1 - \int_0^\infty \frac{B_f(t_0 - a - n)}{B_f(t_0 - a)} p_f(a + n) m_f(n) dn \right\} da}{\int_{a_1}^{a_2} B_f(t_0 - a) p_f(a) da} \quad (15)$$

The Time Distribution of the Birthrate: The function $B(t)$. — In the absence of immigration and emigration, in a population having a fixed age schedule of fertility (maternity frequency) and mortality, the number of births per unit of time can be represented by an exponential series

$$B(t) = B_0 e^{r_0 t} + B_1 e^{r_1 t} + B_2 e^{r_2 t} + \dots \quad (16)$$

in which r_0, \dots, r_1, \dots are the roots of the transcendental equation * for r

$$\int_0^\infty e^{-ra} p(a) m(a) da = 1 \quad (17)$$

while the constants B are determined by initial conditions. Of the roots r only one, here denoted by r_0 , is real. All the other roots are complex and their real parts are algebraically less than r_0 . As a consequence of this, after a certain lapse of time, the number of births follows essentially the simple law of increase in geometric progression

$$B(t) = B_0 e^{r_0(t-t_0)} \quad (18)$$

while the age distribution is easily shown to be

$$c(a) = b e^{-r_0 a} p(a) \quad (18a)$$

where $c(a)$ is the coefficient of age distribution, and b is the constant birthrate per head. The rate of natural increase r_0 defined by equa-

* F. R. SHARPE and A. J. LOTKA, «Phil. Mag.», April, 1911, p. 435; A. J. LOTKA, «Proceedings National Academy of Science», 1922, Vol. 8, page 339; «American Journal of Hygiene», 1928, Vol. 8, page 888. See also bibliography in footnote on page 81.

tion (17) may conveniently be spoken of as the *inherent* rate of natural increase, that is, the rate determined by the characteristic age schedule of fertility and of mortality of the population. For a convenient method of computing r_0 as well as the complex roots of (17) see reference 1928 below.

The age distribution (18a) may be regarded as the norm for a population with fixed age schedule of fertility and mortality, the stable norm to which such a population spontaneously tends, and to which it reverts if in any way temporarily disturbed therefrom. Unless the initial deviations from this norm are very marked, *i. e.* the constants B_1, B_2, \dots large, this approach to the normal will in general soon be reached, the deviations representing *transitory* states. A special interest thus attaches to the *normal*, or, as we may call it, the *Malthusian* * population, whose age distribution is defined by (18a).

* In a wider sense it may be convenient sometimes to speak of an age distribution as Malthusian if it has the general form $b e^{-ra} p(a)$, regardless of the particular (constant) value of r . Thus, in the graph Fig. 6 (see text page 55, also Tables I and II), a smooth age distribution curve was drawn using for r the *observed* rate of natural increase, which in general differs from the *inherent* rate r_0 defined by equation (17). See also page 102.

The following is a bibliography of some of the principal publications by the writer relating to the *normal* or Malthusian population and the closely related application of integral equations to population problems.

- LOTKA, A. J. 1907. *Relation between Birthrates and Deathrates*, « Science », v. 26, p. 21.
- 1907. *Studies on the Mode of Growth of Material Aggregates*, « Amer. Jl. Science », v. 24, pp. 199, 375.
- SHARPE, F. R. and LOTKA, A. J. 1911. *A Problem in Age Distribution*, « Phil. Mag. », v. 21, p. 435.
- LOTKA, A. J. 1913. *A Natural Population Norm*, « J. Washington Acad. Sciences », vol. 3, pp. 241, 289.
- 1918. *The Relation between Birthrate and Deathrate in a Normal Population, and the Rational Basis of an Empirical Formula given by WILLIAM FARR*, « Quart. Publication Amer. Statistical Assoc. », v. 13, p. 121.
- 1922. *The Stability of the Normal Age Distribution*, « Proc. Natl. Acad. Science », v. 8, p. 339.
- DUBLIN L. I. and LOTKA, A. J. 1925. *On the True Rate of Natural Increase*, « Jl. Amer. Statistical Assoc. », v. 30, p. 305.
- LOTKA, A. J. 1926. *The Progressive Adjustment of Age Distribution to Fecundity*, « Jl. Wash. Acad. Science », v. 16, p. 505.
- 1927. *The Size of American Families in the Eighteenth Century*, « Jl. Amer. Statistical Assoc. », p. 154.

ORPHANHOOD IN A MALTHUSIAN POPULATION.

The general formulae developed above are immediately applicable to the case of the Malthusian population by making the substitution

$$B(t_0 - a - n) = N_0 b e^{-r_0(a+n)} \quad (19)$$

where b is the birthrate per head per annum and N_0 the population at time t_0 and where, again, the formula is applicable to each sex separately. This gives, by substitution in (13), for the proportion of female maternal orphans among females of age a ,

$$1 - \int_0^{\infty} e^{-r_0 n} p_f(a+n) m_f(n) dn \quad (20)$$

This expression must be used for exact evaluation. But from it we can derive an exceedingly simple formula which, as a matter of

LOTKA, A. J. 1927. *The Actuarial Treatment of Official Birth Records*, «The Eugenics Review», v. 19, p. 257.

— 1928. *The Progeny of a Population Element*, «Amer. J. Hygiene», v. 8, No. 6, p. 875.

— 1929. *The Spread of Generations*, «Human Biology», v. 1, No. 3, pp. 305-320.

— 1929. *Biometric Functions in a Population Growing in Accordance with a Prescribed Law*, «Proceed. National Acad. Science», v. 15, No. 10, pp. 793-798.

— 1925. *Elements of Physical Biology*, Williams and Wilkins, Baltimore Md. See especially page 110 et seq.

DUBLIN, L. I. and LOTKA, A. J. 1930. *The True Rate of Natural Increase of the Population of the United States, Revision based on recent data*: «Metron», v. 8, p. 107.

LOTKA, A. J. 1931. *Some Elementary Properties of Moments of Frequency Curves*, «Jl. Washington Acad. Sci.», vol. 21, p. 17.

The following publications by other authors are also to be noted.

BORTKIEWICZ, L. v. 1911. *Die Sterbeziffer und der Frauenüberschuss in der stationären und der in progressiven Bevölkerung*, «Bulletin of the International Institute of Statistics», v. 19, p. 63.

MOSER, C. 1921. *Ueber Gleichungen für eine sich erneuernde Gesellschaft mit Anwendung auf Sozialversicherungskassen*, «Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft».

— 1922. *A propos d'équations se rapportant a une association qui se renouvelle, avec application aux Caisses d'assurances Sociales*. «L'enseignement Mathématique», p. 68.

— 1928. *Bevölkerungsstatistische Grundlagen zur Alters und Hinterlassenenversicherung in der Schweiz*, Bern.

— 1926. *Beiträge zur Darstellung von Vorgängen und des Beharrungszustandes bei einer sich erneuernden Gesamtheit*, «Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker».

fact, holds with good approximation for all ages at which orphanhood is of practical interest. To accomplish this we write (20) in the form

$$I = \frac{\int_0^{\infty} e^{-r_0 n} p_f(a+n) m_f(n) dn}{\int_0^{\infty} e^{-r_0 n} p_f(n) m_f(n) dn} \quad (21) *$$

in which the integral in the denominator of the fraction is equal to unity, according to (17). Now, in this fraction the factor which occurs both in numerator and denominator tends nearly to cancel out. We shall, in fact proceed to show that the value of the expression (20), and therefore also (21), is in close approximation given by

$$I = \frac{p_f(a + \bar{n})}{p_f(\bar{n})} \quad (22)$$

-
- SCHOENBAUM, EMIL, 1924. *Anwendung der Volterraschen Integralgleichungen in der mathematischen Statistik*, « Skandinavisk Aktuarietidskrift », p. 241.
- NORTON, H. T. J. 1926. *Natural Selection and Mendelian Variation*, Proceedings of the London Mathematical Society », v. 28. Part. I, p. 1.
- FRIEDLI, W. 1927. *Ueber die Stabilität der gegenseitigen Hilfskassen*, « Zeitschrift für schweizerische Statistik und Volkswirtschaft », v. 63, Part. 3.
- MEIDELL, BIRGER, 1928. *On damping effects and approach to equilibrium in certain general phenomena*, « Journal of the Washington Acad. of Sciences », v. 18, p. 437.
- FRISCH, RAGNAR, 1929. *On approximation to a Certain Type of Integrals*, « Skandinavisk Aktuarietidskrift », p. 129.
- WYSS, HANS. 1929. *Lage, Entwicklung und Beharrungszustand der eidgenössischen Versicherungskasse*, « Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker », p. 39.
- ZWINGGI, ERNST. 1929. *Beiträge zu einer Theorie des Bevölkerungswachstums mit einer Anwendung auf Sozialversicherungskassen*, Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker », Part. 24.
- WESTERGAARD, H., und H. C. NYBOLLE, 1928. *Grundzüge der Theorie der Statistik*. Jena, p. 405.
- HALDANE, J. B. S. 1927. *A Mathematical Theory of Natural and Artificial Selection*. « Proceedings Cambridge Philosophical Soc. », v. 23, p. 607.
- CONNOR, L. R. 1926. *Fertility of Marriage and Population Growth*. « Journal of the Royal Statistical Society », p. 557.
- TRICOMI, F. 1927. *Risoluzione di un problema demografico*. « Accademia delle Scienze di Torino », vol. 62, pag. 22.

* To simplify the notation, the subscript will be omitted from r_2 throughout the remainder of this section. No misunderstanding is likely to arise from this omission.

where \bar{n} is the mean age defined by

$$\bar{n} = \frac{\int_0^{\infty} n e^{-rn} p(n) m(n) dn}{\int_0^{\infty} e^{-rn} p(n) m(n) dn} \quad (23)$$

or, more simply, and with but little less accuracy *

$$\bar{n} = \frac{\int_0^{\infty} n p(n) m(n) dn}{\int_0^{\infty} p(n) m(n) dn} = \frac{\int_0^{\infty} n m(n) dn}{\int_0^{\infty} m(n) dn} \quad (\text{approx.}) \quad (23a)$$

In demonstrating the formulae (22, 23) as equivalent to (21) it will be convenient to put the problem in somewhat more general form.

A Theorem Regarding Certain Means.

Consider the mean \bar{x} defined by

$$\varphi(\bar{x}) = \frac{\int_0^{\infty} \varphi(x) e^{-rx} f(x) dx}{\int_0^{\infty} e^{-rx} f(x) dx} \quad (24)$$

where the function $f(x)$ defines a frequency distribution **. Then it will be shown that

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\infty} x e^{-rx} f(x) dx}{\int_0^{\infty} e^{-rx} f(x) dx} \quad \text{approximately.} \quad (25)$$

Let us put

$$\int_0^{\infty} x^K e^{-rx} f(x) dx = \int_0^{\infty} x^K F(x) dx = S_K \quad (26)$$

Expand $\varphi(x)$ by Taylor's theorem about the point $x = \frac{S_1}{S_0}$

$$\varphi(x) = \varphi_0 + \varphi_0' \left(x - \frac{S_1}{S_0}\right) + \frac{\varphi_0''}{2!} \left(x - \frac{S_1}{S_0}\right)^2 + \dots \quad (27)$$

where φ_0 is the value of φ at the point $x = \frac{S_1}{S_0}$.

* Numerically the formulae (23a) are found to be very nearly equivalent to (23). This is due to the fact that $e^{-rn} p(n)$ changes but slowly near the maximum of $m(n)$, for such values of r as occur in practise, and that $m(n)$ near its mode, is roughly symmetrical about it.

** Subject to certain restrictions regarding the seminvariants λ , ensuring convergence of the series (45).

Substitute this expansion in (24)

$$\varphi(\bar{x}) = \varphi_0 + \frac{\varphi_0^{\text{II}}}{2!} \left\{ \frac{S_2}{S_0} - \left(\frac{S_1}{S_0} \right)^2 \right\} + \dots \quad (28)$$

$$= \varphi_0 + \frac{\varphi_0^{\text{II}}}{2!} \mu_2 + \frac{\varphi_0^{\text{III}}}{3!} \mu_3 + \dots \quad (29)$$

where M_2, M_3, \dots are the moments of $F(x)$ taken about the point $\frac{S_1}{S_0}$ (i. e. about the mean). In place of these moments we will introduce the corresponding Thiele seminvariants * $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots$ of the function $F(x) = e^{-rx} f(x)$.

Then we have

$$\begin{aligned} \varphi(\bar{x}) &= \varphi(\Lambda_1) + \frac{\varphi^{\text{II}}(\Lambda_1)}{2!} \Lambda_2 + \frac{\varphi^{\text{III}}(\Lambda_1)}{3!} \Lambda_3 \\ &+ \frac{\varphi^{\text{IV}}(\Lambda_1)}{4!} (\Lambda_4 + 3 \Lambda_2^2) + \frac{\varphi^{\text{V}}(\Lambda_1)}{5!} (\Lambda_5 + 10 \Lambda_2 \Lambda_3) + \dots \quad (30) \end{aligned}$$

We now proceed to express these in terms of the seminvariants

$\lambda_1, \lambda_2, \dots$ of the function $f(x)$.

For this purpose we consider the function,

$$\Phi(x) = \int_0^\infty e^{-\rho x} F(x) dx = \int_0^\infty e^{-(\rho+r)x} f(x) dx \quad (31)$$

By successive differentiation it is readily found that

$$S_K = (-1)^K \left(\frac{\delta^K \Phi(x)}{\delta \rho^K} \right)_{\rho=0} \quad (32)$$

$$\Lambda_K = (-1)^K \left(\frac{\delta^K \log_e \Phi(x)}{\delta \rho^K} \right)_{\rho=0} \quad (33)$$

* The first seminvariant Λ_1 is here taken with respect to the point $= 0$. As is well known the higher seminvariants are independent of the origin.

From the second of these equations it follows that

$$\Lambda_{K+1} = - \left(\frac{\delta}{\delta \rho} \frac{\delta^K \log_e \Phi}{\delta \rho^K} \right)_{\rho=0} \quad (34)$$

$$= - \frac{\delta}{\delta r} \left(\frac{\delta^K \log_e \Phi}{\delta \rho^K} \right)_{\rho=0} \quad (35)$$

$$= - \frac{\delta}{\delta r} \Lambda_K \quad (36)$$

Furthermore

$$\Lambda_1 = \frac{S_1}{S_0} = \frac{\int_0^\infty x e^{-rx} f(x) dx}{\int_0^\infty e^{-rx} f(x) dx} \quad (37)$$

$$= \lambda_1 - \lambda_2 r + \frac{\lambda_3}{2!} r^2 - \dots \quad (38) *$$

$$= \xi \text{ for short} \quad (39)$$

where λ_k denotes the k th seminvariant of $f(x)$.

We then find by (36)

$$\Lambda_2 = \lambda_2 - \lambda_3 r + \frac{\lambda_4}{2!} r^2 - \dots = - \frac{\delta \xi}{\delta r} = \xi^I \quad (40)$$

$$\Lambda_3 = \lambda_3 - \lambda_4 r + \frac{\lambda_5}{2!} r^2 - \dots = \frac{\delta^2 \xi}{\delta r^2} = \xi^{II} \quad (41)$$

$$\Lambda_K = \lambda_K - \lambda_{K+1} r + \frac{\lambda_{K+2}}{2!} r^2 - \dots = (-1)^{K+1} \frac{\delta^K \xi}{\delta r^K} = \xi^{(K)} \quad (42)$$

Substituting these results in (30) we have

$$\varphi(\bar{x}) = \varphi(\xi) + \frac{\xi}{2!} \varphi^I(\xi) + \frac{\xi^{II}}{3!} \varphi^{II}(\xi) + \frac{(\xi^{III} + 3[\xi^I]^2)}{4!} \varphi^{IV}(\xi) + \dots \quad (43)$$

* See American Journal of Hygiene, 1928, vol. 8, pp. 888, 889, equations (68), (70), (19). The quantities there denoted by μ correspond to those here denoted by λ .

If $\varphi^{\text{II}}(\xi)$ and the higher derivatives are sufficiently small, we have, finally, to this degree of approximation,

$$\varphi(\bar{x}) = \varphi(\xi) = \varphi(\lambda_1 - \lambda_2 r + \frac{\lambda_3}{2!} r^2 - \dots) \quad (44)$$

$$\bar{x} = \xi = \lambda_1 - \lambda_2 r + \frac{\lambda_3}{2!} r^2 - \dots \quad (45)$$

$$= \frac{\int_0^\infty x e^{-rx} f(x) dx}{\int_0^\infty e^{-rx} f(x) dx} \text{ by (37), (38)} \quad (45a)$$

which proves the theorem enunciated on page 84, and thereby justifies equations (21), (22, 23) in which $\varphi(x)$ is represented by $\frac{p(a+n)}{p(n)}$.

Numerical application. — To take for example a case considered in the text, we may consider the proportion of female maternal orphans in the United States under the conditions of 1920. For the present purpose we will write (21) in the form

$$\Theta = \text{I} - \frac{\int_0^\infty e^{-rn} \frac{p_1(a+n)}{p_1(n)} p_1(n) m_1(n) dn}{\int_0^\infty e^{-rn} p_1(n) m_1(n) dn} \quad (46)$$

which, with an obvious change in notation, we may write, in conformity with (25)

$$\Theta = \text{I} - \frac{\int e^{-rx} \varphi(x) f(x) dx}{\int e^{-rx} f(x) dx} \quad (47)$$

the symbol $\varphi(x)$ denoting the function $\frac{p(a+n)}{p(n)}$ (as a function of n)

while $f(x)$ stands for $p_1(n) m_1(n)$. Our result (43) then tells us that

$$\begin{aligned} \Theta = \text{I} - \varphi(\bar{x}) &= \text{I} - \varphi\left(\lambda_1 - \lambda_2 r + \frac{\lambda_3}{2!} r^2 - \dots\right) \\ &- \frac{\text{I}}{2} \left(\lambda_2 - \lambda_3 r + \frac{\lambda_4}{2!} r^2 - \dots\right) \varphi^{\text{II}}\left(\lambda_1 - \lambda_2 r + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\lambda_3}{2!} r^2 - \dots\right) \end{aligned} \quad (48)$$

where $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ are the Thiele seminvariants of the function $f(x)$ i. e. of $p_f(n) m_f(n)$, while φ^{II} is the second derivative of this function with regard to n .

To proceed further we must know the numerical values not only of the seminvariants λ , but also of the second derivative φ^{II} .

The Derivatives with regard to n of $\varphi(x) = \frac{p(a+n)}{p(a)}$. To determine the order of magnitude of the neglected terms in (44) we must know something regarding the function $\frac{p(a+n)}{p(n)}$ and its derivatives with regard to n .

Now it is found that this function can be fitted with sufficient approximation, between the ages 0 and 15 for a , and between 15 and 45 for n , by a cubic

$$\frac{p(a+n)}{p(n)} = \alpha + \beta n + \gamma n^2 + \delta n^3 \quad (49)$$

where the coefficients $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ are themselves functions of a , the age of the child. It was found that β, γ, δ were satisfactorily represented by cubic expressions in a , with the numerical coefficients indicated in the table below. The absolute term α could not be so fitted, but was found to be fitted quite closely by a piece of a normal (Gaussian) curve

$$\alpha = .8 + .314 \times 10^{-.00144(a-11.7)^2} \quad (50)$$

or

$$\log_{10} \left(\frac{\alpha - .8}{.314} \right) = -.00144(a - 11.7)^2 \quad (51)$$

The following table shows the values of $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ first, as computed directly for the ages 2,5,7,10,12,15 and secondly, as fitted as functions of a in the manner indicated above.

We now return to the formula (48) to observe the relative magnitude of the second and the third term. To do this we need also the numerical values of the seminvariants of the function $p(n) m(n)$ in this example, which are as follows:

$$\lambda_1 = 28.55, \lambda_2 = 44.96, \lambda_3 = 114.23, \lambda_4 = -990 \quad (55)$$

TABLE XIII. — *Polynomial for Survival Function*
United States White Females (Fouday Life Table) 1919-20

$$\frac{p(a+n)}{p(n)} = \alpha + \beta n + \gamma n^2 + \delta n^3 \quad (49)$$

Coef- ficients	Age <i>a</i> of child, Years											
	2		5		7		10		12		15	
	Direct *	Fitted **	Direct *	Fitted**	Direct*	Fitted**	Direct*	Fitted**	Direct*	Fitted**	Direct *	Fitted**
α	1.0298	1.0298	1.0729	1.0706	1.0933	1.0918	1.1105	1.1110	1.1137	1.1131	1.1037	1.1029
β	-.00380	-.00385	-.00993	-.00973	-.01347	-.01340	-.01768	-.01793	-.01973	-.01996	-.02120	-.02095
γ	.00011	.00012	.00031	.00031	.00044	.00044	.00060	.00061	.00069	.00070	.00077	.00076
δ	-.000001	-.000001	-.000003	-.000003	-.000005	-.000005	-.000007	-.000007	-.000008	-.000008	-.000010	-.000010

* Least squares fit by (49) to life table values of $\frac{p(a+n)}{p(n)}$ for quinquennial values of n from 5 to 45, with a held constant.

** Curve fitted to several "direct" values of the coefficients $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, with a varying from 2 to 15, as follows:

$$\alpha = .8 + .314 \times 10^{-.00144(a-11.7)^2} \quad (50)$$

$$\beta = -1.8588 \times 10^{-3} a - 4.1716 \times 10^{-5} a^2 + 4.8352 \times 10^{-6} a^3 \quad (52)$$

$$\gamma = 5.3216 \times 10^{-5} a + 2.5972 \times 10^{-6} a^2 - 1.832 \times 10^{-7} a^3 \quad (53)$$

$$\delta = -5.8012 \times 10^{-7} a - 2.5652 \times 10^{-8} a^2 + 1.3848 \times 10^{-9} a^3 \quad (54)$$

We may consider for example the case that r , the excess of birthrate over deathrate, has the value .01. Then

$$\lambda_1 - \lambda_2 r + \frac{\lambda_3}{2!} r^2 = 28.55 - .45 + .0057 = 28.11 \quad (56)$$

It is to be observed that the term in r^2 is practically negligible.

We have, further,

$$\frac{1}{2} (\lambda_2 - \lambda_3 r + \frac{\lambda_4}{2!} r^2) = \frac{1}{2} (44.96 - 1.14 - .05) = 21.88 \quad (57)$$

and

$$\begin{aligned} \varphi^{II}(28.11) &= 2\gamma + 6\delta n && \text{according to (49) for} \\ &= .00154 - .00006 \times 28.11 && \text{children of age 15} \\ &= .00154 - .00169 \\ &= -.00015 \end{aligned} \quad (58)$$

Lastly,

$$\begin{aligned} \varphi(\lambda_1 - \lambda_2 r + \frac{\lambda_3}{2!} r^2) &= \varphi(28.11) \\ &= \alpha + 28.11\beta + (28.11)^2\gamma + (28.11)^3\delta \\ &= 1.1037 - .5959 + .6084 - .2221 \\ &\quad \text{for children of age 15} \\ &= .8941 \end{aligned} \quad (59)$$

So that we have finally, according to (48), (57), (58) and (59)

$$\begin{aligned} \Theta &= 1 - .8941 + (.00015 \times 21.88) \\ &= 1 - .8941 + .0033 \\ &= 1 - .8908 \\ &= .1092 \text{ or } 10.92 \text{ percent.} \end{aligned} \quad (60)$$

It is to be observed that the last term, $.00015 \times 21.88$ is relatively small and does not greatly affect the result. Thus, to this extent the use of the short formula

$$\Theta = 1 - \varphi\left(\lambda_1 - \lambda_2 r + \lambda_3 \frac{r^2}{2!} - \dots\right) \quad (61)$$

is justified. For its full justification an investigation of the higher terms in the series expansion would be necessary. The purpose of

this analysis was, however, not so much to justify the neglect of the higher terms, as to account for the fact that direct computation showed them to be essentially negligible, the short formula giving essentially the same results on numerical computation as the longer method.

Generalization. — In actual practice the plot of the function $\frac{p(a+n)}{p(n)}$ is not a smooth curve. But even then the conclusions reached above continue to hold with the following modification. Even if $\varphi(x)$ is not adapted to be expanded by Taylor's theorem, but is an irregular curve with tortuosities, the result obtained as above may still hold in close approximation. It is only necessary that $\varphi(x)$ be representable in the form

$$\varphi(x) = \Psi\left(x - \frac{S_1}{S_0}\right) + \varepsilon\left(x - \frac{S_1}{S_0}\right) \quad (62)$$

where $\Psi\left(x - \frac{S_1}{S_0}\right)$ is a Taylor's series, while $\varepsilon\left(x - \frac{S_1}{S_0}\right)$ is a function which is small when $\left(x - \frac{S_1}{S_0}\right)$ is small, that is, near the mean (and therefore in many cases near the mode) of $f(x)$. It is not even necessary that ε should be small outside a range of say $3\sqrt{\lambda_2}$ on either side of this mean, in case $f(x)$ is a frequency curve approaching the normal type. For then we must only add to the series in (28) a residual term,

$$\frac{\int_0^\infty \varepsilon\left(x - \frac{S_1}{S_0}\right) e^{-rx} f(x) dx}{\int_0^\infty e^{-rx} f(x) dx} \quad (63)$$

and this will be small if the function ε has the properties mentioned. In fact, it is not even necessary for ε to be altogether small, if it assumes irregularly positive and negative values which tend to cancel out in the integral.

Alternative Method of Analysis. — The following alternative method brings out certain points of special interest.

Denoting again by Θ the proportion of orphans among children of age a , we have, according to (21)

$$1 - \Theta = \int_0^\infty e^{-rn} p(a+n) m(n) dn \quad (64)$$

$$= z, \text{ say} \quad (65)$$

Then

$$\frac{dz}{dr} = - \int_0^{\infty} n e^{-rn} p(a+n) m(n) dn \quad (66)$$

$$= - \bar{n} \int_0^{\infty} e^{-rn} p(a+n) m(n) dn \quad (67)$$

$$= - \bar{n} z \quad (68)$$

$$\therefore z = z_0 e^{-\int_0^r \bar{n} dr} \quad (69)$$

where

$$\bar{n} = \frac{\int_0^{\infty} n e^{-rn} p(a+n) m(n) dn}{\int_0^{\infty} e^{-rn} p(a+n) m(n) dn} \quad (70)$$

$$= \frac{Q_1 - r Q_2 + \frac{r^2}{2!} Q_3 - \dots}{Q_0 - r Q_1 + \frac{r^2}{2!} Q_2 - \dots} \quad (71)$$

$$= \mu_1 - \mu_2 r + \mu_3 \frac{r^2}{2!} - \mu_4 \frac{r^3}{3!} + \dots \quad (72)$$

the symbol Q_k denoting the k th moment

$$\int_0^{\infty} n^k p(a+n) m(n) dn \quad (73)$$

and the symbol μ_k the corresponding k th Thiele seminvariant, defined as follows :

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \mu_1 Q_0 \\ Q_2 &= \mu_1 Q_1 + \mu_2 Q_0 \\ Q_3 &= \mu_1 Q_2 + 2\mu_2 Q_1 + \mu_3 Q_0 \\ &\text{etc.} \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

When $r = 0$, $z = z_0$ thus

$$z_0 = \int_0^{\infty} p(a+n) m(n) dn = Q_0 \quad (75)$$

So that, finally,

$$z = Q_0 e^{-\mu_1 r + \mu_2 \frac{r^2}{2!} - \mu_3 \frac{r^3}{3!} + \dots} \quad (76)$$

or

$$\log_e z = \log_e Q_0 - \mu_1 r + \frac{\mu_2 r^2}{2!} - \frac{\mu_3 r^3}{3!} + \dots \quad (77)$$

On the other hand,

$$Q_k = \int_0^{\infty} n^k \frac{\phi(a+n)}{\phi(n)} \phi(n) m(n) dn \quad (78)$$

$$= \int_0^{\infty} n^k (\alpha + \beta n + \gamma n^2 + \dots) \phi(n) m(n) dn \quad (79)$$

$$= \alpha R_k + \beta R_{k+1} + \gamma R_{k+2} + \delta R_{k+3} + \dots \quad (80)$$

where

$$R_k = \int_0^{\infty} n^k \phi(n) m(n) dn \quad (81)$$

Now, for a Malthusian * population

$$\int_0^{\infty} e^{-rn} \phi(n) m(n) dn = 1 \quad (17)$$

or, as may be seen by a process similar to that by which (77) was obtained from (64), (65) and (66)

$$0 = \log_e R_0 - \lambda_1 r + \lambda_2 \frac{r^2}{2!} - \dots \quad ** \quad (82)$$

while, by (77)

$$\log_e z = \log_e Q_0 - \mu_1 r + \mu_2 \frac{r^2}{2!} - \dots$$

Hence

$$\log_e z = \log_e \frac{Q_0}{R_0} - (\mu_1 - \lambda_1) r + (\mu_2 - \lambda_2) \frac{r^2}{2!} - \dots \quad (83)$$

where λ_k , is, as defined above, the k th seminvariant of the function $\phi(n) m(n)$, whereas μ_k is the seminvariant of the correspondingly "rated up" function $\phi(a+n) m(n)$. As a matter of fact the μ 's differ but little from the λ 's, as is seen in the numerical example below, and as analytically shown in a later section. We then have in good approximation

$$z = \frac{Q_0}{R_0} \quad (84)$$

$$= \alpha + \beta \frac{R_1}{R_0} + \gamma \frac{R_2}{R_0} + \delta \frac{R_3}{R_0} \quad (85)$$

$$\Theta = 1 - z = 1 - \frac{Q_0}{R_0} = \frac{R_0 - Q_0}{R_0} \quad (86)$$

* In the narrower sense, as defined by equation (18a). See also footnotes on pages 80 and 82, where it is pointed out that in this section r has been written in place of r_0 to simplify the notation.

** See American Journal of Hygiene, 1928, Vol. 8, page 888 et seq.

It is to be noted that R_0 is the reproductive index (ratio of total births in two successive generations) with the actual age schedule of mortality and fertility, while Q_0 is the reproductive index in a population having the same fertility, but with a survival ratio "rated up", a years, i. e. $p'(n) = p(a + n)$. Hence the result contained in the equation

$$z = \frac{Q_0}{R_0} \quad \text{or} \quad 1 - z = \frac{R_0 - Q_0}{R_0} \quad (84), (86)$$

can be expressed in words as follows:

The proportion of orphans among children of age a is equal to the quotient whose numerator is the excess of the actual reproductive index over that for a population with survival ratio advanced a years, while the denominator is the actual reproductive index.

Furthermore, it is to be noted that in the relation

$$\frac{Q_0}{R_0} = \alpha + \beta \frac{R_1}{R_0} + \gamma \frac{R_2}{R_0} + \delta \frac{R_3}{R_0} \quad (84), (85)$$

the coefficients $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ depend solely on the life table, while the moments R of the function $p(n) m(n)$ occur only as ratios in which the amplitude of this function cancels out. From this it follows that:

The proportion of orphans at age a is (to this degree of approximation) independent of the amplitude of the age-schedule of fertility.

Lastly it can be shown that

$$\frac{R_k}{R_0} = \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^k = \lambda_1^k \quad \text{approximately} \quad (87)$$

so that (85) can be written, to this degree of approximation

$$\frac{Q_0}{R_0} = \alpha + \beta \lambda_1 + \gamma \lambda_1^2 + \delta \lambda_1^3 + \dots \quad (88)$$

and it is thus seen that, to this degree of approximation,

The proportion of orphans among persons of age a depends solely on the life table and on the mean length of a generation λ_1 and is otherwise independent of the particular age-schedule of fertility.*

* To be quite exact, the mean length of a generation is not λ_1 but $\lambda_1 - \lambda_2 r + \lambda_3 \frac{r^2}{2!} - \dots$. But for ordinary value of r the first term alone nearly gives the mean length of a generation.

Numerical Illustration. — Using the age-schedule of legitimate maternity frequency observed among white females in the United States in 1920, combined with the life table for the same in 1919-20 we have the following values of the several constants entering into the discussion above:

TABLE XIV. — *Synopsis of Characteristic Constants*
United States, White Females, 1920.

Characteristic Constant	Age of Child, Years			
	0	5	10	15
α	1.00000	1.0729	1.1110	1.1037
β	0.	-.00993	-.01768	-.02120
γ	0.	.000314	.000601	.000771
δ	0.	-.0000034	-.0000070	-.0000098
Q_0	1.1432 = R_0	1.1053	1.0660	1.0227
Q_1	32.648 = R_1	31.533	30.378	29.083
Q_2	983.77 = R_2	949.22	913.35	872.31
Q_3	31161. = R_3	34362.	37768.	39960.
Q_4	1032646. = R_4			
Q_5	35615630. = R_5			
μ_1	28.5584 = λ_1	28.5287	28.4973	28.4368
μ_2	44.9566 = λ_2	44.9001	44.7077	44.2806
μ_3	114.230 = λ_3			
μ_4	-990. = λ_4			
$\log_e Q_0$.13383	.10012	.06391	.02247
$\log_e z$.00006	-.03351	-.06958	-.11074
$z = 1 - \Theta$.9670	.9328	.8952
Θ	0.0	.0330	.0672	.1048

On the basis of the constants shown in Tables XIII and XIV we may now examine the results obtained in accordance with the several approximate and exact formulae given in the preceding paragraph.

Beginning with the simplest formula, we find, for the proportion of orphans among children fifteen years of age, for example,

$$\Theta = 1 - \frac{Q_0}{R_0} = 1 - \frac{1.0227}{1.1432} = 1 - .8946 = .1054 = 10.54 \text{ percent.} \quad (89)$$

Using now the more exact formula

$$\log_e z = \log_e \frac{Q_0}{R_0} - (\mu_1 - \lambda_1) r + (\mu_2 - \lambda_2) \frac{r^2}{2} - \dots \quad (83)$$

we have, for example when the rate of natural increase $r = .01$ per head per annum

$$\begin{aligned} \log_e z &= -.11136 - (28.44 - 28.56) \times .01 + (44.28 - 44.96) \\ &\quad \times .00005 \\ &= -.11136 + .0012 - .000034 \\ &= -.11019 \\ z &= .8957 \\ \Theta &= 1 - z = .1043 = 10.43 \text{ percent.} \end{aligned} \quad (90)$$

It will be observed that the correction arising from the terms in r is small, that from the term in r^2 practically negligible. This is due to the fact that the μ 's and λ 's are nearly equal, as was pointed out in an earlier paragraph.

It is also of interest to observe the numerical aspect of the relation

$$\begin{aligned} \frac{Q_0}{R_0} &= \alpha + \beta \frac{R_1}{R_0} + \gamma \frac{R_2}{R_0} + \delta \frac{R_3}{R_0} + \dots \quad (85) \\ &= 1.1037 - .02120 \times 28.56 + .000771 \times 860.54 \\ &\quad - .0000098 \times 27,258 \\ &= 1.1037 - .6055 + .6635 - .26713 = .8946 \end{aligned} \quad (91)$$

This should be compared with (59) and (60).

The Thiele Seminvariants μ and λ . — It has been noted numerically that the seminvariant μ of $\phi(a+n)m(n)$ and λ of $\phi(n)m(n)$ are nearly equal. The analytical *raison d'être* of this fact may be made evident as follows:

The seminvariant μ_r is defined as

$$\mu_r = \frac{Q_r}{Q_0} \quad (74)$$

$$= \frac{\alpha R_r + \beta R_2 + \gamma R_3 + \delta R_4}{\alpha R_0 + \beta R_1 + \gamma R_2 + \delta R_3} \text{ by (80)} \quad (92)$$

Now $\frac{\dot{p}(a+n)}{p(n)}$ is a rather slowly changing function of n , that is to say, the coefficients β , γ , δ are rather small as compared with α .

On the other hand it lies in the nature of the moments R that the ratio of successive moments is roughly constant, *i. e.*

$$\frac{R_1}{R_0} = \lambda_r \text{ (exact)} \quad (93)$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} = \lambda_r \text{ (approx.)} \quad (94)$$

In view of these facts μ_r is given with close approximation by

$$\mu_r = \frac{R_0 \{ \alpha \lambda_r + \beta \lambda_r^2 + \gamma \lambda_r^3 + \delta \lambda_r^4 \}}{R_0 \{ \alpha + \beta \lambda_r + \gamma \lambda_r^2 + \delta \lambda_r^3 \}} \quad (95)$$

$$= \lambda_r \quad (96)$$

Similarly it can be shown that the higher semivariants μ , λ are pairwise nearly equal.

It is to be noted that the very close approximation of λ to μ is due to the combination of two circumstances, namely first, the relatively small values of β , γ , δ as compared with α ; and second,

the approximate equality $\frac{R_{n+r}}{R_n} = \lambda_r$. Either of these two con-

ditions alone would not produce the degree of approximation actually noted, but together they reinforce each other with the numerical result shown.

Posthumous Orphans. — A short method for determining the proportion of posthumous orphans in the population has been given in the text; it remains to establish the result on a rigorous basis.

In a Malthusian population, the proportion of male paternal orphans of age a , is, evidently, given by the following slight modification of the formula developed on page 54 for maternal orphans, the symbols p and m relating now to the life table for *males* and the *paternity* frequency counting sons only *.

$$\Theta = 1 - \int_0^{\infty} e^{-rn} \frac{p(a+n)}{p\left(n - \frac{3}{4}\right)} p(n) m(n) dn \quad (97)$$

$$= 1 - \int_0^{\infty} e^{-rn} p(a+n) m(n) \left\{ 1 - \frac{3}{4} q\left(n - \frac{3}{4}\right) \right\} dn \quad (98)**$$

$$= 1 - \int_0^{\infty} e^{-rn} p(a+n) m(n) dn + \frac{3}{4} q\left(\bar{n} - \frac{3}{4}\right) \int_0^{\infty} e^{-rn} p(a+n) m(n) dn \quad (99)$$

where \bar{n} , according to the general theorem on page 56, is given by

$$\bar{n} \int_0^{\infty} e^{-rn} p(a+n) m(n) dn = \int_0^{\infty} n e^{-rn} p(a+n) m(n) dn \quad (100)$$

$$\bar{n} = \mu_1 - \mu_2 r + \dots \quad (72)$$

$$= \mu_1, \text{ approximately for } \text{moderate values of } r \quad (101)$$

So that

$$\Theta = 1 - \int_0^{\infty} e^{-rn} p(a+n) m(n) dn + \frac{3}{4} q\left(\mu_1 - \frac{3}{4}\right) \int_0^{\infty} e^{-rn} p(a+n) m(n) dn \quad (102)$$

In the case of newborn children $a = 0$, and the integral in the expression above is equal to unity according to (17), for a Malthusian population, while μ_1 reduces to λ_1 . So that finally

$$\Theta = \frac{3}{4} q\left(\lambda_1 - \frac{3}{4}\right) \quad (103)$$

* The case of daughters born posthumously is treated in essentially the same way, with the minor modifications set forth on page 99 in dealing with male maternal and female paternal orphans.

** The symbol $q(n)$ is here employed in the sense of the actuarial notation to denote the probability, at age n , of dying within a year.

That is, among newborn (living) children, the proportion of those who have lost their father before birth is equal to the death toll of mortality per head $q(n)$ operating for nine months among males three-quarters of a year younger than the mean age of the age-schedule of paternity frequency.

Male maternal orphans. (Sons who have lost their mother). — The argument on which the computation of these is based runs closely parallel to that set forth in the case of female maternal orphans. The survival factor $p(a)$, however, which relates to the *child* is now $p_m(a)$ instead of $p_f(a)$. The symbol $m_f^I(n)$ now means the maternity frequency, counting *sons* only. The symbols $p_f(n)$ and $p_f(a+n)$, which relate to the mother, remain unchanged. We thus find, for the number of males of ages a to $(a+da)$, whose mother is not living,

$$N_m b_m e^{-ra} p_m(a) da \left\{ 1 - \frac{N_f b_f}{N_m b_m} \int_0^{\infty} e^{-rn} p_f(a+n) m_f^I(n) dn \right\} \quad (104)$$

and, for the fraction of all males of ages a to $(a+da)$, whose mother is not living

$$1 - \frac{N_f b_f}{N_m b_m} \int_0^{\infty} e^{-rn} p_f(a+n) m_f^I(n) dn \quad (105)$$

But $\frac{N_f b_f}{N_m b_m} = \frac{B_f}{B_m}$ is simply the sex ratio (females to males) at birth,

which in the United States in 1920 was 1/1.0595. We have, then, finally, for the proportion of sons of ages a to $(a+da)$ who have no mother living

$$1 - \frac{1}{1.0595} \int_0^{\infty} e^{-rn} p_f(a+n) m_f^I(n) dn \quad (106)$$

Female paternal orphans (Daughters who have lost their father). — It seems hardly necessary to reproduce here in full the argument regarding these. It follows essentially the same lines as that regarding male maternal orphans, and leads obviously to the expression (107) for the proportion of female paternal orphans of ages a to $(a+da)$.

$$1 - 1.0595 \int_0^{\infty} e^{-rn} \frac{p_m(a+n)}{p_m\left(n - \frac{3}{4}\right)} p_m(n) m_m^I(n) dn \quad (107)$$

where $m_m^1(n)$ denotes the paternity frequency, at age n , counting daughters only.

Paternity frequency. — While the reports of the United States Census Bureau give statistics of maternity frequency of white mothers classified in age groups, similar statistics relating to white fathers (paternity frequency), are not directly available. For purposes of the computations presented herewith, approximate values of the paternity frequencies of fathers, classified in quinquennial age groups, were obtained by distributing the sons of white mothers, classified according to age, among the white fathers of corresponding age, using for this purpose the correlation table of ages of husbands and wives having a child in 1920 given in the Census Bureau Report of Births Statistics, 1920, Table 6, page 193.

That this indirect method gives essentially correct results for the proportion of orphanhood at a given age was established by trial in the case of the statistics of England and Wales where data for both direct and indirect computation were available. So, for example, at age ten, the indirect method gave 7.09 percent, the direct method 7.32 percent orphanhood. At age forty the indirect method gave 59.53 percent, the direct 60.11 percent. The figures adopted in the text and tables for England and Wales are those obtained by the direct method.

Fertility Data for England and Wales. — The source of these data was briefly noted in the text, page 68. It is desirable here to indicate somewhat more in detail how the crude data given in the Statistical Review of England and Wales for the year 1922 (page 138) were elaborated for the purposes of the present inquiry.

(a) *Females.* — The source quoted gives the number of legitimate children of both sexes combined born in the year 1921 per married woman, in quinquennial age groups of mothers. These figures are reproduced in column (3) of Table XV. The number of married and total persons in corresponding quinquennial age groups is given in General Tables of the Census of 1921 of England and Wales page 138, so that marital ratios can be directly computed. They are shown in column (2). Dividing the figures in column (3) by those in column (2) we obtain the legitimate maternity frequency referred to all women regardless of marital state. These, stated on a basis per 100,000 women, are shown in column (4) of Table XV. It is now necessary to split up these figures according to the sex of the child. The sex ratio (males to females) at birth for children of mo-

TABLE XV. — *Estimate of Age Schedule of Parenthood for Fathers and Mothers, England and Wales, 1921, by Sex of Child.*

(1)	(2)	(3)		(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Sex; Age	Percent Married [1]	Maternity Frequency, Children		Sex Ratio at Birth Males to Females [3]	Unadjusted Maternity Frequency, Daughters per 100,000 Total Females	Population	Daughters Born on Basis of col. [6] and Female Population by Age	Adjusted Maternity Frequency per 100,000 Total Females [4]	Adjusted Maternity Frequency per 100,000 Total Females	
		per 1,000 Married Females [2]	per 100,000 Total Females							
Female										
15-19	1.75	447	782	1.062	379	1,775,231	6,732	380	402	
20-24	27.00	359	9,693	1.069	4,685	1,703,067	79,792	4,698	4,995	
25-29	56.84	268	15,233	1.063	7,385	1,620,290	119,662	7,405	7,828	
30-34	69.72	197	13,735	1.054	6,688	1,519,649	101,628	6,706	7,029	
35-39	74.00	131	9,694	1.045	4,741	1,471,913	69,782	4,754	4,940	
40-44	75.11	32	2,404	1.033	1,183	1,378,121	16,296	1,186	1,218	
							393,892			
Sex; Age	Percent Married [1]	Paternity Frequency, Children		Sex Ratio at Birth Females to Males [3]	Unadjusted Paternity Frequency, Sons per 100,000 Total Males	Population	Sons Born, on Basis of col. [6] and Male Population by Age	Adjusted Paternity Frequency, Sons per 100,000 Total Males [6]	Adjusted Paternity Frequency, Daughters per 100,000 Total Males	
		per 1,000 Married Males [5]	per 100,000 Total Males							
Male										
15-19	.40	500	200	.946	103	1,727,823	1,775	101	99	
20-24	17.67	383	6,768	.937	3,495	1,448,385	50,618	3,441	3,327	
25-29	54.77	284	15,555	.939	8,024	1,339,960	107,521	7,901	7,654	
30-34	75.57	210	15,870	.945	8,161	1,281,320	104,570	8,036	7,834	
35-39	81.82	146	11,946	.950	6,128	1,273,321	78,023	6,033	5,913	
40-44	83.68	88	7,364	.950	3,777	1,223,054	46,191	3,719	3,645	
45-49	83.66	43	3,597	.956	1,839	1,162,158	21,377	1,811	1,786	
50-54	82.42	18	1,484	.950	761	971,021	7,391	749	735	
55-59	80.16	8	641	.967	326	781,608	2,547	321	320	
60-64	75.81	5	379	.970	192	601,235	1,157	189	190	
65-69	68.85	3	207	.975	105	449,363	471	103	104	
70-74	59.92	1	60	.980	30	280,491	85	30	30	
							421,726			

[1] England and Wales, Census of 1921, General Tables, Table 33, p. 138.

[2] England and Wales, Report of Registrar-General, 1922, p. 138.

[3] U. S. Birth Registration Area, 1920, less Maine, taking legitimate births only.

[4] Adjustment factor; ratio of actual legitimate daughters born to estimated, 1921, = $\frac{394955}{393892} = 1.0027$.

[5] England and Wales, Census of 1921, Dependency, Orphanhood, Fertility, Table 11, p. 241.

[6] Adjustment factor; ratio of actual legitimate sons born to estimated, 1921, = $\frac{415241}{421726} = .9846$

thers of stated age is shown in column (5), on the basis of American statistics, and these ratios applied to the figures in column (4) give the maternity frequencies, counting daughters only, shown in column (6). The figures so obtained were then multiplied by a correcting factor, 1.0027 * such that the product sum of the maternity frequencies and the female population classified in age groups gives the actual number of legitimate daughters born.

(b) *Males*. — The data regarding males were obtained from the Census of England and Wales 1921, volume on Dependency, Orphanhood and Fertility, p. 241. Otherwise the method of computing the paternity frequencies (counting sons only) followed the same course as that described for the female fertility (maternity frequency).

Resulting Malthusian Age Distribution. — From these fundamental data the various derived demographic characteristics for England and Wales were computed essentially according to the principles and in the manner already described for the United States.

In computing the age distribution represented by the smooth curve in the three panels of Figure 8, the plan followed differed however, from that employed in the case of the American population. There the actually observed rate of natural increase had been employed, as this was found to furnish a smooth curve harmonizing sufficiently well with the observed age distribution. In the case of England and Wales, the smooth curve of Malthusian age distribution was computed on the basis of the "inherent" rate of natural increase, that is, the rate ultimately resulting from, and permanently compatible with the observed age schedule of fertility and mortality. This rate is defined by the real root r_0 of equation (17), and was found to have the value $r_0 = .0072$ per head per annum, on the basis of male fertility and mortality. It should be remarked that a somewhat different value is found for r_0 according as we base the computation on the fertility and mortality of males or of females, the difference between these two values being probably somewhat exaggerated in the case of England and Wales on account of the dislocation of the normal sex ratio in the population by the war deaths among males. Actually the *male* fertility and mortality were used in preference to the female, because males were in the minority, and in these circum-

* The close approach to unity of this factor may be taken as an indication that the use of American statistics in computing the sex ratio will affect the ultimate result only in negligible degree.

stances it may be expected that the males would set the pace for the rate of growth. A further *a posteriori* justification of this choice is to be seen in the fact that the Malthusian age distribution computed on this basis is found to harmonize well with the observed (see Figure 8).

THE ANNUAL ACCESSION OF NEW ORPHANS.

For a population with fixed age schedule of fertility and mortality, and with a fixed age distribution (a Malthusian population), the proportion of orphans, between the ages a_1 and a_2 in the total population at time t is given by *

$$\Omega_{12} = \int_{a_1}^{a_2} b e^{-ra} p(a) \left\{ 1 - \int_0^\infty e^{-rn} p(a+n) m(n) dn \right\} da \quad (108)$$

$$= \int_{a_1}^{a_2} \omega(a) da, \text{ for brevity,} \quad (109)$$

$$= \int_{t-t_{a_1}}^{t-t_{a_2}} \omega(t-t_a) d(t-t_a) \quad (110)$$

where t_a is the date of birth of a person whose age at time t is a .

But in a Malthusian population this proportion in the total population, of orphans between specified age limits, is constant, that is

i. e.

$$\frac{d \Omega_{12}}{dt} = \omega(t-t_{a_1}) - \omega(t-t_{a_2}) - \int_{t-t_{a_1}}^{t-t_{a_2}} \frac{d \omega(t-t_a)}{d(t-t_a)} d(t-t_a) = 0 \quad (111)$$

$$\omega(a_2) - \omega(a_1) - \int_{a_1}^{a_2} \frac{d \omega(a)}{da} da = 0 \quad (112)$$

or, returning to the original detailed notation,

$$\frac{d \Omega_{12}}{dt} = 0 = b e^{-ra_2} p(a_2) \left\{ 1 - \int_0^\infty e^{-rn} m(n) p(n+a_2) dn \right\}$$

* See page 79 formula 14, putting $B(t) = N_0 b e^{rt}$ and $t_0 = 0$.

$$\begin{aligned}
& - b e^{-r a_1} p(a_1) \left\{ I - \int_0^\infty e^{-r n} m(n) p(n + a_1) d n \right\} \\
& + r \Omega \\
& - \int_{a_1}^{a_2} b e^{-r a} \left\{ I - \int_0^\infty e^{-r n} m(n) p(n + a) d n \right\} \frac{d p(a)}{d a} d a \quad (II3) \\
& + \int_{a_1}^{a_2} b e^{-r a} p(a) \left\{ \int_0^\infty e^{-r n} m(n) \frac{d p(n + a)}{d a} d n \right\} d a
\end{aligned}$$

Of the five terms in the right hand member of (II3), the first clearly represents the orphans, per head of the total population, outgrowing age a_2 per unit of time, and thus eliminated from the age group a_1 to a_2 . It is to be noted that this is simply equal to the proportion $\omega(a_2)$ of orphans of age * a_2 in the total population.

The second term similarly represents the orphans (per head of the total population) entering from below into the age group a_1 to a_2 , per unit of time. This term is simply $\omega(a_1)$ the proportion of orphans of age * a_1 in the total population.

The third term, $r \Omega_{12}$, represents the natural rate of increase (per head of the total population) of the orphans comprised in the age group a_1 to a_2 .

In the fourth term, we note that

$$-\int_{a_1}^{a_2} b e^{-r a} \frac{d p(a)}{d a} d a = d_{12} \quad (II4)$$

is the deathrate per head per unit of time in the population of ages between a_1 and a_2 . This term may accordingly be written $-d_{12} \Omega_{12}$.

Lastly, the fifth term, but with the sign changed, evidently gives the rate, per head of the total population, at which new orphans between the ages a_1 and a_2 arise by the deaths of mothers of all ages. Let us denote this rate by $g_{12} \Omega_{12}$.

Then equation (II3) may be written

$$g_{12} \Omega_{12} = \omega_2 - \omega_1 + r \Omega_{12} + d_{12} \Omega_{12} \quad (II5)$$

That is to say, each year's new contingent of orphans between the ages a_1 and a_2 , represents the excess of orphans outgrowing age

* "Of age a_k " here means between ages a_k and a_{k+1} , the interval of one year being treated as a differential.

a_2 over those outgrowing age a_1 , plus those dying between the ages a_1 and a_2 plus the natural increment arising from the excess of the birth-rate over the death-rate. Summarized in this way, equation (115) may appear as a truism. But expressed in analytical detail, the equation gives us the quantitative measure of each of these terms, and a ready means of computing this annual contingent, once the proportion of orphans at each age between a_1 and a_2 has been determined.

It should be noted that for the special case that $a_1 = 0$, we have $\omega_1 = 0$ and the equation (115) becomes

$$g_{02} \Omega_{02} = \omega_2 + r \Omega_{02} + d_{02} \Omega_{02} \quad (116)$$

Annual Accession of New Orphans: Alternative Method of Determination. — There is, however, another direct approach for determining the annual accession of new orphans, as follows:

The average number of surviving children between the ages a_1 and a_2 , per female of present age N , in the population, is evidently given by

$$h_{12}(N) = \int_{a_1}^{a_2} m(N-a) p(a) da \quad (117)$$

where $(N-a)$ is the age of the mother at the time of the birth of a child now a years old. Since the death-rate per head of females of age N is given by

$$b e^{-rN} \frac{d p(N)}{d N} \quad (118)$$

the total number of new orphans of ages a_1 to a_2 per unit of time will be

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} b e^{-rN} \frac{d p(N)}{d N} h_{12}(N) d N = \\ & = \int_0^{\infty} b e^{-rN} \frac{d p(N)}{d N} \left\{ \int_{a_1}^{a_2} m(N-a) p(a) da \right\} d N \quad (119) \end{aligned}$$

This formula furnishes a useful check on computation conducted by the first method.

It remains to show that the two methods are fully equivalent.

To do this, instead of N , the present age of the mother, we introduce n , her age when a child now age a was born, so that

$$N = n + a \quad (120)$$

Then (119) becomes

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} b e^{-r(n+a)} \frac{d p(n+a)}{d(n+a)} \left\{ \int_{a_1}^{a_2} m(n) p(a) da \right\} d(n+a) = \\ & = \int_{a_1}^{a_2} b e^{-ra} p(a) \left\{ \int_0^{\infty} e^{-rn} m(n) \frac{d p(n+a)}{da} dn \right\} da \quad (121) \end{aligned}$$

which establishes the identity of the two expressions for the annual contingent of new orphans.

Generalization. — The second method of computing the annual accession of new orphans can also easily be generalized. We need not restrict ourselves to a population with a Malthusian age distribution. If $c(N)$ is the coefficient of age distribution of the persons dying per annum, such that $c(N) dN$ gives the fraction of the deaths comprised within the age limits N and $N + dN$ then, evidently, the yearly accession of new orphans is given by

$$\int_0^{\infty} c(N) h_{12}(N) dN \quad (122)$$

This is the method actually followed in the text.

Numerical Example. — As an illustration of the two methods of computing the annual accession of orphans described above, these two methods were applied to a Malthusian population subject to the life table mortality of the white females in the United States 1919-20, with the actually observed rate of natural increase $r = .0107$ per head per annum. This Malthusian population, whose age distribution is shown graphically in Fig. 6, corresponds, not to the actual fertility as of 1920, but to 1.1843 times that fertility.

First method. — In this case, applying the equation (116), we have for a total white female population of 100,000

$$\Omega_{0,17} = 1898.4 \text{ white female orphans} \quad (123)$$

under 17 years old

$$r \Omega_{0,17} = 20.3 \quad (124)$$

$$\omega_{17} = 217.2 \quad (125)$$

$$\omega_0 = 0 \quad (126)$$

$$d_{0,17} \Omega_{0,17} = 4.8 \quad \left(\begin{array}{l} \text{computed by applying} \\ \text{life table } q_x \text{ to each} \\ \text{age element of the po-} \\ \text{pulation of orphans} \\ \text{under 17} \end{array} \right) \quad (127)$$

so that

$$\left. \begin{aligned} g_{0,17} \Omega_{0,17} &= \omega_{17} + r \Omega_{0,17} + d_{0,17} \Omega_{0,17} \\ &= + 217.2 + 20.3 + 4.8 \\ &= 242.3 = \text{annual contingent of new} \\ &\quad \text{white female maternal orphans per} \\ &\quad \text{100,000 total white female popu-} \\ &\quad \text{lation.} \end{aligned} \right\} (128)$$

Second method. — The several steps involved in the use of this method appear in the subjoined Table XVI. The first column of this table sets forth the ages 14 to 67 of the white female population. Column (2) gives the corresponding Malthusian age distribution corresponding to the observed rate of natural increase .0107, for a total population (of all ages) of 100,000. Column (3) sets forth the corresponding annual deaths, computed according to the U. S. life table 1919-20. Column (4) exhibits the number of surviving daughters under 17 per 100,000 females of specified age *. Column (5) shows the cross product of Columns (3) and (4), and its cumulated sum of 205.00 gives the annual accession of new orphans on the basis of the fertility as of 1920. But, as already mentioned, a rate of increase of .0107 corresponds to a fertility 1.1843 times that of 1920. Hence, finally $205.00 \times 1.1843 = 242.8$ gives the annual accession of new female maternal orphans under 17 years of age, per 100,000 white female population under the condition of our example. As will be seen this is practically in perfect accord with the result of 242.3 obtained by the first method.

* Irrespective of individual motherhood; see also Table VII footnote.

TABLE XVI. — *Annual Accession of New Maternal Orphans in a Malthusian Population according to United States Life Table 1919-1920, White Females, and Maternity Frequency as of 1920.*

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Age	Malthusian Age Distribution per 100,000 Total Population of All Ages	Deaths in Malthusian Age Distribution	Surviving Daughters Under 17 Per 100,000 Females of Stated Age	Maternal Orphans Arising from Deaths in Column (3)
14	1870.2	4.36	10	.00
15	1846.0	4.97	87	.00
16	1821.4	5.61	481	.03
17	1796.5	6.20	1600	.10
18	1771.2	6.78	3861	.26
19	1745.7	7.42	7458	.55
20	1719.8	8.03	12306	.99
21	1693.5	8.59	18140	1.56
22	1667.0	9.04	24648	2.23
23	1640.3	8.37	31546	2.64
24	1613.6	9.62	38615	3.71
25	1586.9	9.81	45691	4.48
26	1560.3	9.92	52646	5.22
27	1533.9	10.02	59401	5.95
28	1507.7	10.06	65889	6.63
29	1481.7	10.03	72062	7.23
30	1456.0	9.97	77900	7.77
31	1430.6	9.90	83395	8.26
32	1405.6	9.80	88468	8.67
33	1381.0	9.67	92916	8.98
34	1356.7	9.50	96369	9.16
35	1332.9	9.30	98430	9.15
36	1309.5	9.15	98887	9.05
37	1286.5	9.03	97785	8.83
38	1263.8	8.95	95335	8.53
39	1241.5	8.86	91795	8.13
40	1219.6	8.82	87407	7.71
Carried forward				135.82

TABLE XVI. — (Continued)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Age	Malthusian Age Distribution per 100,000 Total Population of All Ages	Deaths in Malthusian Age Distribution	Surviving Daughters Under 17 Per 100,000 Females of Stated Age	Maternal Orphans Arising from Deaths in Column (3)
Brought forward				135.82
41	1197.8	8.82	82361	7.26
42	1176.4	8.88	76827	6.82
43	1155.1	9.01	70967	6.39
44	1133.9	9.18	64925	5.96
45	1112.7	9.40	58850	5.53
46	1091.6	9.66	52875	5.11
47	1070.4	9.95	47095	4.69
48	1049.2	10.28	41575	4.27
49	1027.9	10.62	36351	3.86
50	1006.4	11.00	31444	3.46
51	984.8	11.43	26846	3.07
52	963.1	11.94	22555	2.69
53	941.0	12.52	18591	2.33
54	918.6	13.15	14969	1.97
55	895.8	13.81	11713	1.62
56	872.6	14.49	8859	1.28
57	849.0	15.15	6435	.97
58	825.0	15.76	4462	.70
59	800.6	16.32	2935	.48
60	775.9	16.88	1821	.31
61	751.0	17.54	1062	.19
62	725.7	18.33	583	.11
63	699.8	19.26	301	.06
64	673.3	20.26	147	.03
65	646.1	21.29	70	.01
66	618.2	22.29	31	.01
67	589.6	23.21	11	.00
Total				205.00

Application to Actual Age Distribution United States White Females 1920. — As pointed out on page 106 the methods exemplified above, for determining the annual accession of new orphans can be generalized to apply not only to a Malthusian but to a population with arbitrary age distribution. This is the method that has actually been used in the text, and lies at the basis of Tables VII and VIII.



ETTORE CICCOTTI

Il problema demografico nel mondo antico

I. — DATI E COEFFICIENTI DELLO SVILUPPO DEMOGRAFICO : METODI D'INDAGINE PEL MONDO ANTICO.

Uomini e gruppi di uomini associati per vincoli di sangue e poi per tradizione, formati attraverso lunghe e varie vicende, dovevano domandare al territorio, su cui più o meno stabilmente risiedevano, l'alimento fornito con vece alterna dalla caccia, dalla pastorizia, dall'agricoltura. E dovevano pure, volta per volta, difendere od ampliare il loro possesso per sopperire alle successive necessità di vita. Ma tutto ciò in persistente relazione col numero crescente o decrescente degli abitanti, con le loro esigenze e con le attitudini offerte dal sesso e dalla età de' loro elementi.

Il problema demografico sorgeva dunque col tempo più antico, con le origini stesse della vita familiare e sociale alla quale peraltro doveva strettamente coordinarsi assumendo tutte quelle varie e diverse forme a cui erano condizione e davano colore il costume, i vari bisogni: tutto insomma il grado di civiltà raggiunto o in via di sviluppo.

Questa valutazione del problema demografico alla quale ordinariamente, e specie per molte età e molti paesi, mancavano anche in via assoluta dati positivi, è avvenuta secondo un duplice indirizzo. Alcuni hanno ceduto all'attrattiva di un calcolo numerico, che, quando non è stato illusorio, è riuscito troppo spesso elastico, indeterminato e pure poco istruttivo; limitato com'era ad alcune città e ad alcune classi della popolazione, o aberrante, si può dire, da ogni elemento di statistica morale, cioè di quel che più importa conoscere.

Altri sia pure in numero minore, dallo Hume (1) al Poehlmann (2), hanno voluto desumere, comunque, da dati generali e per via indiretta, le cause, le fasi, le conseguenze, i modi dell'incremento o del regresso demografico; ciò che presentava maggior grado di probabilità e anche, malgrado le contrarie apparenze, di concretezza, e s'integrava meglio nella generale concezione storica, con maggiore utilità de' dati numerici spesso contestati, più spesso contestabili o più spesso ancora insufficienti nella loro incertezza o nel loro schematismo.

In ogni modo, si può dire che quanto si poteva ricavare di risultati numerici, è stato, per quanto disputabilmente, ricavato; e ora più giova d'insistere sul lato, meno curato, delle fasi qualitative del problema demografico più generico (3).

Date queste condizioni, lo stato delle popolazioni e le loro successive fasi d'incremento o decrescenza possono emergere da' modi stessi di vita, e ne seguono le varie vicende. A misura che si risale alle condizioni più rudimentali, più primitive, come si usa dire, di vita, l'andamento demografico è sempre più in balia degli agenti naturali.

L'alimento chiesto alla caccia è più aleatorio, meno compatibile con una sede stabile, più subordinato ad una maggiore estensione di territorio da battere. È meno ancora si accorda con tutto quanto

(1) *Essays moral, political and literary* by DAVID HUME, ed. by Green and T. M. Grove, London 1875, vol. I.

(2) *Die Uebervölkerung der antiken Grossstädte im zusammenhange mit der Gesamtentwicklung städtischer Civilisation dargestellt* von ROBERT PÖHLMAN, Leipzig 1884.

(3) La questione di metodo fu già da me trattata in una pubblicazione: *Indirizzi e metodi negli studi di demografia antica*: Introduzione al vol. IV della « Biblioteca di storia economica » diretta da VILFREDO PARETO, 1909; uno scritto che suscitò interesse tra gli studiosi della materia, anche filologi, ottenendo apprezzamenti ed anche espliciti consensi, come dal WILAMOWITZ e da H. NISSEN e da Fr. CAUER in Germania, e dal BOUCHÉ-LECLERCQ e dallo CHAPOT in Francia. Nello stesso IV volume della « Biblioteca di storia economica », oltre al noto libro del BELOCH sulla « Popolazione del mondo antico », si trovano, in traduzione, insieme alle repliche del Beloch, articoli del NISSEN, del SEECK e di altri ove se ne discutono i risultati. Perciò in questo scritto, ch'è soprattutto lavoro critico e di sintesi, le citazioni di testi e di autori sono limitate — e non potrebbe essere altrimenti — a tutto ciò che può agevolare il chiarimento di assunti e l'ulteriore e più specifica nozione — per i non specialisti — di singoli argomenti. Fuori di che si andrebbe ad una bibliografia e ad una documentazione eccedente un lavoro di sintesi e non confacente neppure a una sintesi.

rende possibile o favorisce la tutela dell'esistenza e, insieme alla proliferazione, un più sicuro allevamento di una prole più numerosa.

La pastorizia sempre più sviluppata migliora già naturalmente queste condizioni; ma la stabilità che dà al gruppo familiare o sociale è anch'essa relativa; soggetta com'è al bisogno sempre nuovo e crescente di pascoli e quindi a un avvicendamento di sedi. Le quali divengono fisse, invece, con l'agricoltura, ove si consolida e si estende l'iniziale stato patriarcale; e con la maggiore sicurezza dell'esistenza e la regolarità dell'alimento sorgono e si sviluppano, insieme, la maggiore utilità della prole numerosa e i migliori mezzi per procurarsela ed allevarla.

In tutti questi stati originarii o più antichi, e per lungo tratto di tempo ancora, l'andamento demografico è quindi più che mai dominato da agenti naturali; e ciò che vi può essere di volontario ha carattere affatto empirico e accidentale. L'istinto sessuale vi ha naturalmente pieno corso; ma, anche quando non se ne risente l'azione, lo sviluppo e la continuità della discendenza soggiace, insieme e più del resto della convivenza, al capriccio delle stagioni, alle carestie, alle insidie e alle violenze dell'ambiente.

Malgrado i caratteri di maggiore resistenza che si possono supporre negli uomini allo stato naturale, le forze distruttive dovevano operare con persistenza e con largo effetto; come fanno indurre le condizioni degli odierni selvaggi, la nozione degli elementi avversi, la scarsa moltiplicazione delle specie, che, diversamente, in così lungo giro di secoli, avrebbe già raggiunto lo stadio presuntivo di saturazione. Gli stessi caratteri di maggiore resistenza erano l'oggetto di una selezione e un adattamento che si erano lentamente avverati attraverso perdite numerose e ripetute.

Assalti di fiere, asprezze atmosferiche, siccità, epidemie, ostilità di uomini, contro cui erano scarse le difese, dovevano decimare le vite, quanto più queste erano fragili e crescenti.

II. — I PIÙ ANTICHI ASPETTI DEL PROBLEMA DEMOGRAFICO E LE PIÙ ANTICHE RISOLUZIONI ARTIFICIALI.

La costituzione della famiglia patriarcale, succeduta a gruppi dovuti a legame di sangue meno definito o meno certo, e il suo ampliamento successivo dovettero dare impulso e favore all'allevamento della prole, che era un aiuto nella custodia e nella cura delle greggi,

una necessità per il lavoro de' campi, un valido ausilio nella difesa contro gruppi ostili o concorrenti o un appoggio per l'età declinante. Gli uffici funerarii e i sentimenti religiosi che ne rampollarono dettero poi anche un crisma morale a queste fondamentali valutazioni di genere utilitario, elevandole e radicandole, con la forza della religione, della tradizione e magari pure della superstizione.

Per quanto relativamente migliorate le condizioni di vita, duravano, forti, le cause di perdita; e, non meno delle altre, le straordinarie ma ricorrenti; come potevano essere la sopravveniente aridità de' pascoli naturali, la perdita o la scarsezza de' raccolti, le morie di uomini e di greggi, i conflitti e le conseguenti invasioni.

A fronteggiare o attenuare queste avversità sopprimevano le esposizioni d'infanti, che hanno appreso tanta eco anche nelle leggende e si dovevano perpetuare in forma ridotta in periodi d'iniziata civiltà; e le uccisioni de' vecchi, che ancor in tempi storici qualche autore — STRABONE per es. — ci attesta esistenti presso popolazioni costiere del Caspio, o in forma di antropofagia, come presso i Derbici (1), e che, ne' periodi di progredita civiltà sopravvivevano come riti nell'uso romano di gettare fantocci al fiume, e nel detto proverbiale « *decani de ponte* » (2). La notizia di DIODORO — come che la si voglia valutare — secondo la quale l'esposizione d'infanti era ignota in Egitto, dove bastavano venti dramme per l'allevamento del fanciullo, ribadisce il concetto e l'interpretazione che di quell'uso barbarico si può dare.

Ma quando e dove riuscivano insufficienti questi espedienti della eliminazione di bocche inutili, infantili o senili, e non giovavano o non bastavano nemmeno alla popolazione cresciuta le rapine di periodiche incursioni, si determinavano esodi collettivi e permanenti o di tutta la popolazione, o della parte di essa capace di sostenere l'urto di forze avverse e di conquistarsi durevolmente un territorio.

La primavera sacra (*ver sacrum*) (3), che è rimasta nella tradizione de' popoli italici, come una delle maggiori espressioni di questi esodi, è, dagli scrittori che ne hanno conservata la memoria, messa in rela-

(1) *Geograph.* XI, 12, 8.

(2) « *Depontani senes appellabantur qui sexagenarii de ponte deiciebantur* ». *FESTI de verborum significatione*: 66,5 e 450,23, ed. W. M. Lindsay.

(3) I testi relativi si trovano citati in *Dictionnaire des antiquités grecques et romaines* di DAREMBERG-SAGLIO sotto gli articoli: *Devotio*, *Consecratio*, *Lustratio*, *Sacrificium*; STRAB. V, 4, 12.

zione piuttosto con moventi di carattere religioso che non con ragioni di carattere demografico.

Ma non è fuori di luogo, e tanto meno ardito, ritenere che, specie nelle origini, si trattasse di fenomeni demografici coloriti di pratiche religiose e innestate su di esse. La stessa tradizione accenna che questi esodi di popolazioni erano determinati da carestie, da epidemie assunte come prodigi, a cui poteva collegarsi l'esuberanza di popolazione e a cui la sua riduzione serviva al tempo stesso di rimedio (1). La forma utilitaria, alla quale, non in questo caso soltanto, si riducevano molte pratiche religiose, avrebbe anche in questo caso un'applicazione. Nè mancano altri addentellati a questa interpretazione, come quando, nella tradizione si vedono Dryopi, sottomessi e consacrati da Ercole al dio di Delfo, mandati poi come coloni nel Peloponneso, e i servi sacri (*hierodouloi*) offerti da Creta, da Eretria e da Magnesia, adibiti a coltivare le terre del tempio di Delfo (2). E PLUTARCO, a tanta distanza di tempo, già nel secondo secolo dell'E. V. là, dove (*dell'amore della prole*) prima rileva e poi contesta l'inferiorità degli uomini agli animali nell'allevamento disinteressato della discendenza; è tratto a giustificare il sacrificio che i genitori facevano in dati casi de' figli col timore che « non allevati nel debito modo, rozzi e asserviti, versassero nell'indigenza; e ritenendo la povertà come il più grave ed il peggiore de' mali, non volessero dare ad essa in preda la prole ».

Anche l'immolazione de' vecchi si è presentata col tempo, come una pratica prettamente religiosa connessa con le cappelle locali dette degli Argei (3), da' Romani i quali tenevano ad escludere dalla loro tradizione più antica i sacrifici umani. Ma la memoria de' sacrifici de' fanciulli alle divinità distrettuali (*Lares compitales*) contrasta questa postuma interpretazione. E quanto al sacrificio de' vecchi, poco si può ricavare dal brano eccessivamente mutilo di Festo (4) e dagli accenni di altri autori di età avanzata e sviati dalla preoccupazione di chiarire il rapporto con gli Argei interpretandolo etimologicamente e riferendolo alla Grecia. Ma la cerimonia ricorrente ogni anno de' ventiquattro fantocci di vimini gettati nel fiume dal ponte Sublicio, era evidente

(1) STRABON. VI, 1, 6.

(2) PLUTARCH. *de Pyth. orac.*, 402 A.

(3) VARRON. *de Lingua lat.* V. 45-54. Molta parte della letteratura sull'argomento si trova indicato in DAREMBERG-SAGLIO, I, 1, 404 sgg. e in LÜBKER's *Reallexikon* s. v.

(4) « *Argeos vocabant scirpeas effigies, quae per virgines Vestales annis singulis iaciebantur in Tiberim.* FESTI *de verb. signifi.* 14, 22. Cfr. 450, 33. ed. Lindsay.

mente simbolica ; e si può senza sforzo riferire ad una più antica, periodica eliminazione di vecchi, i *sexagenarii* di Festo, immolati, in un tempo, con forme religiose per distinguere un atto, sia pure di inumana necessità sociale, da una semplice, brutale manomissione di vite.

Quelli intanto, che negli aggregati più arcaici e più amorfi erano fenomeni automatici, estemporanei, impulsivi, di rudimentale conservazione sociale, tendono col costituirsi di società politiche più numerose e più consistenti, e poi con la formazione degli Stati, ad assumere forme di una che, malgrado gli aspetti spesso iniziali ed empirici, si potrebbe chiamare, in germe almeno, politica demografica, a grado a grado sempre più coerente e sviluppata e resa anche consapevole.

III. — LE PRIME ELABORAZIONI TEORICHE.

Non è già che abbiamo una dottrina della popolazione, anche ne' tempi moderni di origine relativamente recente.

Son poca cosa pure gli accenni che ne ricorrono in PLATONE e in ARISTOTELE. Ma, anche in questi, sia nella concezione dello Stato ideale, sia nel giudizio sullo sviluppo e la politica dei paesi esistenti, si tien conto, in relazione a tutto il resto, del coefficiente della popolazione, talvolta assunto a premessa di tutto il resto. Senonchè la trattazione che se ne fa, non è già lo studio di un materiale positivo, che o non si poteva avere o era insufficiente pel limitato campo di osservazione, o pareva trascurabile di fronte al metodo deduttivo adoperato. Pur con diverso grado di uso dell'acquisita esperienza, tanto ARISTOTELE che PLATONE, nella costruzione di uno Stato, che se non è sempre lo Stato ideale, è uno stato-tipo, assumono un quantitativo fisso di popolazione da doversi iniziare e mantenere per opera consapevole del potere politico in relazione — e questo è notevole — a una contemporanea distribuzione di patrimoni inalterabili. Il che era in parte modellato su quella che si riteneva l'originaria costituzione spartana, e che purtroppo non potè sfuggire soprattutto allo squilibrio derivato dalla difficoltà di conservare quel rapporto di lotti territoriali e di popolazione, che anche nell'archetipo era assunto come base di un sano sviluppo demografico. ARISTOTELE (1) perciò rimprovera a PLATONE di non aver tenuto conto della necessità di mantenere la proporzione tra patrimoni e popolazione: proporzione di cui loda FIDONE DI CORINTO, e che negli Stati esistenti si conserva relativamente meglio compensando in qual-

(1) *Polit.* II, 3, 7 e passim.

che modo gli eccessi o il difetto di nascite con l'inuguaglianza della ricchezza. È questo assunto di una stasi insostenibile, male affrontato dagli stessi filosofi con altri mezzi artificiali, rende artificiosa e per noi vana la loro concezione demografica che in ARISTOTILE torna ad esserci utile solo quanto, in forma positiva, benchè sporadicamente, si mette a raffronto con reali vicende demografiche di altri Stati. È forse il concetto vero di ARISTOTELE (1) si rivela meglio, là dove dice che, potendosi l'idea di grandezza considerare in senso geometrico, aritmetico e dinamico, la sola grandezza dinamica è quella che aggiunge pregio agli Stati, e le altre due valgono unicamente in quanto servono alcune volte alla prima. Quindi lo Stato migliore, dal punto di vista demografico, è quello ove la quantità della popolazione sia tanta da rendere possibile il felice andamento della comunità civile; e il meglio circoscritto è quello in cui la quantità della popolazione è sufficiente a dargli vita propria e indipendente e, al tempo stesso, suscettiva di sorveglianza. È perciò ARISTOTILE (2), oltre a legittimare l'abbandono de' fanciulli storpi, non esita nemmeno a consigliare le pratiche abortive, ove la popolazione sia sovrabbondante.

È così nelle misure legislative e più ancora nell'indirizzo e negli atti politici di singoli Stati, rispondenti a fini e bisogni pratici, si veniva formando la materia di quella che, in periodi assai lontani, sarebbe stata la materia della dottrina della popolazione, ed ora era occasione e argomento di una politica demografica.

IV. — NUOVE CONCEZIONI E NUOVI MEZZI.

I CENSIMENTI, LE LORO CONSEGUENZE E LA LORO VALUTAZIONE.

Il modo come oggi si pone il problema della popolazione e l'interesse vivissimo che presenta per lo studio teorico e per gli atteggiamenti pratici della vita nazionale e sociale ha spinto, se anche spesso nel senso della semplice erudizione, a riesaminare con intento critico i dati della tradizione demografica; ma purtroppo senza che quelle cifre, non di rado monche o arbitrariamente rimaneggiate, ci diano modo di ricavare da esse, e con sicurezza, ciò che dal nostro punto di vista odierno e del problema demografico più c'importerebbe conoscere.

Col progresso della società politica, sia per vigilare e custodire quella posizione di privilegio che era la cittadinanza, sia, e soprattutto,

(1) *Polit.* IV (VII) 4.

(2) *Polit.* IV (VII) 14, 10.

per provvedere al reclutamento delle forze armate e alle esigenze finanziarie comunque rudimentali dello Stato in formazione o in isviluppo, sorgeva il bisogno di fare regolari registrazioni della popolazione.

Ma tutto ciò avveniva in forma spesso parziale e come suggerivano i fini particolari a cui si voleva soddisfare.

Dove dal grado di sudditi si era saliti a quello di cittadini, le notazioni genealogiche avvenivano per opera di quei nuclei formati dall'unione di gruppi gentilizi che avevano nome di fratrie e forse di curie e tutelavano quella specie di monopolio politico; e anche in tempi più avanzati, quando e dove occorreva dimostrare colla discendenza la legittima qualità di cittadino, ne fornivano con i loro registri la prova.

Più generalmente la rilevazione della popolazione, che si faceva a scopo militare e tributario, non registrava, come è agevole supporre, se non gli individui che importava, per lo scopo voluto, identificare. Solo in via accessoria e indiretta, ne potevano, e non sempre risultare i membri della famiglia intesa in senso largo e che comprendeva quindi anche i membri di condizione servile.

Un censimento generale, comprendente gli individui di ogni sesso, di ogni età e di ogni condizione è stato da molti, e per vario tempo, attribuito ad Augusto al formarsi del nuovo Impero, ma viene autorevolmente contestato da altri (1). In ogni modo è argomento di interesse puramente erudito, dal momento che di questo, come dell'altro che avrebbe fatto Vespasiano nel 74 d. C., non si conoscono i risultati.

Rilevazioni regionali si facevano in varie occasioni, dovunque potesse esservi interesse di governatori o di capi. Le tavole trovate negli accampamenti degli Elvezi portavano, secondo Cesare, per gli Elvezi e per i popoli associati al loro esodo, distintamente, il numero degli atti alle armi e quello del resto della popolazione (*qui arma ferre possent, item separatim pueri, senes mulieresque*) (2). E si intende dato il carattere dell'impresa, che si proponeva di cercare un nuovo territorio il quale sarebbe stato poi distribuito. Nell'Egitto tolemaico, accanto al censo fatto a ricorrenze di quattordici anni a scopo tributario, sorgeva, con la denuncia delle morti, che ne dovevano rettificare, nell'interesse de' contribuenti, le variazioni, un controllo il quale si risolveva in un censimento.

(1) Su' censimenti romani cfr. gli articoli di KORNEMANN, BELOCH ed E. MEYER nel vol. IV della «Bibl. di st. econom.» e TENNEY FRANK, *An economic history of Rome*, 2^a ediz., Jonathan Cape, 1927, pp. 172 sgg.; 205 sgg.

(2) *De bello gallico*, I, 29.

Sotto Marco Aurelio si rese obbligatoria la denuncia de' nati al *Praefectus aerari Saturni*. Ma, anche di queste numerazioni regionali, non avanzano che notizie isolate o frammentarie poco atte ad essere coordinate per la nozione di una continua e coerente evoluzione demografica.

Su di un terreno più concreto e più saldo si può pensare di essere in vista de' dati del censo romano, secondo i quali, a cominciare dal III secolo a. C., quando i dati divengono più attendibili, la cittadinanza romana da 262,321 (nel 283 a. C.) sale a 292,236 e 297,797 (nel 264 e 251 a. C.) per discendere a 241,712 (forse prima della pace) e risalire a 270,715 (nel 233 a. C.). Discende ancora a 214,000 (nel 204 a. C.), risale a 337,452 (nel 164 a. C.), ridiscende a 317,933 (nel 135 a. C.) per risalire rispettivamente a 396,736, a 394,336 — aumenti contestati — e a 463,000 rispettivamente nel 125, nel 115 e nell'85 e finalmente a 910,000 nel 69 a. C. con l'estensione del diritto di cittadinanza agli Italici. Dopo di che i censimenti ripresi da Augusto ci danno 4,063,000 nel 28 a. C., 4,233,000 nell'8 a. C. e 4,937,000 nel 14 d. C. Sotto Claudio (48 d. C.) il censo sale a 5,984,072 anime.

La formula del censo esigeva nelle singole dichiarazioni il nome del cittadino dichiarante, l'età, la dimora, il nome del padre, dell'avo, quello de' discendenti *alieni juris*, quello della sposa, e, insieme alla indicazione de' beni, quella degli schiavi distinti per sesso e per età. Le dichiarazioni per gli orfani impuberi erano fatte da'tutori ed avevano posto in una loro categoria insieme alla indicazione delle donne *sui juris*, nubili e vedove con la specificazione delle loro proprietà e quindi de' loro schiavi (1).

Nelle sommarie notizie de' censi che ci sono pervenute non abbiamo nessun cenno de' componenti la famiglia, nessuno della distinzione dei sessi, nessuno degli schiavi. Non solo: ma è contestata la stessa interpretazione delle cifre tramandate, se comprendano cioè tutti i maschi cittadini, o se ne debbano intendere esclusi i non reclutati nelle legioni: i più anziani, cioè, i più poveri e i *cives sine suffragio*.

Si ritiene da parecchi che il censo comprendesse anche queste categorie, ma si tratta sempre di un'opinione che poggia sopra un grado di probabilità non sulla certezza. E ne restano in ogni modo fuori quelli che non erano compresi nella cittadinanza; e, tra gli

(1) Sul censo e la censura cfr. soprattutto: MOMMSEN TH. *Röm. Staatsrecht*, II, 13, p. 350 sgg.; BELOCH, *Popol. d. mondo ant.*, p. 300 sgg. e poi DAREMBERG-SAGLIO e PAULY-WISSOWA. *Realencyclopädie d. class. Altertumsw. s. v.*

stessi cittadini mancavano, con ogni probabilità, i cittadini dedotti nelle colonie e quelli residenti nelle provincie che avrebbero dovuto iscriversi ma non s'iscrivevano.

Così, assumendo per analogia le aliquote proporzionali delle età e dei sessi, moltiplicando queste cifre opinative, e mettendo insieme tutte le notizie, sovente anch'esse discutibili e discusse, di forze militari, di prigionieri, di popolazioni cittadine e di masse servili date sporadicamente da autori; l'erudizione ha finito per assumere per tutto l'Impero Romano nel periodo della sua ascensione, da Augusto agli Antonini, una popolazione generale tra libera e servile, che va da sessanta ad ottanta milioni di anime in complesso; una cifra, in conclusione, statica, di cui possano essere utilizzate le poste — in quanto attendibili — per singole città o nazioni; ma nella sua generalità non si può dire altro, se non che, secondo il concetto fatto prevalere dallo Hume, la densità demografica del mondo antico era naturalmente inferiore all'odierna.

Manca tuttavia la possibilità di ottenere per questa via, ciò che più importa sulle fasi e sulle conseguenze delle vicende demografiche.

Come che si vogliano interpretare i dati anche più attendibili de' censiti romani, manca il modo di valutare fondatamente, dall'uno all'altro, il grado d'incremento della popolazione; mentre non si può sapere di quanto, dove vi è stato incremento, la lista sia cresciuta per naturale aumento degli iscritti anteriori ne' registri di cittadinanza, e di quanto sia cresciuta per aggregazione di persone estranee assunte nella cittadinanza.

L'enorme scarto per cui si passa da 900.000 censiti nel 69 a. C. a 4,063,000 nel 28 a. C. sotto Augusto, è stato spiegato da qualcuno intendendo sotto la prima cifra augustea, uomini, donne e fanciulli e servi, mentre altri (TENNEY FRANK) dialetticamente ha sostenuto che si trattava di soli maschi cittadini, cresciuti per aggregazione e più compiutamente censiti nelle diverse località in cui si trovavano: interpretazione questa a cui serve di base non solo un esame storico delle vicende di quel periodo ma anche la definizione di *capita civium* data ai censiti. La discrepante interpretazione, intanto, che nel primo caso fa del censo augusteo un censimento per lo meno di tutti i liberi mentre nell'altro caso lo limita ai soli cittadini; porta a valutare la popolazione dell'Italia sotto Augusto in un caso a cinque milioni cinquecentomila abitanti e nell'altro a quattordici milioni. Calcoli del resto, comunque con diverso grado di probabilità, entrambi ipotetici; e che possono, per quanto ipotetici, valere se mai per l'evoluzione succes-

siva della cittadinanza ma non hanno valore demograficamente, specie per quanto concerne l'aumento progressivo, o il regresso della popolazione e il grado di aumento.

E, quanto agli schiavi, per tacere dell'esagerazione evidente di alcuni dati come quelli che attribuiscono 460.000 schiavi ad Egina e 400.000 ad Athene (1), le cifre comunque corrette con pretese rettificazioni, non danno modo di sorprendere, sia pure secondo una linea tendenziale, l'espandersi o il contrarsi della schiavitù nei varii periodi e nei vari paesi.

Vi potrebbe essere mai un modo di rappresentarsi — anche con l'elasticità che toglie valore alle cifre ma ne dà alla valutazione delle fasi tendenziali della vita sociale — i fenomeni più caratteristici e più interessanti della evoluzione demografica antica, rifacendosi alle leggi più generali della demografia e agli addentellati che possono fornire i meno incerti fenomeni delle società antiche?

Quando si tende a considerare le stesse leggi fisiche come un determinismo statistico che esprime un loro grado di probabilità, si può indurre facilmente che le leggi demografiche vanno intese anche in forma più generica; così discusse come sono e subordinate, da alcuni alle relative formazioni e ricostituzioni sociali; pur mentre altri si sforzano di tradurle in formule matematiche non senza utilità dove trovano un punto di appoggio positivo.

Vi è pure da considerare, per illazione dallo studio de' microrganismi, un elemento biologico, che a tratto a tratto, arresta la moltiplicazione e tende a rendere stazionario e in istato di equilibrio un aggregato vivente. Ed è in massima parte un ignoto di cui non può definirsi l'azione e tanto meno valutare quantitativamente l'effetto, ma che non si può escludere in forma assoluta.

V. — DATI STORICI E RELATIVE INDUZIONI. AGENTI DI DISTRUZIONE E DI REINTEGRAZIONE.

Sotto queste riserve, il problema della popolazione, — problema massimo di tutta la complessiva storia umana a cui mettono capo le storie particolari che ne emergono o vi si sommergono — il problema della popolazione, ridotto alla più semplice espressione, si tradurrebbe, come si è già accennato, in una proporzione tra le massa

(1) CRESICI, in « Athen ». VI, 272 c.

variabile dei viventi e la capacità di sussistenza che può dare l'ambiente.

Senonchè qui, per la specie umana, a differenza di altre specie viventi, interviene il potere di dominare la natura, variando, attraverso una catena di azioni e reazioni, quello che sarebbe il semplice corso naturale. Ed è il modo come, ora consapevolmente ora inconsapevolmente, i popoli storici hanno operato in questo senso, che può offrire materia interessante di studio, guardando, volta a volta agl'impulsi, agli effetti, ai modi, ai riflessi e alle tracce ora direttamente ora indirettamente lasciate.

Non vi sono elementi per determinare il coefficiente di mortalità del mondo antico. Una tavola di mortalità, che si è voluta redigere su dati insufficienti non pertinenti e fuori delle regole onde può soltanto risultare un documento attendibile; è riuscita a risultati repugnanti ad ogni criterio statistico e tale da apparire senz'altro assurda (1).

Pure il coefficiente di mortalità, per l'effetto congiunto di cause naturali o fattizie, doveva essere infinitamente maggiore dell'odierno.

Benchè non si avessero i potenti mezzi di distruzione, che caratterizzano la guerra odierna, i conflitti erano, a misura che si risale nel tempo, più frequenti e con conseguenze progressivamente più deleterie.

Più che le notizie, spesso esagerate, di caduti, date da scrittori dell'antichità classica, in alcune battaglie, può dare una idea degli sterminii avvenuti ciò che ci dicono fonti di carattere anche documentali, per l'epoche anteriori specie nel mondo orientale.

Quelle iscrizioni assyro-babilonesi (2) che ci attestano le stragi numerate de' Tiglath-Pilezar e de' Nebu-Kad-nezar, con le ciniche descrizioni de' crani ammucchiati in piramidi, de' corpi scuoiati o affissi alle mura, prospettano atti di distruzione che vanno oltre ogni supposizione. Popolazioni intere venivano sradicate o col ferro o col fuoco o col trasloco forzato in luoghi remoti, prima di arrivare ai quali erano decimati dalle malattie, dai disagi e dalle fatiche. È la distruzione non si limitava solo ai combattenti ma si estendeva alle donne, ai fanciulli, spezzando così il naturale incremento della popolazione per lunghi pe-

(1) Cfr. CICCOTTI, *Indirizzi e metodi negli studi di demografia antica*, p. XXXIV seguenti; BELOCH, *Popolazione del mondo antico* nella traduzione italiana, p. 105 sgg.

(2) SCHRADER, *Sammlung assyr.-babyl. Inschriften*, Berlin 1889, I, pp. 19, 159, II, 57, 87, 257 e *passim*. Anche presso CICCOTTI E., *Guerra e pace nel mondo antico*, Torino 1901, p. 153 sgg. (Aspetti della guerra).

riodi, quando pure non si arrivava alla estinzione di nazionalità di non grandi proporzioni.

Anche per tempi posteriori, per cui erano in parte mutate le condizioni generali e anche le disposizioni psicologiche, VELLEIO PATERCOLO (1) calcola in quattrocentomila gli uomini uccisi dall'esercito di Cesare nella campagna di Gallia; e PLINIO li fa salire a un milionecento novantaduemila nelle varie battaglie, ad eccezione delle guerre civili (2).

Cesare stesso attesta che, mentre gli Elvezi e loro associati avevano iniziato l'esodo in numero di trecentosessantamila, nel loro ritorno forzato, seguito a non molta distanza di tempo, erano ridotti a centodiecimila.

È anche degli sterminii più antichi dura ancora, per quanto vago, il ricordo negli scrittori posteriori. STRABONE nella sua descrizione dell'orbe rievoca frequentemente, dalla tradizione e dai ruderi, la memoria di città distrutte, di spostamenti di popoli pure in tempi storici. Strabone (3) appunto accenna, tra gli altri, a sterminii di fanciulli e pregnanti compiuti da Vindelici in villaggi italici, e a regioni intere devastate degli Scordisci; a' Boi e Scordisci tra i Galli, ad Ardiei e Dardani tra gl'Illyrici, a' Triballi fra i Thraci periti per mutua distruzione; agli Homonodei distrutti senza che restasse in tutto il paese un solo uomo in grado di portare le armi; e ancora a distruzioni per opera di Gesati, Senoni, Lucani, Bruzii e Sanniti. È anzi un motivo relativamente frequente in quello scrittore la menzione de' paesi che avevano già alimentata una popolazione densa ed erano ora deserti. Si avverava talvolta anche quella che Livio, per la Macedonia e dopo le sue guerre, chiamava *inopia iuniorum* (4), e che va messa in rapporto con le cause di distruzione relative ad alcune classi di età. Lo scomparire o lo steminarsi di categorie di età, in cui è maggiore o normale la forza generativa, riduceva, in alcuni periodi, la compagine sociale a un aggregato di vecchi, con lunghe ripercussioni sulla densità successiva e sulla composizione della popolazione.

A queste cause artificiali di distruzione si univano le cause naturali: carestie, pestilenze, mortalità crescenti per disagi ed epidemie (5). Se una di esse è rimasta celebre sopra tutto per la memoria che ne ha

(1) I, 47, 1.

(2) N. H. VII, 25.

(3) IV, 6, 8; V, 1, 10 e *passim*.

(4) XXXIII, 3.

(5) FRIEDLÄNDER I., *Darstellungen aus der Sittengeschichte, Rom's*, I⁸, pag. 39 sgg., IV, p. 181 sg.

tramandata Thucydide, altre ne ricorrono per i tempi più lontani meno controllabili in PLUTARCO. E per i tempi storici in LIVIO sono caratteristici i frequenti voti e le fondazioni dirette a scongiurarle. Anche pel periodo dell'Impero, ZOSIMO, tra gli altri, da' un elenco di epidemie: notevolissima specialmente quella sotto Gallieno. SVETONIO, nella vita di Nerone parla di trentamila cadaveri portati alla fossa comune in una sola stagione. Negli accampamenti e nelle imprese di guerra si sviluppavano non di rado queste epidemie, che, talora, capovolgendo la situazione delle parti belligeranti, decidevano esse delle sorti della guerra e di assedii fortunatamente iniziati. Si accusa fu in tal modo salvata dalla soggezione ai Cartaginesi.

Non vi è modo di assodare se e in quanto malattie infettive e non infettive che ora rappresentano un grave coefficiente di mortalità nelle popolazioni moderne, vi fossero anche nel mondo antico. Sono in contrasto opposte opinioni. Certamente non mancò la febbre malarica alla quale anzi autori recenti vorrebbero attribuire una parte prevalente nella estinzione di popolazioni e civiltà come quelle etrusche e della Magna Grecia (1).

Anche se si vuole riconoscere agli antichi, mercè l'adattamento, una maggiore forza di resistenza; non si può dissimulare che l'igiene in molti casi più trascurata, la terapia meno progredita dovevano dare un coefficiente di mortalità relativamente maggiore. Pure il clima, stando ad antiche notizie, in molti luoghi e nella stessa Roma, doveva essere più inclemente. Mancava, dunque, quell'azione compensatrice e ritardatrice, che si ha col combattere le cause di mortalità, anche quando non si può dare incremento alle nascite: un elemento compensatore che ha tanta importanza nella vita contemporanea.

A dare del resto un concetto complessivo di quel che fossero gli agenti di distruzione demografica nel mondo antico, può valere un argomento indiretto ma calzante desunto dalle odierne rilevazioni statistiche. In poco più di un secolo, dal 1800 al 1925, la popolazione di Europa è cresciuta da 188 a 467 milioni di abitanti. Se dacchè una umanità esiste, e anche più prossimamente dall'epoca del ferro in

(1) TOSCANELLI N., *La malaria nell'antichità e la fine degli Etruschi*, Milano 1927; JONES-ROSS-ELLET, *La malaria fattore trascurato nella storia di Grecia e di Roma*, Napoli 1908; FRACCARO, *La malaria nella storia degli antichi popoli classici*, in «Atene e Roma», 1919. Cfr. anche NISSSEN H., *Italische Landeskunde*, I, 413 e ROSTOWZEW, *The social and economic history of Roman Empire*, pp. 621, n. 19. KIND, in PAULY-WISSOWA, *Realencyclopädie d. cl. Altert.*, volume XXVII s. v. Malaria ha una larga e sintetica trattazione dell'argomento.

Europa, un millennio circa avanti l'era volgare, e mentre non si ha ragione di ritenere più bassa di ora la natalità, l'incremento demografico fosse avvenuto nelle stesse proporzioni od anche in proporzioni assai più modeste; si dovrebbe aver raggiunto già da tempo quello stato di saturazione della popolazione che cogli odierni mezzi di vita, per tutto il mondo di oggi ampliato, si valuta da qualche statistico a cinque miliardi e seicento milioni di abitanti. Più distintamente ancora si è calcolato che, se si fosse avuto costantemente l'incremento demografico rilevato pel secolo XIX e in Europa, l'Europa non avrebbe potuto avere, nell'anno mille, più di un milione di abitanti, e non avrebbe potuto contare più di mille anime al principio della nostra era. Onde si può desumere a che si sia ridotto pel passato il movimento demografico, talora abbassato anche a una quota negativa.

Col progredire del tempo e in diverse condizioni di vita civile si attenuarono presso i popoli storici, in pace e in guerra, questi agenti di distruzione demografica.

La protezione della vita dovette già molto a una forma di abitazione meno rudimentale e ad una meno incerta alimentazione. Giovò anche all'interno, per la stessa sicurezza, l'organizzazione politica di nuovi Stati. STRABONE rileva l'incremento demografico che si ebbe nella Pisatide a causa nel periodo di pace che v'invalse per le sue particolari condizioni. Indi — dice STRABONE — per gli Elei una grande sorgente di prosperità poichè, mentre gli altri popoli del Peloponneso erano permanentemente in guerra, essi solo godevano di una grande pace; e poichè, ne profittarono anche i loro ospiti, la popolazione del loro paese crebbe in una maniera straordinaria (1).

Nell'assidua gara, che si doveva poi prospettare in tutto il corso della storia, e anche oggi, tra i mezzi di offesa a quello di difesa, crebbero più, in proporzione, questi ultimi. Le mura cittadine, le corazze, gli scudi, gli elmi e i gambieri valsero per la difesa più che non per l'offesa, il dardo, il giavellotto, che prendevano il sopravvento sulla fionda, e la lancia di ferro che succedeva alla mazza e all'asta di bronzo.

Se anche la tradizione parla di battaglie sanguinose, come Plutarco nella vita di Publicola di oltre undicimila morti Etruschi e di altrettanti Romani in una sola battaglia (2) e di cinquemila Etruschi trucidati da Publicola; e, venendo ai tempi più noti, se lasciando stare le esagerazioni come quelle di Valerio Anziate, nella battaglia di

(1) VIII, 3, 33.

(2) *Poplicola*, 9.

Canne perirono oltre quarantamila fanti e duemilaottocento cavalieri Romani (1) e in quello del Rodano contro i Cimbri sotto il comando disgraziato di A. Cepione oltre centomila (2); la stessa tradizione parlava di due grandi battaglie vinte da Mario Coriolano con l'uccisione di tredicimila nemici e le perdite di due uomini, e conosceva battaglie come quella detta senza lagrime; e nell'aspra guerra del Peloponneso, in cui la popolazione dell'Attica fu decimata dalla peste e dalla guerra il numero degli opliti si ridusse, per vari decenni, da 13.000 a 7.000 (3).

Per quanto aspre e persistenti fossero in Grecia le rivalità e le contese da comune a comune, la piccolezza degli Stati e la stessa vicinanza, pur fomentando i contrasti, rendeva meno esiziali i conflitti e temperava certe conseguenze della guerra.

Quando, come d'ordinario avveniva, le battaglie erano urti di opliti in ordinanza, la forte armatura che li proteggeva, riduceva di molto le perdite, proporzionali del resto a un limitato numero di combattenti. E la facilità di ripari non lontani assicurava anche rifugio e salvezza agli sconfitti.

La prossimità al limitato teatro della guerra riusciva anche ad eliminare la menomazione delle nascite. Nell'ultima grande guerra mondiale le statistiche mostrano, come ad un certo momento della guerra — forse dopo quello in cui i combattenti hanno potuto tornare alle loro case per concessione di limitata licenza — è diminuito il forte arresto delle nascite che si era avverato in precedenza. Dove, come per le guerre più vicine di Grecia e di Roma, la guerra si faceva a riprese con lunghe sospensioni nella stagione invernale, vi doveva essere un sempre minore ostacolo all'andamento normale delle nascite. La comunità di stirpe, poi, per quanto non riuscisse ad evitare guerre diuturne e talora le rinfocolasse perfino, almeno nell'ambito dell'ambiente e delle affinità nazionali stornava o temperava quei propositi di distruzione completa che si riscontrano massime nei fasti della storia orientale. Nella stessa guerra del Peloponneso, così acerba e tenace, anche le repressioni, più sanguinose, di ribelli, come quella di Mitilene, o la distruzione di città rase al suolo come Platea rappresentano casi eccezionali (4). Più delle rivalità così infeste ad Athene valse per impedire la proposta distruzione l'accento a ciò che essa era nella

(1) POLYB. III, 117; LIV. XXII, 47-54.

(2) LIV. XLV, LXVII; VELL. PAT. II, 12.

(3) THUCYD. IV, 94. e BELOCH, *Popolazione d. m. a.* Cap. III.

(4) THUCYD. III, 50; 68.

vita civile della Grecia e la recitazione, come si vuole, fatta da un Focese di un coro di Euripide. Anche nei conflitti più vasti e di elementi più eterogenei, aveva indotto un nuovo temperamento nell'azione distruttrice della guerra l'interesse di conservare i vinti per adoperarli ad uffici servili.

La schiavitù, che, considerata per sè stessa e nell'aspetto umano appare la macchia del mondo antico e ne fu poi uno degli elementi dissolventi; costituì pure, in varii periodi, una delle sue grandi forze operanti, che spiega fasi e trasformazioni della sua vita economica e civile, e in questo caso, delle vicende demografiche.

A misura che la vita economica si veniva specificando e consolidando, si doveva venire anche specificando e confermando, in quello che poteva avere di consapevole e volontario, il problema della popolazione, prima sempre più dominato automaticamente dalle forze della natura.

L'agricoltura era già una promessa di maggiore stabilità e di maggiore quantità di alimento; ma il modo di usufruirla differiva, e aveva conseguenze diverse in relazione alla composizione de' gruppi sociali e alla loro maniera di propagarsi e perpetuarsi.

Quelle che naturalmente furono usufruite prima, furono le terre più fertili, che probabilmente dettero, alla loro volta, un impulso all'incremento demografico.

L'aumento della popolazione, alla sua volta, mentre riduceva proporzionalmente l'alimento disponibile, obbligava, per ciò stesso ad intensificare, dove e come era possibile, la coltivazione, e, al tempo stesso, a usufruire le terre meno fertili, dove e come erano a disposizione. Ciò che, naturalmente, induceva distinzioni nella struttura della popolazione e al tempo stesso diverse concezioni e diverse conseguenze sull'incremento e sul regresso demografico.

VI. — FORME DE' GRUPPI FAMILIARI ED EFFETTI DEMOGRAFICI.

La famiglia patriarcale, la parentela cioè che rimaneva associata pure nella sua propagazione e nelle sue ramificazioni, aveva, generalmente e finchè i mezzi di vita non scarseggiassero, il maggiore interesse ad accrescere e conservare la prole — specie maschile — che poteva valere come elemento di forza e di produzione.

Con lo scindersi della famiglia patriarcale, che presentava anche forme di poligamia più difficili a conservare in diverse regioni, con

la proprietà resa familiare e individuale subentrava un nuovo interesse: quello di non frazionare la proprietà, che, divisa, menomava la posizione e l'autorità delle famiglie, e si depreziava pure, dove la divisione dirompeva quella unità agraria che molte volte era coordinata alla maggiore e più efficace produzione.

Di qui ebbe origine una specie di maggiorasco, che, dove e quando s'introdussero forme di testamento, faceva erede della sostanza familiare uno de' figliuoli, possibilmente il maggiore; e, dove e quando non vi era ancora il testamento, conservava ordinariamente unita la proprietà familiare nella convivenza de' figliuoli. E l'uno e l'altro caso avevano, in vario modo, per effetto la limitazione della prole, come è accaduto su per giù, per lunghi secoli, sotto un'analogha costituzione delle famiglie, ma ancor più in tempi antichi, quando si avverava pure una forma più o meno dissimulata di poliandria, cioè di una moglie di vari fratelli, come nel caso del levirato ebraico e del matrimonio collettivo de' fratelli che secondo qualche autore vi sarebbe stato a Sparta; e anche altrove, come in una narrazione aneddotica di STRABONE, ove si racconta di una sposa di molti fratelli.

Anche dove non regnava questo sistema agli occhi nostri repugnante, la limitazione della prole avveniva per altra via; perchè i cadetti davano luogo a forme di prostituzione e di concubinato, e i nati da queste unioni irregolari o da altre unioni servili facilmente erano soggetti a quella esposizione d'infanti ed infanticidii che decimano, nel mondo antico, i neonati, con varia vicenda, sino a tempo avanzato.

Questo stato sociale e di vita, nel suo periodo di transizione, è rispecchiato, in modo cospicuo, e ne' suoi riflessi non solo economici ma anche, e soprattutto, psicologici, da ESiodo nel suo poema sulle « Opere e i giorni », che può essere collocato su' principi del settimo secolo avanti l'era volgare.

Lo spirito d'invadenza del fratello maggiore nel seno stesso della famiglia; la tendenza ad arricchire assorbendo la proprietà familiare e l'estranea; lo squilibrio iniziale nelle fortune e il disagio e l'oppressione che ne derivavano; trovano la loro espressione in ESiodo, e danno un quadro abbastanza vivo di un ambiente agricolo mediterraneo come era quello della Beozia, non dischiuso ad intensità di traffici, ma in cui pure era sentito come una preoccupazione e una tentazione da stornare il desiderio di cercare la fortuna sul mare, tra i rischi e le incertezze della navigazione.

VII. — RIPERCUSSIONI DEMOGRAFICHE DELLE NUOVE CLASSI SOCIALI
E DELLA SCHIAVITÙ.

La servitù che in questo tempo appunto cominciava a diffondersi, in maniera inuguale, secondo i diversi centri di vita e il maggiore o minore sviluppo economico, è un indizio, anch'essa, del nuovo grado di evoluzione sociale, e, al tempo stesso, un potente elemento di trasformazione. Giacchè, mentre era una forma di capitale per la ricchezza che vi era investita, era anche uno strumento automatico come forza di lavoro personificato; e quindi favoriva quel processo di concentrazione, che nel ceto più agiato, in concorso fors'anche di agenti biologici, si svolgeva in dati casi e in date condizioni simultaneamente alla limitazione della prole.

Manca ogni dato numerico concreto, specie in questo periodo, che ci chiarisca la posizione degli schiavi, quella delle classi della popolazione e del rispettivo incremento: diversi naturalmente ne' diversi ambienti.

Non sono possibili che deduzioni generiche da dati di ordine più generale (1).

Lo Stato degli opliti, che in questo tempo appunto si veniva costituendo, rivela la formazione di una notevole classe di abbienti, che rappresentava un'aristocrazia con tendenza a tradursi in oligarchia; e anche perciò era minacciata da ceti minori di commercianti che crescevano di numero e di forza, di piccoli possidenti sempre più disagiati e avviati, anche attraverso all'indebitamento, ad accrescere la classe de' proletarii sempre più numerosa e dominata a causa de' suoi crescenti bisogni.

Come e quanto si propagassero gli schiavi per generazione è un quesito che molti si sono proposto, cercando di risolverlo in un senso e nell'altro, ma in un modo assoluto e quindi con maggiore probabilità di errori. Mentre, sempre in maniera congetturale, in mancanza di dati concreti, un criterio di probabilità si può avere solo coordinandolo ai tempi ed ai luoghi, e deducendo così il presuntivo incremento degli schiavi per proliferazione dalla convenienza di allevarli: ciò che poteva avvenire dove non era facile procurarsene di adulti e a basso prezzo e al tempo stesso costava poco il loro allevamento. Era

(1) CICCOTTI E. *Il tramonto della schiavitù nel mondo antico*. Torino, 1899.

quest'ultima una condizione che si avverava nell'agricoltura, precisamente nel caso degli iloti o dove gli schiavi domestici erano in piccolo numero, e come in questo periodo più antico, mentre gli schiavi si traevano da ambienti vicini o si acquistavano, più solitamente, per debiti non pagati.

Un più notevole incremento demografico si può assumere, anche in questo periodo, per la popolazione dedita al commercio o proletaria; e non solo congetturalmente e per analogia di dati statistici anche odierani, ma anche per l'indizio che se ne può trarre dal movimento di colonizzazione intenso in questo periodo. Il movimento di colonizzazione, che si determinò in Grecia appunto verso la metà del secolo ottavo e si protrasse per lungo tempo, ha senza dubbio caratteri e cause complessi: motivi politici, motivi psicologici e motivi demografici, i quali ultimi sottolineano sempre in maniera più o meno appariscente gli altri motivi.

Le colonizzazioni greche più antiche, che, prime costellarono le sponde dell'Asia minore, formando poi le notevoli città che costituirono la dodecapoli eolia, la dodecapoli ionia e l'esapoli dorica; ebbero, se non la più remota e oscura origine, il loro maggiore incremento dall'esodo determinato nella Grecia continentale da invasioni.

VIII. — COLONIZZAZIONE ED ESPANSIONE.

Le colonizzazioni greche che seguirono nell'ottavo e nel settimo secolo, per quanto spesso connesse a rivolgimenti politici che caratterizzano quel periodo le cui costituzioni culminano nell'emergere di tirannidi, hanno impulso dall'incremento demografico. Così si spiegano, nella maniera più naturale, se anche non vengono intese come colonie di popolamento, le numerosissime colonie, specie di Mileto, di Calcide, di Eretria, che costellarono il Mar Nero, le sponde dell'Egeo, l'Italia. Le stesse tirannidi, che poi si risolsero ordinariamente nei successivi regimi democratici, avevano la spinta e trovavano il loro punto d'appoggio nel fermento suscitato dal disagio di una popolazione cresciuta, non in proporzione dei mezzi di vita, soprattutto della disponibilità di terre coltivabili.

E alla loro volta, come nel caso dei profughi siracusani fondatori di Ancona, determinarono anche, per motivi politici, altre propagini (1).

E anche le colonie, che dal VI secolo in poi sino ad Alessandro il

(1) STRABON. V, 4, 2.

Macedone ebbero, occasionalmente, la ragione e la funzione di stabilimenti militari, ebbero pure la loro radice in uno stato, di, relativamente almeno, densa popolazione.

Questo stato di popolazione deve anche considerarsi in relazione con l'incremento delle milizie professionali e di mercenari che si nota in questo periodo.

È, parimenti e ancora più, la densa rete di colonie romane, se provvide a rendere sicura e stabile la dominazione, fu pure ordinata e messa in atto in relazione alla crescente densità della popolazione a cui occorreva cercare mezzi di vita ed impiego.

Il movimento coloniale greco si svolse in vario modo, ora spontaneo e d'iniziativa industriale, ora regolato dallo Stato.

Talvolta sotto forme di iniziali fattorie e con piccoli gruppi d'emigrati, talvolta con emigrazioni più considerevoli, in maniera corrispondente alle possibilità di occupazione, alla opportunità del commercio e alle condizioni di sicurezza.

In ogni modo, quale che ne fosse il più particolare motivo determinante, si risolveva sempre in un aumento di popolazione.

In patria, come accade sempre che vi siano le emigrazioni, si torna a sentire più forte l'impulso a reintegrare il vuoto formato dall'esodo, che ordinariamente lascia a' rimasti anche maggiore capacità di sviluppo.

È stato notato, anche per il mondo moderno, che paesi onde si emigrava erano i più popolati per la maggiore ricchezza e l'impulso che ne veniva all'incremento demografico.

Ne' paesi colonizzati i nuovi venuti avevano tutto l'interesse, la possibilità e l'occasione di crescere di numero, come si riscontra nelle zone coloniali. Nella colonizzazione greca le colonie achee, più propriamente, pel genere delle terre occupate e per la loro tradizione nazionale, ebbero un avvenire agricolo. Le colonie romane e latine ebbero anche più determinatamente questo carattere perfino nel nome; i Greci chiamavano la loro colonia « apoikia, » quasi un esodo, una separazione: i Romani la chiamavano *colonia*, con riferimento alla coltivazione che gli emigrati andavano a fare.

Dovunque v'erano terre piane e feconde, non solo vi era possibilità di alimenti per una popolazione rurale, che di solito ha rapido e continuo incremento, ma sorgevano possibilità di esportazione che davano agi e capacità d'impiego alla popolazione urbana.

Dove, in ragione de' luoghi e delle condizioni particolari, il carattere rimaneva prevalentemente commerciale, la popolazione trovava

impulso ed impiego nelle derrate che derivava e importava nel retroterra, nella navigazione che s'irradiava a terre più lontane. E, insieme alla densità crescente delle popolazioni, le opportunità sempre nuove del commercio portavano una germinazione continua e successiva delle colonie. Così di Mileto si narra che, colonia essa stessa, avrebbe dato origine a novanta nuove colonie (1).

Gli scambi che venivano a realizzarsi tra le metropoli e le filiali e in genere tra tutte le colonie reciprocamente, promuovevano il movimento commerciale, ravvivando vecchi e nuovi centri di produzione, suscitando ed estendendo ceti di artefici e di commercianti, sviluppando e perfezionando quell'arte industriale che tanta parte ebbe nella vita e nell'economia antica, specialmente in Grecia.

Si allargavano al tempo stesso gli orizzonti, si formava una compagine civile e nazionale anche oltre e fuori della continuità territoriale. Roma portava la sua lingua e le sue istituzioni sempre più lontano, dando la sua impronta a popoli e regioni, innestandosi vigorosamente anche su tronchi eterogenei, come nella valle del Po, in Gallia, in Ispagna, in Africa, nelle regioni del Danubio.

La Grecia vinceva l'angustia e l'infertilità della sua sede continentale, irradiandosi a settentrione, ad oriente, ad occidente, formando una unità civile e di razza, di lingua e sino a un certo punto di sentimento, dove tanti coefficienti fisici e le loro conseguenze sociali e morali avevano contrastato la formazione di una unità politica.

Sia che le colonie avessero od acquistassero una esistenza indipendente, talvolta anche in contrasto con la metropoli, sia che rimanesse saldo il legame politico col paese di origine e perfino la comune cittadinanza come nelle *cleruchie* (2); persistevano rapporti quali potevano fornire la tradizione, il costume, la religione, gl'interessi. E la vastità dell'ambiente, esteso ancora, poi, con l'ellenismo, la varietà delle condizioni, la molteplicità dei coefficienti; davano un sostrato saldo e fecondo a quel grado progressivo di elevazione civile, che non si raggiunge e non si sviluppa in ambienti circoscritti, ma vive e si giova del concorso de' più vari elementi etnici ed economici la cui fusione fa della cultura ciò che il fuoco avrebbe poi fatto del metallo corinzio.

(1) STRABON. XIV, I, 5.

(2) Cfr. SCHULTHEISS, *Kleruchoi*, in *Realencyclopädie der class. Altertumsw. s. v.*, con tutta la letteratura dell'argomento; SWOBODA, *Griechische Colonisation in Handwörterb. d. Staatswissensch.*, II. Suppl.-Bd. (1897), p. 539 sgg.

IX — FORMAZIONE DI CENTRI URBANI.

POPOLAZIONE URBANA E RURALE. EFFETTI ECONOMICI E CIVILI.

Tutti questi problemi intanto che concernono la consistenza e l'incremento della popolazione, se non mutano fundamentalmente, variano di forma e divengono più complessi col diverso modo e grado di associazione degl'individui e de'conseguenti modi di vita.

Il gruppo patriarcale che vive in un ambiente essenzialmente agricolo senza interessi differenziati, con omogeneità di scopi e di indirizzo, ha anche un suo modo facile e semplice di considerare e trattare il problema della popolazione, concepito e risolto in rapporto allo stato rudimentale di bisogni e di vita, all'indipendenza della sua azione. E tutta la popolazione sparsa non ancora costituita politicamente si trova, presso a poco, nelle stesse condizioni.

Quando questi gruppi si uniscono con tendenza a fondersi in un organismo crescente che è la città ; i diversi modi di coesistenza, i fini comuni, i nuovi bisogni ed il diverso modo di soddisfarli, insieme a nuovi problemi ripresentano i vecchi sotto nuovi aspetti.

Per le antiche città si ripresenta il quesito dell'origine se siano sorte da un mercato per ragioni di commercio, o da un fortilizio per ragioni di sicurezza. E qui, anche più che per le città medioevali, si può assumere che a far sorgere quella forma di convivenza più vasta che è la città, abbiano contribuito, in maniera concorrente, tanto le ragioni di scambio che la sicurezza. La fortezza sorgeva probabilmente dove gli elementi sparsi convenivano nel mercato : il mercato sorgeva o si rassodava all'ombra della fortezza dove si poteva cercare protezione.

In mezzo alla popolazione sparsa delle aziende agricole e pastorali, di villaggi di agricoltori e di pescatori, si forma naturalmente, per ragioni di difesa e di vita, un centro di attrazione ; donde poi, con la stabilità data dal centro politico, sorge la città, secondo il tipo, caratteristico pel mondo antico, del sinoicismo.

In questo ambiente, sia per la compattezza creata da un cerchio di mura, sia per la maggiore coesione prodotta dal convenire che fanno, in maniera ricorrente e più frequente, i compresi nella cittadinanza e i soggetti ; andava a formarsi un nuovo genere di vita, con nuovi aspetti del costume, dell'economia, della politica, con tutte le conseguenze demografiche che ne potevano derivare.

Preliminarmente si avverava una distinzione d'interessi come di forme tra la città e la campagna, che si manifestava così in pace come in guerra, determinando diverse condizioni e suscitando diversi atteggiamenti. La dimora nelle città, da un lato spingeva verso forme democratiche, inducendo a reclamare una partecipazione a una vita politica attiva ; dall'altro tendeva, secondo i tempi ed i casi, a fare della popolazione urbana un ceto privilegiato, che tendeva ad escludere l'ingresso agli elementi rurali. Dove, come ad esempio nella Roma dei primi secoli, il Comune, malgrado la formazione della città, conservava il suo carattere rurale, i proprietari fondiarii, pur venuti ad abitare nella città, appartenevano, secondo il censo, che costituiva la base della loro posizione politica, alle tribù rurali ; erano, come tali, in antitesi della popolazione delle tribù urbane composte di elementi generalmente estranei al possesso fondiario e quindi politicamente svalutati, anche mentre vigeva dichiaratamente o larvatamente il sistema democratico.

Ma, dove e come si formava un ceto commerciale, ed il progresso della coscienza politica e la compattezza del numero rendevano più insistente ed efficiente l'azione della popolazione urbana ; la lotta diveniva più viva e continua tra gli elementi differenziati per conquistare ed usufruire il potere politico. E la differenziazione progrediva automaticamente nella città crescente soprattutto per via dell'incremento demografico, che, mentre determinava esso stesso altri effetti politici, ne risentiva qualitativamente e quantitativamente il riflesso.

Già SENOFONTE nella *Ciropea* (1) notava come s'inducesse una differenziazione e specificazione negli stessi mestieri con le maggiori proporzioni della convivenza. L'artigiano, che esercitava diversi mestieri o un mestiere molteplice e multiforme in un piccolo aggregato sociale, si specializzava in un solo ramo di esso quando il maggior numero di abitanti poteva assicurargli vita e guadagno anche nell'esercizio del mestiere specializzato. Onde un maggior progresso nei mestieri e nelle arti ed una maggiore occasione di lavoro e un'attrazione, nella città, di più numerosi e più varii esercenti di quei mestieri e di quelle professioni. Il che portava, d'altro canto, una corrispondente elevazione del tenore di vita che dall'agiatezza andava sino al lusso ; e, accanto alla distinzione delle classi politiche ne

(1) VIII, 2.

creava un'altra di classi sociali, che ora faceva coincidere classi politiche e classi sociali, ora ne accentuava la discrepanza, dando luogo ad altri contrasti politici e morali, che costituiscono tanta parte della storia antica.

Come è noto, la distinzione che, più generalmente, statisticamente si fa tra piccole, medie e grandi città, fissa, anche in relazione ai tempi, la proporzione della piccola città intorno a 5.000 — 20.000 abitanti, quella della media intorno a 20.000 — 100.000 abitanti, quella delle grandi città da centomila abitanti in su.

L'erudizione calcola, con approssimazioni che spesso divengono anche assai elastiche, la popolazione delle città antiche: da 60.000 a' 100.000 abitanti il centro cittadino di Atene, su di una popolazione generale dell'Attica, di 250.000 abitanti — un numero ritenuto inconcepibile, sino ad ARISTOTELE (Eth. ad Nicom. IX, 1170 b). Si ebbero città di cento e più mila abitanti, come Alessandria, a cui si attribuiva una popolazione complessiva di oltre cinquecentomila abitanti; Antiochia che ne avrebbe avute probabilmente altrettanti; Apamea in Syria con una popolazione libera di 117.000 abitanti; Pergamo, a cui si attribuiscono 120 mila e anche 180 mila abitanti; Carthagine con 125 a 130.000 abitanti; nella Sicilia, Syracuse che, nel miglior tempo, sarebbe andata a 200.000 abitanti; Gades in Ispagna, e finalmente Roma, la cui popolazione, calcolata talvolta iperbolicamente sino a quattordici milioni di abitanti, è stata ritenuta, in forma più positiva, di un milione all'incirca.

Per la massima parte, è anche delle più note città all'infuori di queste, l'erudizione assume una popolazione inferiore a cinquanta e settanta mila abitanti al massimo (1).

Queste città la cui area massima avrebbe raggiunto 585 ettari come per Athene e il Pireo, 920 ad Alessandria, 1814 a Syracuse, e, in Roma, da 426 ettari della città serviana a 1239 della cinta aureliana (2); se anche la popolazione non era in rapporto diretto con l'area, determinavano oltre a gravi problemi di carattere sociale e d'igiene, problemi di edilizia e di rifornimenti idrici ed alimentari, che alla loro volta

(1) BELOCH, *Popolazione del mondo antico*, passim; MEYER E., *Bevoelkerung des Altertums*, in « *Handwoerterbuch der Staatewissenschaften* » von CONRAD, EILSTER, etc., vol. II^o, p. 898 con la bibliografia a p. 912.

(2) BELOCH, *Popolazione del mondo antico*, pp. 89; 430-31 (487,8 del testo); POEHLMANN, *Uebervoelkerung*, p. 68 sf., *Die Ernährungs und Wohnungsfrage*, p. 68; *Die Sanitätenfragen*, p. 114 sgg.

davano l'impulso ad attività economiche, sotto forma di grandi imprese. Il grado di sviluppo di certe industrie nell'antichità vi si connette direttamente.

Ma a prescindere, intanto, da tali questioni più particolari che possono essere trattate al loro posto, è la città che diviene la culla dello Stato, come organizzazione politica distinta e diversa da quella che è la semplice dominazione. Ed è in Grecia che sorge così quello che, appunto nell'erudizione, è conosciuto come lo Stato-Città.

In un mondo e in un tempo, in cui non si era fatto strada il concetto della « rappresentanza », solo mezzo di comporre in un organismo coerente i centri indipendenti soprattutto cittadini e quindi una forma politica, che non fosse quella della despotia, della semplice dominazione; la Città-Stato poteva sorgere dove il rapporto de' diversi elementi prima vissuti a sè, di vita autonoma, poco meno che isolati, diveniva aderenza e contatto più stretto e persistente.

Ivi i capi di gruppi patriarcali erano tratti prima a disputare il potere supremo alla regalità che vi si era formata e ad attribuirselo come un monopolio, che attraverso le diverse vicende e i relativi dissensi acquistava l'aspetto, più o meno, di aristocrazia e di oligarchia. E ivi stesso gli elementi convenuti al loro seguito, quelli attratti da ragioni di attività e di difesa del nuovo centro cittadino; erano naturalmente tratti ad un contrasto crescente, di natura economica ed anche psicologica, onde seguivano le forme di democrazia con le loro vicende, entrambe demagogiche, di tirannide e di olocrazia.

E, attraverso la serie varia di questo disputato potere, avveniva, una formazione — in continuo movimento ne' suoi elementi ma consolidata dal suo insieme — di classi sociali che davano il tono e l'indirizzo ad una politica, poi generalmente imposta a tutto il resto dello Stato; e si potrebbe dire di dominio — politicamente amorfo rispetto ai soggetti della città dominante ma, nel suo insieme, coerente e unitario.

Ivi gl'interessi e anche le passioni di classi facevano leva, come vi si poteva, con un'azione diretta; e foggivano avvenimenti la cui ripercussione doveva poi avere una durata ed una estensione sempre maggiore.

Ma, al tempo stesso, era solo in questi centri maggiori, sotto qualche aspetto parassiti e sotto più rapporti trasformativi, che si potevano formare focolari di coltura e laboratori d'arte, più rari e più persistenti di quelli che avevano potuto formarsi nelle più piccole

corti dei principi ; dove l'opera pubblica di rado poteva andare oltre l'acquedotto e la sede regia, e l'arte della parola oltre il canto de' celebratori di gesta.

Quando Alessandro il Macedone ebbe scrollato il più grande impero orientale, vide, nella sua genialità, che la conquista non si poteva conservare nè poteva avere i suoi maggiori effetti civili se non formando questi nuclei urbani, che, collocati spesso sul punto d'incontro di grandi correnti di traffico, ebbero, da queste, vita e gli dettero vita. E, in vaste regioni di vita rurale, di popolazione sparsa, ebbero l'effetto di suscitare centri di coltura, onde ebbe origine l'ellenismo ; il grande fenomeno della civiltà greca diffusa e rianimata con proprio e diverso carattere su di un altro tronco, dopo che era venuta a languire sul suo terreno di origine.

È i centri urbani che in parte ne ereditò il dominio romano in Oriente, in parte ne suscitò o riformò in Occidente, in paese di popolazione sparsa e rurale, ebbero poi una importante funzione, sia per l'organizzazione amministrativa dell'Impero e le sue vicende politiche e religiose, sia per la diffusione e la conservazione della coltura, sia per la formazione e coesione di aggruppamenti nazionali. E formati, distrutti, risorti con vece assidua, rischiarano da un lato le vicende e la dissoluzione dell'Impero, dall'altro la persistenza delle sue tradizioni e i più lontani effetti civili (1).

Una città diveniva poi un grande e costante centro di attrazione per le speranze o le illusioni che dava a chi voleva cercarvi mezzi di vita o miraggi di fortuna, per le prospettive che presentava a chi ne attendeva occasione di ascensione politica, per le allettative che offriva al gaudente e all'avventuriero. Ciò che, se da un lato contribuiva a differenziare la composizione dell'aggregato urbano e a renderne più complessi i problemi, dall'altro serviva, in ogni modo, a reintegrare la popolazione che — come avviene ancora oggi — si logora e deperisce e si strema in vario modo nei centri urbani assai più che negli abitati minori e nelle campagne (2).

(1) La funzione degli aggruppamenti cittadini sotto l'Impero è presa in molta considerazione dal ROSTOWTZEW (*The social and economic history of the Roman Empire*, Oxford 1926). Cfr. specie i riferimenti riportati sotto: *Citizen, Citizenship, City residents, Bourgeoisie, Urbanization*.

(2) Il POEHLMANN (*op. cit.*, p. 114-5) richiamando la diversa mortalità delle maggiori città europee messa in relazione col maggiore addensamento degli abitanti ne' singoli ambienti, ne ricava illazioni per la Roma imperiale.

X. — CONCETTO E LIMITI DI CITTADINANZA.

MODI DI REINTEGRAZIONE E LORO RISULTATI.

Oggi, le città si reintegrano, appunto, e si ampliano continuamente con quest'attrazione e questo assorbimento di un elemento sempre nuovo di provinciali e anche di stranieri. È il loro ingrandimento e il loro progresso sono in ragione stessa della possibilità e della forza di rinnovamento.

Ma nell'antichità lo Stato-città rappresentava ordinariamente una cerchia chiusa in cui gli estranei non potevano penetrare a parità di diritto, e talvolta non potevano penetrare affatto, sia per questa disparità di condizione, sia per la difficoltà di trovarvi mezzi di vita.

Non tutti gli Stati, tuttavia, rimasero chiusi in ugual modo; e quelli che più avanzarono furono, si può dire, quelli che in varie maniere temperarono questo esclusivismo.

Una città, come Athene, che era centro di un'ampia sfera politica e commerciale, non solo non poté chiudere l'adito agli estranei, ma fece delle condizioni di favore a tutta la categoria de' residenti stabili detti « *meteci* », che davano anche un concorso alla difesa e all'azione militare dello Stato. Non è difficile che una parte di essi riuscisse, e tratto tratto, a insinuarsi, nella cittadinanza. Le revisioni e cancellazioni che ne seguivano e le controversie giudiziarie, di cui pure abbiamo notizia, attestano la relativa frequenza e l'estensione dell'abuso. Aristotele segnala la diversa politica demografica degli Stati per cui, secondo la penuria e l'abbondanza della popolazione, si ampliava o si restringeva la qualifica di cittadino, ora limitandola al figlio di genitori entrambi cittadini e magari discendenti di avi e bisavi cittadini, ora aprendo l'adito a ibridi e bastardi e anche a meteci e forestieri, come per ragioni politiche avrebbe fatto Clisthene (1).

Nella « *Politica* » aristotelica si indica poi come un indirizzo o un espediente de' demagoghi quello di accrescere più che si può il numero de' cittadini, innestandovi non solo i figli legittimi ma anche gli spurii, ed anche quelli che hanno origine ingenua solo da un lato, dal materno o dal paterno semplicemente.

A Roma, dal tramandato asilo aperto nei suoi esordi per chi vi si rifugiasse, alla consociazione delle tre tribù di origine diversa, all'assunzione di Appio Claudio e del suo largo seguito nella cittadinanza;

(1) ARIST. *Polit.* VII (VI) 2, 9; cfr. VI (IV) 4, 1.

vi era tutta una tradizione di assorbimento che poi trovò forma stabile e legale nelle naturalizzazioni individuali e collettive e nelle manumissioni di schiavi. Dalla stessa tradizione risulta di numerose famiglie che da vari comuni italici si propaginarono in Roma: così i Fulvii, i Mamilii, i Coruncanii, i Porcii, di Tusculum, i Plauti di Tivoli e Præneste; gli Atilii dalla Campania; gli Ogulnii dall'Etruria; gli Otacili dal Sannio. Con che e in altre forme accessorie, come il servizio militare e attraverso vari gradi, si venne estendendo la cerchia della cittadinanza sino a farla coincidere, sotto Caracalla, con la popolazione urbana.

Nel caso di straordinari diradamenti della popolazione per guerre e pestilenze, si cercava reintegrare la popolazione con provvedimenti straordinari di portata più generale. Così Filippo di Macedonia in due rescritti del 219 e 214 a. C. inculcava a' Larissei, per rendere possibile la coltivazione delle terre abbandonate, di aggregare alla cittadinanza i meteci di stirpe greca colà domiciliati (1).

Velletri, ove per pestilenze la popolazione si era ridotta ad un decimo, avrebbe, secondo PLUTARCO, chiesto ai Romani l'invio di un contingente che la risarcisse. Timoleone avrebbe similmente chiesto gente a' Corinti per rinsanguare la popolazione esausta di Siracusa.

Con lo stesso criterio e con ugual sistema fu restaurato, dopo la sua distruzione Agrigento nel 207 a. C. I Trachini, perduta una parte della popolazione, la reintegrarono con diecimila Spartani, a cui si assegnarono terre. Autori antichi ci parlano pure di aggregazioni, come per Caenina, Fidene, Crustumerio e Antemnae, di fusioni come di Greci e Campani a Neapoli e altrove (2). Con l'affluire nelle città non solo di una popolazione legalmente riconosciuta ma anche di elementi tollerati, veniva ad aversi, più di una volta, una popolazione mista e varia, la cui coesistenza faceva sorgere nuovi problemi di non facile soluzione.

Un certo grado di fusione anche attraverso unioni illegali, ma in proporzioni che non è possibile constatare, diveniva a lungo andare inevitabile. Ma assai spesso la differenza etnica era un ostacolo assai difficile e lento a sormontare. ARISTOTELE, dove tratta delle rivoluzioni politiche, parla de' contrasti che ne sorgevano (3).

(1) MICHEL, Ch., *Recueil d'inscriptions grecques*, p. 51, n. 41; HERMES, XVIII (1882), p. 467 sgg.

(2) PLUTARCH. *Rom.* 12; STRABON. III, 4, 8; V, 4, 7; VII, 3, 2, 9.

(3) *Polit.* VIII (V), 2, 10.

Livio (1) racconta di quattromila nati da unioni illegali di soldati romani e donne spagnuole, che chiedevano l'autorizzazione di riunirsi in un borgo, e che il Senato destinò a Carteia nella Betica, dando facoltà, al tempo stesso, ad indigeni di rimanervi nelle condizioni di coloni latini e con assegnazioni di terre. Ma, solitamente, nelle colonizzazioni, i coloni si tenevano a parte e in proporzione di assoluta superiorità legale rispetto agl'indigeni (2).

Una delle grandi difficoltà della politica cartaginese era di regolare e dominare, nella stessa città, i rapporti di diversi elementi etnici.

Ma è l'Egitto, da' Tolemei in poi, che, anche per la traccia rimasta ne' documenti, offre sotto questo rapporto un buon campo di osservazioni.

I Greci, che vi entrarono in qualità di dominatori, si mantennero, anche per necessità militari, distinti dalla popolazione dominata. Pure, come era da attendere in un lungo corso di anni, si formò un elemento conosciuto come greco-egizio con uso prevalente del linguaggio greco e con tendenza a crescere e sviluppare sotto l'Impero, che pure tendeva a rafforzare l'elemento schiettamente ellenico.

Ma è in Alessandria, dove si trovavano a vivere in gran numero, Greci, Egizi ed Ebrei che si determinarono in questa varietà etnica condizioni sociali e disposizioni di animo, che contribuirono a rendere la vita della città sempre più mossa e vivace, e dettero luogo anche ad avvenimenti caratteristici. Il contegno remissivo, ed anzi interessatamente lealistico, degli Ebrei verso i dominatori rendeva perciò stesso ostile verso di loro la popolazione dominata e indi i Greci stessi nel periodo della dominazione romana (3).

La loro più generale aspirazione alla cittadinanza alessandrina, poi, e la loro ingerenza negli affari, con assunzione di fitti ed appalti e la concorrenza anche nel lavoro, creò pure altre e maggiori ostilità portate al loro estremo e rese più generali dal dommatismo ed esclusivismo confessionale, per cui gli Ebrei, mentre non partecipavano con gli altri al culto degli Dei, davano e ricevevano con senso di disprezzo, reciprocamente, il titolo d'infedeli e sacrileghi ne' rapporti con le altre nazionalità. E s'ebbe quello che, con anticipazione di una

(1) LIV. XLIII, 2; WILSDORF, *Fasti Hisp. Prov.*, 91.

(2) ARIST. *Polit.*, VIII (V), 2, 10-11).

(3) Il WILCKEN in una memoria pubblicata negli Atti della R. Accademia di Sassonia, ha trattato ampiamente di questi rapporti e del relativo antisemitismo che vi si determinò.

parola poi largamente usata per un fenomeno più diffuso, potette essere chiamato un vero « antisemitismo » alessandrino, con rivolte reciprocamente suscitate e di cui è segnalata quella del 115 a. C. estesa da Alessandria al resto dell'Egitto e con tanto stento domata.

L'introduzione del Cristianesimo dette altri incentivi a questa ostilità, per cui gli Egizii di lingua copta e di fede cristiana, prima, colorirono anche del carattere religioso il loro antagonismo verso i Greci; e quando anche questi furono convertiti al Cristianesimo, con l'adesione alla setta monophysita continuarono a sostenere la loro lotta nazionale contro l'ortodossia byzantina.

Tutti i mutamenti di sistemi e mezzi di vita che seguivano in una grande città il progressivo incremento demografico; lo specificarsi di arti e mestieri; la ricerca di ogni mezzo di godimento e l'affluirvi, di tutte le forme di attività umane in traccia di ascensione: fomentavano con le possibilità di lucro la concentrazione della ricchezza, e insieme la disparità delle fortune. Anche quella specificazione delle colture, che per la legge di Thünen (1) suole formarsi al margine delle città e che ci è attestata pure, pel suo tempo, da Varrone; concorrevano con i suoi generi di produzione a consumi superflui e di lusso, i quali naturalmente favorivano e inasprivano lo squilibrio economico. E, in corrispondenza, si formava e cresceva quel pauperismo che nelle grandi città è fatto de' naufraghi della vita di ogni età e di ogni sesso; di mendicanti, di oziosi, di rovinati, di degenerati, e che sbocca spaventosamente nel delitto, nel parassitismo, nella prostituzione e nella corruzione di ogni maniera. Dove, come ad Athene, ad Alessandria, e più ancora a Roma, la commedia, la satira, l'epigramma, la letteratura di ogni maniera ne ha dato una rappresentazione od una semplice eco, si ha l'impressione viva del nuovo aspetto della società e della vita, che si manifestava soprattutto col rimpianto di un costume deploratamente scomparso e invano deplorato. E in tutto culmina l'immagine di una plutocrazia fastosa e insolente, quale si poteva avere laddove sorgeva non solo da rapide fortune, ma addirittura, più volte, da rapine realizzate a mezzo della politica e sui paesi soggetti.

Nella sua concezione ideale della Città-Stato, PLATONE aveva preveduto un numero di cittadini inferiori ai seimila. ARISTOTILE anche senza specificazione di cifre assumeva come tipo le città di proporzioni medie, escludendo tutto ciò che esorbitasse in un senso o nel-

(1) WISKEMANN H., *Die antike Landwirtschaft und das von Thunen'sche Gesetz aus den alten Schriftstellern dargelegt*, Leipzig 1859.

l'altro, nel senso della piccolezza o della grandezza. E l'uno e l'altro filosofo, nella propria concezione, aveva in vista fattori e conseguenze di ordine economico e politico, come di ordine morale. La grande città quale poi si venne realizzando, usciva dal loro quadro, sorpassando ogni loro previsione. E come è agevole indurre, la nuova morale, e meglio si direbbe negazione della morale, che emanava da questo genere di vita e si esprimeva praticamente nel lusso ed eticamente nelle varie forme di egoismo, aveva il suo vivo riflesso nell'ambiente familiare e nel modo di considerare la prole e quindi nel movimento della popolazione, specie per quella che costituiva appunto la classe politica; mentre in una cerchia anche più generale si facevano sentire le difficoltà pratiche della vita rincarata, dell'alloggio più scarso, delle incertezze tutte dell'esistenza.

Il celibato, che solo sporadicamente ed eccezionalmente aveva trovato sostegno ed addentellato in qualche setta pitagorica o in religioni antiche, specie nelle forme esasperate di qualche culto orgiastico, trovava un terreno favorevole nei nuovi atteggiamenti del costume e della vita sociale.

La commedia media e la nuova in Athene ha ne' frammenti a noi giunti un'eco del disfavore con cui veniva considerato il matrimonio come un aggravio, un'esistenza di molestie e di rinunzie. E ancora più la prole: onde una recrudescenza forse delle esposizioni d'infanti e più ancora delle pratiche abortive o in genere di limitazione della prole.

« Queste — dice GIOVENALE (1), riferendosi alle plebee — tuttavia si assoggettano al rischio dei parti e sopportano, per i casi della loro condizione, i travagli dell'allevamento. Ma non si vede quasi una puerpera in un letto dorato, tanto possono gli specifici che rendono sterili le donne o spengono le vite nel loro seno. Consolati, o disgraziato — soggiunge il poeta al padre putativo in attesa di prole — consolati e dà tu stesso la pozione » evitando così il pericolo che nasca, come erede obbligato, il figlio di uno schiavo etiope.

Questa vicenda, spogliata di quelle che possono essere l'esagerazioni dell'iracondo poeta, dal tempo di GIOVENALE può ben retrotrarsi a tutto il periodo anteriore in cui cominciò a determinarsi quello stato di vita. Ad accrescere la disparità delle fortune e per riflesso a ridurre, benchè per opposti impulsi, la prole, conferivano anche le leggi che davano modo di ereditare alle donne, le

(1) VI, 502 sgg.

quali, poi, col matrimonio favorivano ancora la concentrazione dei patrimoni.

Una di queste, che a Sparta si attribuiva all'eforo Epitadeo (1) e da questo prendeva il nome, ebbe, come si riferisce, il massimo effetto nell'accentrare i lotti di terreni, restringendo così naturalmente il numero dei cittadini al cui stato politico la proprietà del lotto era condizione. Secondo ARISTOTILE in questa maniera il territorio, che avrebbe potuto alimentare millecinquecento cavalieri e trentamila opliti, non ne aveva contato che un migliaio (2); cifre contestabili nelle loro espressioni aritmetiche, ma che vanno tenute in conto nel loro significato tendenziale.

A Roma si disputa se prima della legge delle dodici tavole o a cominciare da essa fosse dato facoltà di istituire eredi per testamento le donne. È una questione insoluta per la scarsezza e l'incertezza dei dati. Si può tuttavia ritenere sicuramente che se anche quella facoltà ci fu, non ne venne fatto uso apprezzabile, soprattutto perchè, per lungo tempo, il testamento doveva ottenere la ratifica de' comizi che non l'avrebbero ordinariamente data.

Mutò in ogni modo la condizione col divenire che fece il testamento un atto privato, e col crescere della ricchezza e de' suoi coefficienti. E gli effetti dovettero essere preoccupanti se nel 169 a. C. s'indusse la *lex Voconia* che vietava, agl'iscritti nel censo per più di centomila assi (tra le venti e le venticinquemila lire, se per assi s'intendono in questo caso, sesterzi), d'istituire eredi una donna o una fanciulla, e poi di dare a titolo di legato una somma superiore a quella toccata all'erede; tutto sotto pena di devoluzione al tesoro pubblico.

Se questa fosse una legge semplicemente suntuaria, come vuole AULO GELLIO, per frenare il lusso delle donne, o volesse piuttosto impedire, come crede QUINTILIANO, la concentrazione delle ricchezze più pericolosa in mani femminili, non si può dire con asseveranza. Probabilmente concorse l'uno e l'altro motivo.

L'opinione di MARCIO FILIPPO, riferita da CICERONE (de off. II, 16) che, al suo tempo, in Roma, non vi fossero più di duemila possidenti, non può prendersi come una cifra di valore statistico; e, anche come valutazione generica, può ritenersi esagerata nella bocca di un tribuno.

(1) ARIST. *Polit.*, II, 6, 10, 11; PLUTARCH., *Lykurg.* 16; *Agis*, 5; SCHULIN F., *Das griechische Testament verglichen mit den romischen.* Basel 1882, p. 38 sgg.; JANNET, *Les institutions sociales et le droit civil à Sparte*, 1880, p. 134 sgg.

(2) *Polit.*, II, 6 (9) 11-12.

Ma è asserzione, che, insieme ad altri indizii, vale a constatare il movimento di concentrazione della ricchezza.

E, se, per il tempo presente, non sempre e soprattutto in ogni paese, si è potuto rilevare un movimento parallelo dell'incremento demografico e della ripartizione delle ricchezze; per quel periodo della vita romana come per la corrispondente fase dello Stato spartano, appare un regresso demografico, quale si può indurre da avvenimenti concomitanti successivi, che direttamente o indirettamente lo mettono in luce.

A Roma, l'importazione degli schiavi, più facile e meno costosa e più numerosa nel secondo secolo a. C., e l'estensione della pastorizia, dovuta in parte ad una crisi della cerealicoltura, in parte a convenienze di altro genere; due fenomeni per più lati connessi; dovettero concorrere, anch'esse, a ridurre l'incremento demografico dei liberi, già ridotto dalle guerre assidue e lontane del II° secolo a. C. e dalle perdite che vi si avverarono.

La struttura economica e sociale del mondo antico presentava contorni più rigidi. I rapporti di dominazione e di sfruttamento erano di un carattere più formalmente evidente e più immediato, con classi, se non sempre immutabili, politicamente circoscritte e definite.

Gli effetti che la schiavitù ha potuto esercitare sull'incremento demografico generale, o su quello dei liberi, sono soggetti a dispute; come tutta in generale l'azione della schiavitù sul mondo antico. E, per allontanarsi meno dalla realtà, vanno studiati in relazione ai tempi ed ai luoghi.

All'incremento della popolazione generale la schiavitù poteva conferire sia col fatto stesso dell'importazione, sia con le successive prolificazioni. Queste sono, a vicenda, affermate e contestate. In realtà dipendevano variamente dalla convenienza dell'allevamento, dal sentimento dei padroni, dal genere d'impiego degli schiavi e dal contatto in cui potevano trovarsi servi di diversi sessi: tutte cose mutevoli secondo i tempi e i luoghi. L'importazione era uno spostamento di popolazione, mutevole anch'esso secondo la varia fortuna delle guerre; e che, nei paesi di origine, poteva anche essere compensato e superato secondo le condizioni in cui erano lasciati. In genere, per la mortalità che era grande, era relativo l'incremento demografico nei paesi d'importazione; e per le devastazioni era ridotta la reintegrazione nei paesi d'esportazione. Dove, come in Roma, si giungeva, con la manomissione, alla cittadinanza, questa aveva nella schiavitù anche un modo di reintegrazione diversa secondo l'epoche. Anche dove lo schiavo

liberato non acquistava diritti politici, reintegrava la categoria generale dei liberi, se pure moralmente minorato (apeleutheros). Ma in generale e in via definitiva, la schiavitù pel suo consumo di forze e di vita, per la concorrenza al lavoro libero, per le dannose ripercussioni morali, divenne, in ultima istanza, coefficiente di regresso e non d'incremento demografico.

XI. — VICENDE DEMOGRAFICHE A SPARTA ED A ROMA.

Il problema permanente del conservare il potere dipendeva molte volte e in molti casi dalla conservazione del numero che, d'altronde, come avviene in una cerchia chiusa di luoghi e di classe, era soggetto, anche per ragioni biologiche, a lungo andare, a scemare. E talora il problema politico assumeva aspetto più distintamente demografico, come se ne ha un riflesso, in ambito più ristretto e in forma più strettamente politica a Sparta; in maniera più vasta e con ampio carattere politico e sociale a Roma.

Secondo notizie sporadiche date occasionalmente da autori il numero degli Spartiati, cioè dei cittadini della classe dominante sulla popolazione dei Perieci e su quella più numerosa degli Iloti, da ottomila, quanti ne annoverava Erodoto (1) al principio del quinto secolo a. C., sarebbe continuamente disceso dopo un secolo a millecinquecento, a mille nell'ultimo terzo del quarto secolo e finalmente a settecento nel terzo a. C.: una decrescenza impressionabile, che non può essere spiegata solamente dalle perdite in guerra e dalla perdita della Messenia, ma dovrebbe essere chiarita appunto dalla concentrazione della proprietà in seguito alla libertà delle disposizioni testamentarie introdotta dall'Eforo Eptadeo nel 400 a. C. (?).

E poichè la posizione privilegiata dello spartiato dipendeva dalla conservazione del suo lotto, che gli permetteva l'esistenza indipendente e l'esercizio del mestiere delle armi, la concentrazione dei lotti di terra coltivati da Iloti, doveva avere come conseguenza anche la riduzione dei cittadini di pieno diritto.

Se non che, da un lato un computo esatto più e meglio controllato della cittadinanza spartana dipenderebbe da un calcolo esatto delle forze militari, che è invece assai discusso per la terminologia diversa adottata dagli autori nel riferirlo; d'altra parte, se la successiva ridu-

(1) VII, 234; PLUTARCH. *Agis*, 5; ANDREADES A., *La mort de Sparte et ses causes démographiques*, in « *Metron* » (1930).

zione dei cittadini di pieno diritto corrispondesse solo alla loro degradazione in una condizione inferiore; la cosa avrebbe semplicemente importanza per le vicende della costituzione spartana, mentre, demograficamente, ne avrebbe soltanto nel rapporto delle classi.

Quel che vi è di più positivo è la notizia generica ma sicura di Senofonte (de rep. Lac. I, 1), secondo il quale, a suo tempo, Sparta era delle città meno popolate o più spopolate: il termine greco ('olinganthropotáton). consente le due interpretazioni. È positivo ancora è il tentativo, stornato, di Agide, attuato da Cleomene nel III sec., per reagire contro il regresso demografico del corpo politico, aggregando alla cittadinanza attiva un numero di perieci soggetti, dotati del lotto di terra indispensabile alla loro funzione politica e militare.

Questa vicenda demografica che a Sparta può cogliersi solo nelle linee più generali e senza particolari, si può seguire molto meglio e con disegno più vasto, come si è accennato, a Roma.

L'incremento demografico di Roma, appare, oltre che da ciò che si può argomentare dalla crescita di un comune a fondo agrario, in un ambiente sano, dall'ingente e diffusa irradiazione coloniale, la quale, come accade, nello stesso tempo che apriva dei vuoti nella popolazione, spingeva a colmarli.

Il numero dei coloni che si aggirava nei principii su trecento era salito poi sino a seimila. Venusia aveva avuto, si scrive, sino a ventimila coloni. E, anche le colonie già formate avevano, nel corso del tempo, sempre nuovi contributi di coloni.

Le preoccupazioni della discendenza, che aveva in origine anche un fondamento religioso, erano poi incoraggiate dalla semplicità del costume e dallo scarso costo della vita, e anche dalla tradizione che aveva dato al matrimonio, nella stessa definizione giuridica, lo scopo primo della prole, e ancora dalla opinione pubblica e talvolta da' provvedimenti censorii che colpivano in vario modo il celibato.

Ma nel secondo secolo a. C., mentre stentatamente il numero dei censiti, era, nella prima metà del secolo, risalito alla cifra del secolo terzo, si avverte nella seconda metà un arresto con tendenza ad una decrescenza.

Più ancora, moralmente, fa impressione il noto discorso di Cecilio Metello Numidico (1), che mentre incoraggia i Romani al matrimonio, lo presenta come un male necessario da doversi incontrare e sopportare a scanso di malanni e molestie peggiori. Ciò che induce

(1) AUL. GELL. *Noctium Atticarum*, I, 6, 1, ed. Hertz.

a spiegare la flessione dei censiti, non solo con le perdite nelle guerre del n° secolo, ma ancora con motivi intrinseci, quale era la preconcetta limitazione della prole.

La crisi della popolazione appare del resto nella massima evidenza negli ultimi decenni del n° secolo con il movimento dei Gracchi, il quale, nel punto di partenza, ha carattere prevalentemente demografico, indice, alla sua volta, di nuove e coordinate situazioni politiche ed economiche.

L'azione dei Gracchi, che in ultimo, e specialmente nelle forme costituzionali, assunse un carattere e un contenuto rivoluzionario, non aveva nell'origine e per opera di Tiberio niente di demagogico; ispirata, com'era, dal proposito di mettere un argine alla rarefazione demografica italica e far sì che la repubblica, la quale poco dopo dovette ricorrere agli arruolamenti volontari, non mancasse di reclute per i suoi eserciti. E il mezzo adatto per ciò, era quello di reagire contro il diffondersi della schiavitù e della pastorizia vagante — tra loro connesse — e contro il conseguente crescere del proletariato, favorendo la formazione di un più largo ceto di piccoli o medii proprietari agricoltori, mediante la rivendicazione e la ripartizione delle terre demaniali. Ciò che era anche nell'ordine della costituzione e del diritto esistente e che avrebbe dovuto pure conservare, se possibile, il carattere e la proporzione dell'antica società rurale romana.

Era un effetto della sensazione delle terre italiche incolte che Tiberio aveva avuto tornando dalla Spagna e dalle vicende dell'esercito osservate colà.

Era una preoccupazione demografica; ma non di una generica rarefazione demografica bensì di una vicenda demografica che influiva particolarmente sulla composizione della popolazione, quale lo Stato era interessato a conservare. Il che dette anche un particolare indirizzo alla colonizzazione, non più, come prima, intesa prevalentemente a una difesa militare della conquista ma piuttosto a utilizzarla scaricando in maggiore numero su di altre regioni il crescente proletariato della capitale e delle adiacenze.

E nei vasti disegni di Caio Gracco vi era anche quello di spostare in Africa sino a sessantamila proletarii. Ma poichè — per quanto il proletariato della capitale fosse una formazione eteroclita e sotto vari rapporti patologica —, si teneva stretto per la sua stessa natura parassitaria, all'ambiente cittadino; ne veniva un altro contrasto di elementi rurali ed urbani che tenevano, questi ultimi, a sfruttare, attraverso altre fasi degenerative, lo Stato.

Mentre, da un lato, tra queste diverse forme di azione e di resistenza, di conservatori e demagoghi, il movimento graccano smarriva la sua originaria e più schietta impronta demografica; seguitavano ad operare le cause che rarefacevano la popolazione e ne alteravano la composizione.

Considerando che le odierne rilevazioni statistiche non constatano un rapporto costante tra il frazionamento delle proprietà e l'incremento demografico (1), e i risultati sono diversi secondo i diversi paesi; non si può assumere che, se compiutamente messa in atto e nelle condizioni del tempo, la riforma graccana avrebbe sortito l'effetto voluto; politicamente avrebbe secondo ogni probabilità reintegrata la classe media.

In ogni modo il programma graccano fu in gran parte amputato od eluso; e, in quanto fu attuato, elevò piuttosto il numero dei cittadini, poi assunto nel censo, che non quella della popolazione in generale. Almeno non abbiamo gli elementi per altra constatazione.

E gli avvenimenti politici che seguirono e che erano anch'essi in più o meno diretto rapporto con le condizioni demografiche, resero più acuto o posero meglio in vista l'azione, il regresso e l'arresto demografico in Italia.

L'assunzione e l'assorbimento parziale di proletari nell'esercito sotto Mario modificò, con la composizione e la tattica delle forze armate, l'andamento della politica interna, dando un istrumento decisivo in mano a' suoi capi, sino a rendere possibile le più radicali trasformazioni costituzionali dello Stato.

Le guerre civili con le sanguinose decimazioni delle proscrizioni e delle battaglie aprirono dei vuoti nella popolazione esistente, specie in quella che aveva funzione politica (2); e con l'incertezza delle condizioni generali rendeva anche meno numerosi i matrimoni, più problematica la proliferazione e difficile l'allevamento della prole.

Nella fase syllana sarebbero cadute in combattimento centomila persone; seimila a Capua, ventimila a Sacriporto, cinquantamila alla Porta Collina, a cui seguì la strage di almeno ventimila prigionieri; cifre che qui si danno come meramente indicative.

E non si contano le vittime delle persecuzioni che diradarono

(1) GINI C., *Problemi della popolazione*, in « Annali dell'Ist. di Statistica della R. Università di Bari » (1927-28), p. 7 sgg.

(2) APPIAN. *B. Civ.*, I, 41 sgg.; VELL. *PAT.*, II, 18 sgg.; LIV., LXXXVII e segg.; PLUTARCH., *Vita di Mario e Sylla*.

specialmente l'ordine senatorio e l'equestre ; oggetto di una gara tra Sylla che avrebbe immolati trecento senatori e duemila cavalieri e Mario che avrebbe sacrificati un po' meno di senatori e assai più di cavalieri. Farsaglia avrebbe avuti quindicimila morti e Munda trentamila ; mentre Filippi e le prescrizioni trimnvirali avrebbero superati anche i precedenti (1).

La popolazione italica, specialmente quella che non costituiva la prevalente classe politica s'irradiò ancora notevolmente fuori d'Italia (2). Gli ottantamila Italici massacrati in Asia alla levata di scudi di Mitridate ; gli altri numerosi periti in Grecia ; gl'Italici emigrati largamente in Numidia e nel resto dell'Africa ; le colonie fondate o reintegrate lo lascino constatare od indurre. Ma, per l'Italia, il ceto degli agricoltori, il più adatto a sostenere l'incremento demografico, si era venuto stremando e assottigliando per le condizioni sfavorevoli del loro esercizio e anche, in parte, per l'emigrazione i cui vuoti non sempre si colmavano.

XII. — LA POLITICA DEMOGRAFICA DI AUGUSTO.

Il celibato sempre più diffuso era sintomo ed occasione pure di altri effetti che non fosse semplicemente la normale proliferazione ; doveva risolversi da un lato in concubinati e prole illegittima e dall'altro in lusso, sperpero e insidie all'ordine delle famiglie.

E la legislazione di Augusto affrontò in pieno il problema cercando arginare tutte le degenerazioni dal punto di vista del costume, della morale, dell'ordinamento giuridico ; tutte condizioni che deviavano dalla formazione normale di una famiglia.

Così si ebbe tutta una concezione e un'opera legislativa che si realizzò nelle leggi intese a frenare il lusso, reprimere gli atti d'impudicizia e contro l'ordine delle famiglie, e specialmente in quelle che assicurando de' vantaggi e prospettando svantaggi, soprattutto nelle

(1) CAES. B. C., III, 90-99 ; APPIAN., II, 67 ; PLUT., *Caes.*, 42 ; PLUT., *Pomp.*, 67 ; DIO. CASS., XLI, 48 sgg. ; DIO. CASS., XLIII, 36-38 ; APPIAN., IV, 110 sgg. ; DIO. CASS., XLVII, 37 sgg. ; PLUT. *Brut.*, 34-53 ; PLUT. *Ant.* 22 sgg. ; VELL. PAT.

(2) HATZFELD J., *Les trafiquants italiens dans l'Orient hellénique*, Paris 1919. Cfr. CICCOTTI E., *Commercio e civiltà nel mondo antico* (vol. VI della « Biblioteca di storia economica ») con la relativa bibliografia, p. 113 sgg. dello Estratto.

successioni ereditarie, potevano incitare a contrarre matrimoni ed avere de' figli.

Le nuove condizioni create a Roma dalla costituzione dell'immenso dominio avevano, con l'affluire delle ricchezze e quindi con le raffinatezze che ne conseguono, introdotto dal III secolo (a. C.) in poi, specie, in alcune classi della popolazione, un tenore di vita dispendiosa che doveva distogliere dal formarsi una famiglia, soprattutto avendo in vista il lusso delle donne, più pretensiose quanto più dotate.

Il caustico tratto di PLAUTO, nel *Poenulus* (1), dove dice che chi vuol andare incontro a un dispendio rovinoso, deve procurarsi una donna o una nave, che assimila in tutte le esigenze, è caratteristico. E, se anche possa essere una pura derivazione dell'ambiente ateniense del IV secolo, è certamente una realtà specie per i secoli che seguirono a quelli di PLAUTO. Le leggi suntuarie, dall'Oppia (2) (del 539-215) all'Orchia (182 a. C.) (3), alla Fannia (161 a. C.) (4), alla Didia (143 a. C.) (5), alla Aemilia (115 a. C.) (6), alla Cornelia (81 a. C.) (7), all'Antia (71 a. C.) (8) si erano quindi, succedute con una insistenza, che, mentre rivela l'intensità del malanno, mostra anche l'inefficacia del rimedio. Queste leggi, tuttavia, tranne l'Oppia, riguardavano a preferenza il lusso della tavola, che si cercava contenere con lo stabilire somme fisse per le spese quotidiane, e più per le ricorrenze festive o straordinarie. Giulio Cesare (46 a. C.) (9) proibì l'uso di lettighe, di porpora e perle tranne a certe persone in certa età e in certi giorni. Augusto tornò sul regolamento degli ornamenti donneschi e sulle spese di banchetti (10). Con la legge sugli adulterii (*de adulteriis et de pudicitia* 736-a.u.c. = 18 a. C.) (11) Augusto, minacciando pene agli adulteri e rendendo più difficili i divorzi, volle del pari rendere

(1) Atto I. Sc. 2.

(2) LIV. XXXIV, I, 3; 3, 9; 4, 10; VAL. MAX., IX, I, 3.

(3) MACROB., Sat. II, 13.

(4) MACROB. *l. c.*; AUL. GELL., II, 24, 3.

(5) MACROB., Sat. II, 13.

(6) PLIN., *N. H.* VIII, 57, 82; AUL. GELL., II, 24, 12.

(7) AUL. GELL., II, 24, 11; MACROB. *Sat.* II, 13.

(8) CIL. I 114 e 171; AUL. GELL., II, 24, 13.

(9) SUTTON., *Caes.* 19.

(10) SUTTON., *Octav.* 40. Sulle leggi suntuarie dà una bibliografia il *Dictionnaire* di DAREMBERG-SAGLIO al vol. III, 2, p. 1141, n. 7.

(11) SUTTON., *Octav.* 34; *Dig.* XLVIII, 5.

più necessaria la costituzione di una famiglia e più salda la sua consistenza. Vietando, senza il consenso della donna, l'alienazione della dote mirò parimenti a mantenere la compagine economica della famiglia.

Ma è con una legge di scopo più diretto *Lex Julia de maritandis ordinibus*, forse della stessa data, o di un decennio prima (736-a.u.c. = 18 a. C.) che si vollero incoraggiare i matrimoni, eliminando gl'impedimenti che potevano venire dall'uso della patria potestà e dal diritto di patronato, e assicurando privilegi a' maritati e alle coppie con prole e imponendo penalità agli altri, specie con le leggi *caducarie* che annullavano o riducevano lasciti testamentarii, e avevano pure per le conseguenti devoluzioni un vantaggio fiscale: *augendo aerario*, dice Tacito.

Questa legge, se da un lato colpiva i celibi, dall'altro non trascurava gli *orbi*, cioè i coniugi senza prole; il che denota chiaramente che la legge si preoccupava de' matrimoni soprattutto come di un mezzo alla normale proliferazione, osteggiata, non solo e più direttamente dal celibato, ma anche dalla tendenza a rendere infecondi o di limitata fecondità i matrimoni.

In questa sua legislazione, intesa alla ricostituzione della società romana, così duramente provata e sovvertita, Augusto non si era prefisso soltanto l'intento generico di avere un generale incremento demografico, ma massimamente quello di reintegrare determinate categorie sociali, come appare dal concomitante divieto fatto a membri dell'ordine senatorio e a' loro discendenti sino al terzo grado di contrarre matrimoni con liberte. Tuttavia, a sentire DIONE CASSIO (LIV, 16), all'infuori dell'ordine senatorio, consentì l'unione d'ingenui e di schiave manomesse. Ciò per far fronte alla sproporzione di sessi della popolazione libera, ove i maschi sarebbero stati in numero prevalente sulle femmine. Un fenomeno che deve riferirsi alla città, in grazia soprattutto dell'immigrazione, non potendo altrimenti supporre una prevalenza numerica di maschi in un ambiente e in un tempo in cui i maschi soggiacevano a maggiori cause di morte.

Questa legge, che non ci è nota se non approssimativamente e nelle linee più generali, non fu fatta approvare senza difficoltà, andando contro le tendenze più diffuse, mentre il principe cercava di dare aspetto formalmente legale a' suoi provvedimenti. Ma incontrò subito, come del resto era da attendersi, assai maggiori difficoltà di applicazione. E non molto tempo dopo (762 a. u. c. = 9a. C.) sotto i consoli C. Papio e C. Poppeo Sabino la legge fu notevolmente

modificata con sensibili attenuazioni, formando insieme alla precedente *lex Iulia* come un corpo di leggi che doveva indi regolare la materia (1).

Ma, anche in questo rimaneggiamento, si fu ben lontani dal raggiungere i fini che avevano potuto far concepire le illusioni autocratiche, sempre tali da esagerare l'efficacia della loro azione su' più complessi fenomeni sociali e da dare, con valutazione eccessiva, la preferenza ad un'azione diretta, non sempre la meglio adatta, specie in materia di questo genere, a raggiungere lo scopo.

Come suole accadere specie nelle disposizioni più coercitive, si trovarono subito i mezzi per eludere la legge, anche con l'ausilio delle dilazioni codificate e prolungate indeterminatamente al riparo del tempo. E poi la stessa autocrazia, o per adattarsi a condizioni particolari, o per altre sue convenienze, creava casi di dispensa, che, come accade, tendevano ad estendersi ed ampliarsi e quasi a generalizzarsi.

Mentre l'industria de' sycofanti si adoperava per denunziare la molteplicità de' non-osservanti, dando luogo a tutto lo spettacolo repugnante di una simile condizione, si poteva osservare che gli autori stessi putativi della legge *Papia Poppea*. (Dio Cass. LVI, 10) erano celibi; e tale era anche ORAZIO, il poeta che ne celebrava il carattere provvido: quest'ultimo almeno non messo al coerto della legge dall'età avanzata, nato com'era solo nel 65 avanti l'E. V.

Ma il più singolare è che, mentre in qualche caso poteva accadere che si accrescesse la prole con mezzi repugnanti o con falsificazioni di stato, volendo credere a satirici, sia pure di tempi posteriori; i vantaggi accordati a' genitori di tre figli (*jus trium liberorum*) veniva concesso formalmente, come un privilegio grazioso, a chi poteva anche non avere alcun figlio. E l'immoralità che si voleva contenere od emendare con le minacce e con le sanzioni, dilagava nella famiglia imperiale e in tutto il suo ambiente.

Nella loro materialità i provvedimenti di Augusto fanno ricordare quelli così largamente adottati nel periodo del mercantilismo. Ma nel periodo del mercantilismo si sollecitava l'incremento generale della popolazione, in quanto si riteneva che, essendo ogni uomo potenzialmente un produttore, l'aumento delle unità umane doveva risolversi in un aumento di ricchezza. In un regime di economia in notevole

(1) TACIT. *Annal.*, III, 28; SUTTON., *Octav.*, l. c.; DIO. CASS., LIV, 16; LVI, 7 e 10; ULPIAN., XVI, 2; MAYNZ C., *Cours de droit romain*, I, 274-5; III, 453, 682; e DAREMBERG-SAGLIO s. v. *Adulterium, Matrimonium*.

parte schiavista e con un modo di produzione che, senza essere, come si vorrebbe da taluni, quello della esclusiva produzione casalinga, non era tuttavia quello della manifattura reso più generale col secolo XVIII; l'incremento demografico, non poteva svolgersi in pari condizioni. Perciò, comunque sotto un altro aspetto, il problema demografico doveva presentarsi anche ad Augusto, come a' fisiocratici, collegato ad una maggiore disponibilità di mezzi di sussistenza quale antecedente necessario di un incremento demografico. Ma qui subentrano altre difficoltà inerenti all'economia del tempo, e che o non furono convenientemente affrontate o non si potevano superare. Così l'incremento della popolazione non aveva nè lo scopo nè l'effetto voluto dai mercantilisti. Neppure poteva costituire la riserva demografica del capitalismo indicata da MARX. Poteva solo in parte e potenzialmente, in determinati luoghi e condizioni, costituire un elemento concorrente al lavoro servile, che doveva in ultimo scalzare col generalizzarsi e sostituirsi del salariato (1).

Col consolidarsi del potere imperiale e col successivo assumere che fece sempre più carattere schiettamente monarchico venne meno del resto anche l'interesse di conservare il nucleo dell'antecedente classe dominante; e convenne sempre più al potere imperiale di reclutare e utilizzare, accanto a una certa parte dell'ordine equestre, un più largo numero di liberti, di cui s'ingrossava la cittadinanza col declinare dell'economia schiavista e che erano anche meno soggetti a nostalgie del passato e più duttili all'ossequio gerarchico oltre che più rotti a funzioni amministrative.

Ed è eloquente, da questo punto di vista, l'aneddoto riferito da TACITO (Ann. II.37-8) dell'accoglienza fatta da Tiberio a un ultimo rampollo dell'antica schiatta degli Ortensi, il quale, avendo presa alla lettera la legislazione augustea, si trovava di avere una prole che ora non era più in grado di sostenere.

M. Hortalo, nepote dell'oratore Ortensio, era stato appunto indotto da Augusto, con un donativo di un milione di sesterzi (oltre dugentomila lire) a prender moglie per non fare estinguere una progenie così illustre. Ma, dopo che ne ebbe quattro figli e risentiva l'imbarazzo di sostenerli, si presentò in Senato a Tiberio, chiedendo che fossero difesi dalla miseria questi figliocci di Augusto nati per suggestione di lui. Senonchè Tiberio rispose duramente a suo modo che « se

(1) Cfr., per la dimostrazione di questo assunto, CICCOTTI E., *Il tramonto della schiavitù nel mondo antico*, Torino, 1899.

si concedesse a quanti son poveri di venir là a chiedere danaro per i loro figli, i singoli non sarebbero mai paghi e lo Stato andrebbe in rovina ». E solo in ultimo si arrese a dare col consenso del Senato dugentomila sesterzi (oltre quarantamila lire) per ognuno dei figli maschi.

E Tiberio non deve in quell'occasione aver parlato invano per quanti sapessero intenderlo.

Agli stessi supremi fastigi dell'Impero non si riusciva ad ottenere, un po' per malignità di natura, un po' per volontà, una discendenza diretta.

Nell'ambito stesso della classe più elevata, in occasione del divieto imposto a' comandanti militari di condurre con sè le mogli, si deploravano tutti gl'inconvenienti della prepotenza e della licenza muliebre tiranneggiatrici delle case e dissipatrici de' patrimoni.

E, come si assume in un documento legislativo di parecchi secoli dopo, nel codice giustiniano, la legge Papia Poppea, attraverso assidui emendamenti, si andava obliterando (1).

Se pure era stata consuetudine antica promuovere la proliferazione; se anche la progressiva formazione di centri cittadini alterava — come è da credere per analogia — sempre più sfavorevolmente la proporzione delle morti e delle nascite; si attenuava o veniva meno sempre più la ragione d'impulsi artificiali ad un aumento di popolazione. Il largo impiego di liberti nell'amministrazione di carattere sempre più gerarchico toglieva forza a quel desiderio d'integrazione di una classe libera governante che v'era stato ancora, foss'anche confusamente, nel concetto di Augusto. La milizia resa ognor più professionale trovava nel proletariato disoccupato, e in genere ne' ceti più umili o spostati delle città e del resto dell'Impero, quell'alimento che altrimenti avrebbe dovuto cercare in una costante rinnovata prole di cittadini; mentre la lunga durata del servizio militare in regioni lontane doveva distogliere dal desiderio — quando vi fosse stato — di crearsi una famiglia a Roma e in Italia.

Pure il periodo di assestamento e di relativo benessere che si assume per la durata del secondo secolo dopo l'E. V. e specialmente nel periodo degli Antonini, dovette presumibilmente creare un am-

(1) Cfr., più oltre, § XIV. Cod. Just. VI, 51 (*de caducis tollendis*), 1: « Et quemadmodum in multis capitulis lex Papia ab anterioribus principibus emendata fuit et per desuetudinem abolita, ita et a nobis circa caducorum observationem invidiosum suum amittat vigorem, qui et ipsis prudentissimis viris displicuit, multas invenientibus vias per quas caducum ne fieret . . . ».

biente meno sfavorevole all'incremento della popolazione. Questo si può ottenere oggi col crescere delle nascite o col ridurre la mortalità. Ed è per questa seconda via che si esercita più efficacemente e tangibilmente l'azione dello Stato. Ma, per l'antichità, non si può constatarla e si può anche negare. I dati di longevità, che sono stati tramandati, sono limitati ad alcuni personaggi storici, e non sempre in maniera sicura. Sicchè non è neppure possibile controllare l'opinione di una maggior resistenza somatica che si suole attribuire agli antichi.

L'ingerenza de' poteri pubblici in argomento e i relativi provvedimenti, presero in ogni modo e in vista anche dell'insuccesso precedente, un altro indirizzo: di un ordine di assistenza particolare a' fanciulli meglio rivelato e caratterizzato da que' documenti che sono conosciuti come le « tavole di Veleja e de' Liguri Baebiani (CIL. IX, 1455; XI, 1147).

XIII. — L'ASSISTENZA ALL'INFANZIA.

Forme di assistenza pubblica, di cui del resto nessuno Stato costituito può fare a meno, vi erano a Roma, come altrove, *ab antiquo*. Specie dopo che, come nel caso di Sp. Melio e altri analoghi, l'assistenza in forma di estese elargizioni private era venuta in sospetto ed era stata anche severamente repressa, lo Stato dovette all'occasione e soprattutto in periodi di gravi carestie, assumerla a sè. Le vendite di frumento a basso prezzo e poi le distribuzioni gratuite a' cittadini iscritti nelle liste — a preferenza, è da credere, a' meno abbienti — rientravano in questo ordine di provvedimenti. Il governo dell'annona, ordinato poi in apposita istituzione con funzioni meglio designate e mezzi corrispondenti, ne fu un ulteriore e maggiore sviluppo; a cui si aggiungevano elargizioni e distribuzioni straordinarie in rapporto ad avvenimenti notevoli e vicende d'nastiche.

Ma se tutti questi provvedimenti rispondevano a più generali opportunità politiche e a più particolari concezioni delle funzioni o necessità dello Stato; l'istituzione de' « *pueri e puellae* » alimentari codificata ne' due documenti epigrafici accennati, aveva in parte almeno un più sicuro rapporto con un intento demografico.

Anche qui, come appare da una iscrizione di Atina in Campania (1), si ha un precedente e un esempio di iniziativa privata, che poi trovò imitazione e diffusione come a Florentia, ad Ostia, a

(1) CIL. X, 5056.

Terracina, a Comum, e naturalmente in altri luoghi (1) onde non è giunta a noi, superstiti, la traccia. Anche Augusto sembra che, comunque sporadicamente, abbia, nelle sne largizioni, tenuto particolare conto de' fanciulli. Ma è con Nerva che appare, come istituzione di Stato, l'investimento di fondi pubblici in prestiti fatti a privati, perchè poi corrispondessero l'interesse del 5 % destinato a sostenere fanciulli sino ad un'età che in genere andava per i maschi a' diciotto anni e per le femmine a' quattordici.

È l'istituzione che sotto Nerva, se anche magnificata per la sua novità, ebbe modeste origini, era destinata a svilupparsi sotto il successore Traiano (98-117 d. C.) (2).

Questi aveva dapprima provveduto ammettendo cinquemila fanciulli alla distribuzione del frumento. Ma poi si riportò più stabilmente al metodo di Nerva impiegando cento milioni di sesterzi (circa cinque milioni di lire) in prestiti senza scadenza e con l'interesse costante del cinque per cento: — quindi, con rapporto invertito da Stato a debitore, una specie del nostro consolidato — da erogarsi pel mantenimento de' fanciulli bisognosi.

Questo provvedimento, che venne a coincidere con un forte indebitamento avvenuto specie durante una crisi fondiaria ed agraria resa acuta sin dal periodo di Tiberio e in parte complicata dalla stessa condizione d'indebitamento; dovette avere anche in mira un sollievo della proprietà fondiaria: sollievo tuttavia temporaneo, perchè, specie dove non servì a mitigare l'interesse di un debito precedente più gravoso, e indusse debiti nuovi; questi, se anche pel momento potettero giovare all'esercizio dell'agricoltura, ne costituirono, successivamente, come non redimibile, un peso, soprattutto quando non erano serviti a indurre trasformazioni e miglioramenti agrari di larga e durevole portata.

Quali e quanti fanciulli venissero sostenuti con questo assegno e con quale risultato demografico, non si può dire. A Veleja (3) sono beneficiati 246 fanciulli e 35 fanciulle, generalmente legittimi con qualche eccezione appena ove ricorre la menzione di « spurii ». Ma l'istituzione

(1) CIL. XI, 1602; XVI, 350; X, 6328; V, 5262. Cfr. DE RUGGIERO, *Dizionario epigrafico di antichità romane* s. v. « Alimenta ».

(2) Cfr. DESJARDINS E. « Alimentarii pueri et puellae », in DAREMBERG-SAGLIO; « Alimenti » in DE RUGGIERO, *Diz. epigr. di ant. rom.* s. v. e in PAULY-WISSOWA, *Realencyclopädie* con le indicazioni bibliografiche ivi indicate.

(3) CIL. XI, 1147; IX, 1455.

si ampliò pel modo come la continuarono Adriano, Antonino Pio, M. Aurelio, Settimio Severo, moltiplicando i sussidi in onore di donne della loro famiglia da cui le nuove beneficiate prendevano poi il nome.

Subentrò una regolare amministrazione sotto la sorveglianza di senatori e cavalieri, distribuita, come pare, in trentanove città che ne erano i centri.

A queste si aggiungevano le istituzioni private che non erano, come l'imperiale, limitate all'Italia; ma di cui ricorrono le tracce in Ispagna, in Africa; e, a Terracina e ad Ostia presentano cento maschi e cento femmine, a Sicca trecento e dugento.

Quanto all'effetto, bisogna anzitutto considerare che il sussidio andava da 30 a 40 denari al mese (30-40 lire circa) ad Hispalis, ma scendeva a 16-20 denari a Terracina e ad 8-10 a Sicca. Il sussidio imperiale si può calcolare su' sedici sesterzi (L. 3,30) al mese. Col buon mercato della vita che si può notare in Lombardia a' tempi di Polybio e anche di Plinio, il sussidio poteva essere sufficiente; ma, ne' periodi di rincaro o di carestia che non dovevano essere infrequenti, l'esistenza de' fanciulli, se non aveva altri appoggi, poteva pericolare.

Inoltre, poichè, nelle istituzioni private almeno, il sussidio, cominciava da tre anni, la mortalità che è grande proprio ne' primi tre anni non poteva risentire l'effetto moderatore dell'assistenza.

Anche l'aiuto che si poteva sperare all'incremento demografico, dalla conservazione e dalla diffusione della piccola proprietà — tale potrebbe fors'anche considerarsi l'assegno finale di mille sesterzi — riuscì di dubbio effetto, poichè, tra i Liguri Baebiani come a Veleja, specialmente nelle zone di maggiore altitudine, nelle regioni di pascolo, la piccola e media proprietà si trovarono spesso in crisi e furono anche assorbite nel latifondo (1).

XIV. — LA NUOVA POLITICA DEMOGRAFICA E LE NUOVE VICENDE DEMOGRAFICHE.

L'istituzione stessa subì poi le tristi vicende de' tempi: ne è segnalata soprattutto sotto Pertinace (193 d. C.) (2) una crisi non bene spiegata, perchè si parla di una sospensione di pagamenti, che, dovendo esser fatta dagli obbligati, dovette dipendere da un malessere della proprietà in quel tempo.

(1) DE PACHTAERE, *Les tables hypothécaires de Veleja*.

(2) Capitol. *Pertin.* 9.

Col regno di Costantino, e propriamente nel 315 d. C., l'istituzione si ritiene finita per argomento indiretto desunto da un rescritto, che demandava al fisco la funzione del sussidio a' fanciulli più poveri (1).

Pochi anni dopo lo stesso Costantino (320 d. C.) liberava i celibi dalle minacce e dalle penalità delle leggi irrogate contro di loro, cancellando la distinzione degli « orbi ». A distanza di novant'anni (410 d. C.) gl'imperatori Onorio e Teodosio sancivano o confermavano l'abolizione del *Jus trium liberorum*, eliminando ogni distinzione tra le famiglie prolifiche e le sterili (2).

È la caratteristica di una politica demografica diversa ed anche opposta a quella che aveva segnalato il governo di Augusto, e si era in qualche guisa, anche per inerzia, protratta, con vario grado, sotto i successori.

Grandi periodi come questi si sogliono spesso nella trattazione storica considerare insieme, in blocco, con unica veduta, dominata, dal punto di partenza o da quello di arrivo. Come è naturale del resto in una concezione sintetica, quale è essenzialmente quella della storia.

Ma ne' quattro secoli trascorsi da Augusto ad Onorio quali e quanti mutamenti dovevano essere avvenuti !

Volendo prendere qualche norma da dati presenti accertati e restando nel puro e semplice campo statistico, si può osservare come la popolazione d'Italia da sedici milioni e mezzo, quanti ne contava nel 1700, è salita ad oltre quarantuno milioni nel 1928, dopo meno di un secolo e mezzo. Al principio del secolo XIX la Francia era lo Stato che contava maggiore popolazione dopo la Russia, e, sino al 1846 (con 34.546.975) sorpassava ancora la popolazione della Germania (34.396.055); mentre, nel 1910, la Francia contava 39.602.258 abitanti e la Germania era salita a 64.925.993. Sino al 1800 la grande massa della popolazione germanica, circa il 90 %, era rurale, sparsa in campagna o in piccoli comuni inferiori a cinquemila abitanti: nel 1910 la popolazione cittadina era del 60 % (38.971.406); la rurale del 40 % (25.954.587).

Certo nulla è avvenuto nell'Impero romano che, dal punto di vista statistico, si possa paragonare allo sviluppo della tecnica moderna, la quale, con l'utilizzazione dell'energia meccanica nella produzione e ne' trasporti, ha potuto dar origine a un così grande cumulo di ric-

(1) Cod. Theod. XI, 27, 1.

(2) Cod. Just. VIII, 57 (58), 1: *de infirmandis poenis coelibatus*.

chezza e alle conseguenti forme di distribuzione e di diverso assetto demografico.

Ma, in cambio, si tratta di un periodo multiplo di quello in cui più recentemente sono avvenute così considerevoli variazioni demografiche, e di un'area tanto maggiore ove decadevano o assurgevano diverse condizioni economiche o si spostavano centri di civiltà o si formavano nuovi stati di vita, in maniera diversa e talora anche opposta pel diverso gravitare delle fortune o delle peripezie politiche.

Sarebbe gran ventura poter sapere in forma distinta e determinata, da regione a regione, magari espresso talvolta in numeri non equivoci, in che modo si vennero formando nuovi centri di popolazione, o sfiorarono i più antichi, e in che modo si venne ridistribuendo e con quali effetti la popolazione tra le città e le campagne, e come nelle stesse città si vennero stratificando le classi e in quali proporzioni vennero successivamente a trovarsi la popolazione libera e la servile, e come propriamente si produceva e si distribuiva, di volta in volta, da paese a paese, la ricchezza.

Anche oggi, mentre abbiamo tanti mezzi di accurata osservazione statistica, non si riesce a stabilire in maniera sicura e concorde quale azione precisamente e in quali reciproci rapporti abbiano sulle variazioni demografiche le condizioni economiche, la distribuzione della proprietà, la morale sessuale o non ben note ragioni biologiche.

In questo lungo periodo e nel vasto spazio per cui si estende l'Impero romano, mentre non abbiamo notizie concrete delle variazioni demografiche, gli stessi dati indiretti o mancano affatto o ci sono pervenuti spesso in forma equivoca, generica, anche confusa, da scritture talvolta prive di autorità, tal'altra perfino di contestata cronologia o di negata autenticità o di assai dubbia attendibilità.

XV. — L'EPILOGO NE' SUOI NUOVI ASPETTI, ECONOMICI, CIVILI, BIOLOGICI.

Il punto d'arrivo è sicuramente una impressionante decadenza, anzi miseria anche demografica, di cui, quà e là, nel corso del tempo si possono segnalare alcune fasi o de' segni o indurre le ragioni. Strabone ci dà al suo tempo un quadro relativamente confortante di città della Gallia, come Narbona, Lugdunum, Vienna, divenute centri del paese circostante e punto di applicazione delle loro risorse (1). Ci addita pari-

(1) STRABON. IV, I, 11-12.

menti in Padua, Gades (Cadice), Thessalonica città popolate e doviziose (1). Ma, a tratto a tratto, con notevole frequenza, è cenno di città decadute, spopolate, rese deserte sino alla distruzione, quantunque non sempre di questo decadimento si possa segnare la data. La Japigia, per es. già popolata di tredici città, è ridotta a borgate (2). L'Epiro e l'Illyria, prima densi di popolazione, sono poi spopolati (3). Anche per altre vie sappiamo delle Puglie spopolate; di Anzio e Taranto desolate; del Sannio e del paese de' Volsci, che non si erano rilevati dalle devastazioni dell'ultimo periodo repubblicano. Nello stesso secondo secolo dell'era volgare — il periodo degli Antonini generalmente indicato come ancora fiorente — Delo, Cypro, e città della Spagna prima cospicue per abbondanza di popolazione e ricchezza di commerci, sono prospettate come su di una via di infallibile decadenza. Ateste, già in fiore nel I secolo, fa supporre per l'ulteriore mancanza d'iscrizioni, che fosse sulla via di scomparire sin dal secolo seguente. La Sicilia non è più la « cella penaria », il magazzino di rifornimento dell'annona romana.

Più volte, come perfino nella Eubea, già feconda e meno soggetta a conflitti più distruttivi, si deplora l'abbandono delle terre sative a cui mancano coltivatori.

L'*Expositio totius mundi et gentium* (4) che si attribuisce al VI secolo d. C. e che dovrebbe essere come un censo dell'Impero in quel tempo, ha ancora una abbondante rassegna di città; ma è, da un lato, troppo generica, e dall'altro così preconcozzatamente apologetica che non se ne può trarre una concezione concreta e positiva. Dal punto di vista morale e sociale — anche indipendentemente dalle cresciute difficoltà economiche — non si può dire che fossero sopravvenuti impulsi tali da mutare su larga scala la morale sessuale, l'amore della vita familiare, il desiderio de' figli. L'incertezza della vita, i violenti conflitti politici, i periodi di avvicinata anarchia, i pericoli dell'ambiente, contribuzioni schiaccianti, le difficoltà incalzanti della vita quotidiana da un lato; dall'altro la corruzione, la prostituzione distoglievano dalla vita familiare e inceppavano l'incremento demografico.

Come si è innanzi accennato, se già PLAUTO lamentava la dispen-

(1) STRABON. V, 1, 7; III, 5, 2; VII, 7, 4, etc.

(2) STRABON. VI, 3, 5.

(3) STRABON. VII, 7, 9.

(4) *Expositio totius mundi et gentium*. Studio di GIACOMO LUMBROSO, Roma 1903.

diosità e la dissipazione delle donne: se POLYBIO deplorava l'abitudine già prevalsa in Grecia di limitare il numero dei figliuoli; se i Gracchi avevano voluto arginare il fondersi del ceto rurale e l'abbandono delle campagne; questi che si potevano considerare come mali vecchi, indi, erano cresciuti a dismisura ed entravano ormai nella loro fase acuta per restare appresso cronici. Le guerre civili avevano, non solo distrutte vite, ma sovvertito, e più che altrove in Italia, l'ordinamento della proprietà.

Indi quella concentrazione della proprietà, che già si era fatta strada in tempi anteriori con la crisi della piccola proprietà e con la tendenza prevalente, se non esclusiva, per ragione de' tempi all'assorbimento delle piccole quote e all'estensione del latifondo; riprese senza freno la sua via, traendo alimento dal nuovo instabile assestamento, dal dissesto conseguente alle nuove condizioni di vita; dalla coltura resa molte volte, non redditizia per la concorrenza o per la cattiva gestione e l'estendersi della pastorizia; dalla crisi della schiavitù che ora inceppava la coltura, ora l'obbligava a risolversi in sistemi poco convenienti di piccolo affitto. Confische dirette come quella di Nerone, che incamerò, con la morte violenta di sei proprietari, metà della terra sativa africana (1); o indirette e larvate, in cui si risolveva il sistema tributario sempre più assorbente e oppressivo; dettero anche nuovo impulso al processo che approdava a un vasto indemanamento. Lo Stato, sempre più invadente e dispendioso con la sua burocrazia e le sue dissipazioni, monopolizzava la ricchezza, esaurendo anche il capitale circolante, elemento fecondatore della produzione che ne era così paralizzata (2).

Come si è già accennato, non si può stabilire in maniera assoluta, sempre e dovunque, il coefficiente della proliferazione in rapporto alle classi sociali; ma, con maggiore probabilità, traendo argomento da rilevazioni moderne, si può dire che nelle classi superiori si ha una prole, più limitata, mentre ne danno una più numerosa le classi inferiori.

Ma, quando la crisi generale, si estende e si fa più grave, anche la maggiore natalità delle classi inferiori si attenua o scompare, elusa del resto, in ogni modo, dalla maggiore morbilità e mortalità. Talchè

(1) PLIN. *Nat. Hist.* 18, 6, 34: *sex domini semissem Africae possedebant cum interfecit eos Nero princeps.*

(2) Cfr. CICCOTTI E., *L'evoluzione del sistema tributario nel mondo antico* (in « Biblioteca di storia economica » dir. da V. Pareto), vol. V.

l'incremento demografico veniva a perdere da ambo i lati, mancando ogni elemento compensatore.

La campagna che, col procedere dell'urbanismo era andata a ingrossare la città, perdeva col suo decadimento la capacità d'integrare il persistente e forte logorio caratteristico de' centri urbani.

La miseria poi doveva essere estrema in molti casi e in molti punti, se la pratica dell'infanticidio o della vendita de' figliuoli si diffondeva al punto da provocare due rescritti di Costantino del 215 e del 322 d. C. (Cod. Theod. XI,27). L'Imperatore ordinava, nel caso di assoluto bisogno, di provvedere per mezzo del fisco all'inopia di chi non poteva nè alimentare nè vestire i propri figliuoli. Ma persisteva nel padre il « *jus vitae et necis* », temperato solo da un sentimento morale, che non era sempre vivo, nè generale di fronte al bisogno. Che anzi in Egitto avviene di vedere minacciato di pena, non chi esponeva il fanciullo, ma chi lo raccoglieva per impedire che divenisse pasto de' porci (1).

D'altro canto lo Stato che, per il dissesto della finanza e il disagio dell'economia generale, veniva a perdere la possibilità di aiutare, sia pure senza molto effetto, l'incremento demografico; non poteva più avervi l'interesse di una volta per le nuove condizioni in cui veniva a trovarsi.

Il potere autocratico, che si consolidava nella sua forma e degenerava nel suo esercizio, traeva il materiale della sua burocrazia, sempre più sviluppata, dalle classi inferiori, preferibilmente da quella de' liberti; e non aveva interesse quindi a conservare in numero e in forza una classe dirigente la quale pel modo ridotto con cui si riproduce ha bisogno di essere continuamente reintegrata e in parte rinnovata.

Quanto al reclutamento dell'esercito (2), esso era passato attraverso l'ordinamento augusteo, per cui l'Italia e l'Occidente latino forni-

(1) Risulta da un articolo di J. CARCOPINO (*Le droit d'exposition d'enfants et le gnomon de l'idiologue*) in « Mémoires de la Société Nationale des antiquaires de France 1928 », p. 45, che io non ho potuto vedere. La *Revue historique* (1928, p. 79) lo riassume così: « La loi romaine qui autorisait le coutume barbare de l'exposition, était encore appliquée en Egypte à la veille de l'introduction du Christianisme qui devait le faire disparaître. On punissait non les parents mais l'adoptant qui recueillait l'enfant en l'empêchant d'être dévoré par les pourceaux ».

(2) MOMMSEN. *Die Conscriptiionsordnung der röm. Kaiserzeit* (*Hermes*, vol. 19: pp 1-79; 210-234).

vano il contingente alle legioni occidentali, l'Oriente greco alle legioni orientali ; la successiva esclusione dell'Italici dal servizio delle legioni pur persistendo l'ordinamento augusteo ; e finalmente il reclutamento territoriale. Considerando che, con un esercito stanziale di trecentomila uomini e un servizio militare di venticinque anni, occorre appena un contingente normale di ventimila uomini, mentre intere regioni potevano venir trascurate nel reclutamento ; è facile intendere come venisse meno anche ogni ragione militare d'impulso a una vigorosa politica demografica.

La politica poi di progressiva coercizione per cui lo Stato s'irrigidiva ne' suoi organi e nelle sue classi, e fissava prepotentemente, d'autorità, uomini e generazioni in servizi politici ed attività sociali ; mentre è un segno rivelatore di una profonda crisi demografica di popolazioni e di classi ; mostra, ne' nuovi provvedimenti artificiali e artificiosi, il nuovo surrogato e l'alternativa subentrata alla precedente politica demografica d'impulsi alla proliferazione.

Col propagarsi poi della religione e il costituirsi della Chiesa, cresceva l'impulso a tutte quelle forme di celibato, che dalla monogamia assoluta imposta prima a' preti doveva andare a tutte le forme di monachismo, di romitaggio e in genere di continenza infeconda. Iniziato come un divieto di un secondo matrimonio a' sacerdoti vedovi, il movimento — favorito anche dalle avverse condizioni dell'ambiente — si traduceva in tendenze antisociali e di restrizione demografica che alla continuità dell'individuo nella sua prole sostituiva la posterità divina e spirituale della vita oltremondana.

E, mentre nel mondo romanizzato e nell'ellenistico, o almeno in una parte di esso che a noi non è dato circoscrivere o bene identificare, si consolidava con l'immiserimento economico la miseria demografica ; oltre i confini, nelle regioni dell'Europa centrale ed orientale sino all'interno dell'Asia, la natura conservava tutti i suoi diritti ; e, promovendo la popolazione anche oltre la possibilità di alimentazione di una economia primitiva, la spingeva a valicare i confini dell'Impero. Già TACITO aveva menzionato come una singolarità de' Giudei e de' Germani la repugnanza all'infanticidio ; anche GIUSEPPE FLAVIO indicava i Germani come un tipo di gente prolifica ; e, secoli dopo, si doveva pretendere di trovare l'etimologia della Germania nella potenza germinativa de' suoi popoli.

Dalla Russia meridionale a' confini della Cina le genti che vivevano, allo stato nomade, di pastorizia, erano alla mercè delle stagioni, nelle cui vicende lunghi periodi di siccità talora non lasciavano altra

alternativa che perire o emigrare. E quando non riuscivano a penetrare nella Cina ricostituita adattandosi ad uno stato di vita agricola, dovevano riversarsi verso Occidente, premendo sulle popolazioni semibarbariche, che alla loro volta andavano ad urtare contro i confini orientali dell'Impero romano.

Non avendo più la forza, dopo le ultime prove talvolta vittoriose ma esaurienti, di respingere l'invasione di questi vicini, l'Impero, spopolato anche da epidemie, come nel 180-164 d. C., aveva finito col venire a compromessi, allogandoli in parte nelle terre incolte, assumendoli nell'esercito, dove giungevano anche a' più alti gradi, e di là in uffici civili. Ciò che, naturalmente, diminuendo se non elidendo il disagio del generale regresso demografico e dando modo di prevalere, malgrado esso, a servizi e funzioni sociali e creando un nuovo equilibrio; distraeva da ogni impulso di attiva politica demografica e non ne faceva risentire il bisogno.

Ma con quali conseguenze ciò avvenne, nella compagine etnica, e con quali ripercussioni politico-sociali?

Il quesito è interessante specialmente dopo che lo si è messo in relazione con la fine stessa dell'Impero e della sua fase di civiltà.

Il tentativo di trovargli una spiegazione di ordine biologico, tuttavia, non si può dire riuscito; certamente non è dimostrato in maniera accettabile; non è nemmeno dimostrabile.

Secondo alcuni, le stragi, le prescrizioni, le fasi e le conseguenze tutte delle guerre civili avrebbero aperto, non solo in tutta la popolazione ma specialmente tra i suoi migliori, de' vuoti che il tempo successivo non avrebbe colmato specie dal punto di vista qualitativo, per le condizioni di vita e le forme viziate di selezione del decadente regime imperiale. Il che, riportando la causa più remota a ragioni d'ordine politico e sociale, dà con ciò la spiegazione del decadimento, senza provare nè l'assunta degenerazione biologica, nè una trasmissione necessaria e diffusa da essa dipendente, con caratteri influenti per sè stessi sulla rovina del mondo antico.

Meno ancora si può dire riuscito il tentativo di darne una dimostrazione concreta e specifica desumendo dalle epigrafi sepolcrali di Roma una prevalenza numerica di elementi orientali, semitici, penetrati nella popolazione attraverso la schiavitù e le conseguenti manumissioni. Infatti già le poche migliaia di epigrafi di data diversa, distanziate di secoli, non avrebbero potuto servir di base nè riuscire conclusive in confronto di milioni di morti avvenute nel corso di tre secoli almeno e di cui non sono avanzate neppure le tracce. Ma i

nomi stessi di schiavi e di liberti, assunti come argomento di nazionalità orientale, non possono servire di prova per una tale assegnazione, tenendo conto del modo come agli schiavi, privi di personalità civile, venivano dati o cambiati i nomi, che, in ogni modo, quì, sono in massima parte greci e quindi non espressione univoca di più lontana e circoscritta provenienza orientale. È finalmente, nè tutti e per sè stessi, questi elementi orientali potevano considerarsi inferiori e degenerati; nè poteva escludersi che in un ambiente superiore esercitassero un'azione più valevole o meno nociva; e soprattutto non si può concluderne, in base a' metodi e alle esperienze statistiche, che si propagassero in maggior numero e immutati, attraverso le unioni miste, che anche per dati tradizionali e analogici si possono assumere o presumere.

Più certa e concreta è la penetrazione, anche talora in notevoli masse, di elementi barbarici occidentali e orientali. Ma non è possibile determinarne, sia pure in maniera approssimativa, la proporzione in paesi meno esposti della stessa Italia e fino a' tempi più inoltrati della decadenza. Comunque, in quanto ne potè risultare una razza mista, non perciò può ritenersi senz'altro logicamente inferiore. Che anzi, un innesto di elementi estranei, specie se non troppo repentino e assolutamente soverchiante, può anche influire favorevolmente sulla stessa costituzione biologica e quindi sulle ulteriori fasi delle generazioni successive. Il regresso sociale, quindi come quello demografico, vanno meglio attribuiti e spiegati con le condizioni d'ambiente, che, all'infuori e al disopra delle stesse eventuali variazioni biologiche, impedivano l'assorbimento e il progresso, e vanno meglio indicate e chiarite dove si accenna alle ragioni ritardatrici e disintegratrici di genere economico e politico.

(1) Questo argomento, in dissenso del NILSSON e del TENNEY FRANK, è stato più particolarmente e diffusamente trattato nella « Nuova Rivista storica » (Anno XIV, fasc. 2, marzo-aprile 1930) col titolo: *Motivi biologici e demografici del mondo antico*.

**CONGRESSO INTERNAZIONALE PER GLI STUDI SULLA POPOLAZIONE
CONGRÈS INTERNATIONAL POUR LES ÉTUDES SUR LA POPULATION
INTERNATIONAL CONGRESS FOR STUDIES REGARDING POPULATION
INTERNATIONALER KONGRESS FÜR BEVÖLKERUNGSFORSCHUNG
CONGRESO INTERNACIONAL PARA LOS ESTUDIOS SOBRE LA POBLACIÓN**

***Roma, 7-10 Settembre 1931 – Rome, 7-10 Septembre 1931
Rome, 7-10 September 1931 – Rome, 7.-10. September 1931
Roma, 7-10 Septiembre 1931***

**PROGRAMMA – PROGRAMME – PROGRAMME
PROGRAMM – PROGRAMA**

**SEZIONE I - SECTION I - SECTION I
I. SEKTION - SECCIÓN I**

**BIOLOGIA ED EUGENICA - BIOLOGIE ET EUGENIQUE
BIOLOGY AND EUGENICS - BIOLOGIE UND EUGENIK
BIOLOGIA Y EUGENESIA**

- 1. Fattori biologici della diminuzione delle nascite — Les facteurs biologiques qui influencent la diminution des naissances — Biological factors of a declining birth-rate — Biologische Faktoren des Geburtenrückganges — Los factores biológicos que influyen en la disminución de los nacimientos.**

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. CARLO FOÀ, Professore nell'Istituto di Fisiologia della R. Università – Milano.
b) Dr. SIREDEY, Membre de l'Académie de Médecine de France – Paris : « *Influence des facteurs biologiques sur la diminution des naissances* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Reperate : Comunicaciones :

- c) Dr. CARLO FAELLI, Clinica Medica Generale della R. Università di Genova : « *Il diabete, fattore di denatalità* ».
d) Prof. CORRADO GINI e Dr. STEFANO SOMOGYI, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia – Roma : « *La varia intensità della diminuzione della fecondità matrimoniale, secondo l'età della madre* ».

2. Sterilità — Stérilité — Sterility — Sterilität — Esterilidad.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. DONALD MACOMBER, Boston, Mass.
- b) Dr. SAMUEL R. MEAKER, Boston University, Boston, Mass : « *Sterility in human marriages* ».

3. Effetti demografici e genetici della consanguineità — Effets démographiques et génétiques de la consanguinité — Demographical and genetical effects of consanguinity — Demographische und genetische Wirkungen der Blutsverwandschaft — Efectos demográficos y genéticos de la consanguinidad.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. LUISA GIANFERRARI, R. Università — Milano.
- b) Dr. THÉODORE SZÉL, Secrétaire Adjoint Ministériel, Office Central de Statistique du Royaume d'Hongrie, Budapest : « *Effets disgeniques de la consanguinité* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- c) Dr. GIUSEPPE CANTONI, Milano : « *Ricerche sulla consanguineità nelle piccole valli alpestri della Venezia Tridentina* ».

4. Il bilancio alimentare di popolazioni diverse e sue relazioni con i caratteri fisici e psichici — Le bilan alimentaire de différentes populations et ses relations avec les caractères physiques et psychiques — The nutrition level of different populations and its relations to physical and psychical characters — Die Ernährungsbilanz verschiedener Völker und ihr Zusammenhang mit den physischen und psychischen Merkmalen — Balance alimenticio de diferentes poblaciones y sus relaciones con los caracteres físicos y psíquicos.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. Dr. ANGELO PUGLIESE, Istituto di Fisiologia della Scuola di Veterinaria, — Milano : « *Alimentazione ed Evoluzione sociale* ».
- b) Prof. Dr. A. MAURIZIO, Varsovie : « *Bilan alimentaire des peuples primitifs et l'agriculture* ».
- c) Prof. GAETANO PIETRA, R. Università di Padova : « *Gli approvvigionamenti della popolazione italiana durante la guerra* ».
- d) Dr. VALENTINO DORE, Istituto Internazionale di Agricoltura — Roma : « *Difficoltà nei paragoni tra i bilanci alimentari nei vari paesi* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- e) Prof. M. I. PATRIZI, Direttore dell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Bologna : « *Storia e critica dell'aforismo fisiologico-filosofico di Ludwig Feuerbach : L'uomo è ciò che mangia* ».

- f) Dr. LORENZO SPINA, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia – Roma : « I consumi alimentari della popolazione italiana nell'anteguerra (1910-1914) e negli ultimi anni (1926-1930) ».

5. Longevità — Longevité — Longevity — Longävität — Longevidad.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. CORRADO GINI e Dr. L. DE BERARDINIS – Roma.

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- b) Prof. M. L. PATRIZI, Direttore dell'Istituto di Fisiologia della R. Università di Bologna : « Longevità artificiosa e l'illusione o l'inganno del ringiovanimento ».

6. Conseguenze della guerra sulla razza — Effets de la guerre sur la race — Effects of war on the race — Folgen des Krieges auf die Rasse — Efectos de la guerra sobre la raza.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. H. BRIAND, Médecin de la Maison Maternelle Nationale, St. Maurice-sur-Seine : « Le coefficient de masculinité (sex-ratio) pendant et après la guerre en France ».

- b) Dr. EDOUARD ROSSET, Directeur du Service de Statistique de la ville de Lodz : « La guerre et les maladies vénériennes ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- c) Dr. F. BURGDÖRFER, Statistische Zentralkommission – Berlin : « Eugenik und Krieg ».

- d) Prof. EUGEN WÜRZBURGER – Leipzig : « Sur l'influence de la guerre mondiale sur le mouvement de la population ».

7. Relazione tra intelligenza e natalità — Relation entre l'intelligence et la natalité — Relation between intelligence and birth-rate — Verhältnis zwischen Intelligenz und Geburtenfrequenz — Relación entre la inteligencia y natalidad.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. EDOUARD JULIA, Directeur de la Revue Politique et Parlementaire – Paris.

- b) Prof. EUGÈNE PITTARD, Université de Genève : « Les premiers nés ont-ils une situation intellectuelle privilégiée ? ».

- c) Dr. FREDERICH ADAMS WOODS – Roma.

8. I problemi dell'eredità nei loro rapporti con i problemi della popolazione — Les problèmes de l'hérédité dans leurs rapports avec les problèmes de la population — The problems of heredity in their relations with the problems of population — Die Probleme der Vererbung in ihren Zusammenhängen mit den Bevölkerungsproblemen — Los problemas de la hereditariedad en sus relaciones con los problemas de la población.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. Dr. HERMANN MUCKERMANN, Kaiser Wilhelm Institut für Anthropologie — Berlin : « *Das Schicksal der Kulturvölker im Licht der Erblehre* ».

9. Selezione sessuale — Sélection sexuelle — Sexual selection — Geschlechtliche Auswahl — Selección sexual.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. CORRADO GINI, Presidente del C. I. S. P. — Roma : « *Un nuovo fattore di selezione matrimoniale ? L'ordine di generazione* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- b) Prof. Dr. LAD. HASKOVEC, Praha : « *Certificat médical prématrimonial* ».
c) EUGÉNIE STOLYHWO, Varsovie : « *Sur le thème des études sur la sélection sexuelle* ».

10. Altre relazioni e comunicazioni — Autres rapports et communications — Other reports and papers — Andere Berichte und Referate — Otras ponencias y comunicaciones.

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- a) Dr. HANS HARMSSEN, Berlin : « *Die Bedeutung der unterschiedlichen Vermehrung erbbiologisch Leistungsfähiger und Minderwertiger für die Zukunft eines Volkes und die Notwendigkeit einer eugenisch orientierten praktischen Bevölkerungspolitik* ».
b) Sig. ALBERTO PIROVANO — Roma : « *Correzione gamica per incrocio fra tipi oppostamente divergenti dalla moda specifica* ».
c) Prof. Dr. TULLIO TERNI, Istituto di Istologia ed Embriologia « V. Lo-re-dan » Padova : « *Basi citologiche dell'età e della senescenza* ».
d) Dr. BORIS H. VASSILEFF — Genova : « *La standardizzazione psico-bio-fisica della razza bianca* ».
e) Dr. F. GIGLIO, Laboratorio di Statistica dell'Università Cattolica del S. Cuore — Milano : « *Differenze sessuali nei caratteri quantitativi degli embrioni umani* ».
f) Dr. C. A. GRILLENZONI — Roma : « *I caratteri del fisico e del vestire considerati come fattori demografici* ».
g) Dr. ARTURO SABATINI — Roma : « *Età pubere e menopausa nelle donne calabresi* ».

SEZIONE II - SECTION II - SECTION II
 II. SEKTION - SECCIÓN II

**ANTROPOLOGIA E GEOGRAFIA - ANTHROPOLOGIE ET GÉOGRAPHIE
 ANTHROPOLOGY AND GEOGRAPHY - ANTHROPOLOGIE UND GEOGRAPHIE
 ANTROPOLOGÍA Y GEOGRAFÍA**

**1. Incroci umani — Les croisements humains — Crossing in human
 races — Kreuzungen beim Menschen — Cruzamientos humanos.**

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. JON ALFRED MJÖEN, Chairman of the Consultative Eugenics Commission of Norway — Oslo : « *Biologische und biochemische untersuchungen bei Rassenmischung* ».
- b) Prof. S. D. PORTEUS, University of Hawai : « *Race Crossing in Hawai* ».
- c) Prof. H. L. SHAPIRO Ph. D. Associate Curator of Physical Anthropology — New York.
- d) Dr. WILHELM KRAUSS, Statens Institut für Rasbiologie — Uppsala : « *The Significance of Individuality and Selection for Race-mixture in Man* ».
- e) Prof. EUGEN FISCHER, Präsident des Kaiser Wilhelm Institut — Berlin : « *Die gegenseitige Stellung der Menschenrassen auf Grund der Mendelschen Merkmale* ».

2. Inchiesta antropometrica e costituzionalistica sui genitori di famiglie numerose — Une enquête anthropométrique et constitutionnelle concernant les parents des familles nombreuses — Anthropometrie and constitutional enquiry concerning the parents of numerous families — Anthropometrische und Constitutionelle Untersuchung der Eltern von zahlreichen Familien — Investigación antropométrica y constitucional sobre los padres de las familias numerosas.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. ANGELO CAROLI, Istituto di Botanica della R. Università di Bari.
- b) Dr. CRISTOFORO CUSCUNÀ, Istituto di Patologia Generale della R. Università di Roma.
- c) Prof. GIUSEPPE RUSSO, Istituto di Fisiologia della R. Università di Catania.
- d) Prof. MASSIMO SELLA, Istituto Idrobiologico di Rovigno d'Istria.
- e) Prof. A. AGGAZZOTTI, Istituto di Fisiologia della R. Università di Modena. « *Relazione sull'inchiesta antropometrica e costituzionalistica sui genitori che hanno avuto almeno 7 figli, nella Provincia di Modena* ».
- f) Prof. CARMELO CAFIERO — Napoli : « *Relazione sulle indagini antropometriche e costituzionalistiche delle famiglie numerose nei comuni di Nola e Bacoli* ».

- g) Prof. LUIGI CASTALDI, Istituto di Anatomia della R. Università di Cagliari : « *Relazione sull'inchiesta antropometrica e costituzionalistica sui genitori di famiglie numerose nella Sardegna Meridionale* ».
- h) Prof. U. D'ANCONA, Istituto di Antropologia della R. Università di Siena : « *Relazione sui rilievi fatti nelle Provincie di Siena e Grosseto* ».
- i) Prof. FILIPPO DULZETTO, Istituto di Zoologia della R. Università di Catania : « *Inchiesta antropometrica e costituzionalistica sui genitori che hanno avuto almeno 7 figli, eseguita nel Comune di Catania* ».
- l) Prof. FABIO FRASSETTO, Istituto di Antropologia della R. Università di Bologna : « *I principali caratteri antropologici studiati nei genitori prolifici emiliani* ».
- m) Prof. GIUSEPPE GENNA, Istituto di Antropologia della R. Università di Roma : « *La posizione antropologica dei Trapanesi nella popolazione siciliana* ».
- n) Prof. GIUSEPPE GENNA, « Istituto di Antropologia della R. Università di Roma : « *Indice scelico ed abito costituzionale negli abitanti di Trapani* ».
- o) Prof. GIUSEPPE GENNA, Istituto di Antropologia della R. Università di Roma : « *Correlazioni fra i caratteri morfologici degli sposi* ».
- p) Prof. Dr. CARLO JUCCI, Istituto di Zoologia della R. Università di Sassari : « *I caratteri antropometrici della Popolazione Sassarese* ».
- q) Prof. ALBERTO MARRASSINI, Istituto di Patologia Generale della R. Università di Parma ».
- r) Prof. A. RABBENO, Istituto di Farmacologia della R. Università di Camerino : « *Relazione sull'indagine sulle famiglie numerose eseguita nel comune di Camerino* ».
- s) Dr. ARTURO SABATINI, Istituto di Antropologia della R. Università di Roma : « *Su alcune caratteristiche delle coppie feconde in Calabria* ».
- t) Prof. MARIO TIRELLI, Comitato Italiano per lo studio dei Problemi della Popolazione - Roma : « *Risultati dell'inchiesta antropologica costituzionalistica sui genitori delle famiglie numerose di un comune del Lazio* ».
- u) Proff. G. VIALE e M. BARBARA - Genova : « *Risultati sull'inchiesta antropometrica e costituzionalistica eseguita sui genitori di famiglie numerose genovesi* ».

3. La persistenza dei caratteri fisici e psichici nella popolazione dello stesso territorio — La persistance des caractères physiques et psychiques dans le même pays — The persistence of physical and psychological characters in the population of each territory — Die Beständigkeit der physischen und psychischen Merkmale bei der Bevölkerung eines Gebietes — Persistencia de los caracteres físicos y psíquicos en el mismo país.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. P. BONFANTE, Accademico d'Italia - Roma.
- b) Dr. NIKO ZUPANICK, Directeur du Musée Ethnographique - Liubljana : « *Les changements physiques des peuples, surtout en ce qui concerne les Yougoslaves.* »

4. Caratteri morfologici e patologici delle varie popolazioni — Carac-tères morphologiques et pathologiques des différentes populations — Morphological and pathological characters of different popu-lations — Morphologische und pathologische Merkmale der ver-schiedenen Völker — Caracteres morfológicos y patológicos de las diferentes poblaciones.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. DUILIO BALESTRA, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia — Roma : « *La preparazione dell'indagine antropometrica sui mili-tari italiani* ».
- b) Prof. CORRADO GINI, Presidente del Comitato Italiano per lo studio dei problemi della popolazione — Roma : « *Alcuni risultati preliminari dell'indagine antropometrica sui soldati italiani* ».
- c) Dr. ALBERT GOVAERTS — Bruxelles : « *Caractères morphologiques et pa-thologiques de la population belge* ».

5. Costituzione e fecondità — Constitution et fécondité — Physical constitution and fertility — Konstitution und Fruchtbarkeit — Constitución y fecundidad.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. Dr. ALESSANDRO GHIGI, Rettore della R. Università di Bologna.
- b) Prof. Dr. NICOLA PENDE, Direttore della Clinica Medica della R. Uni-versità — Genova.
- c) Prof. Dr. JULIUS WOLF — Berlin.
- d) Dr. PIERO BENEDETTI, Assistente della Clinica Medica, Policlinico di S. Orsola — Bologna.
- e) Prof. G. ANTONINI — Milano : « *Contributo alle ricerche sulla natalità degli alienati* ».

6. Costituzione e mortalità — Constitution et mortalité — Physical constitution and mortality — Konstitution und Sterblichkeit — Constitución y mortalidad.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. PIETRO SMOLENSKY e Dr. LEOPOLDO WINTERITZ, Assicurazioni Generali — Trieste.
- b) Prof. Dr. ILARIONE ROMANELLI — Roma : « *Le cause di morte in rapporto alla statura* ».
- c) Prof. LEONE SPITZER, Direttore della Riunione Adriatica di Sicurtà.

7. I vari tipi delle abitazioni rurali — Les différents types de maisons rurales — Different types of rural dwellings — Die verschiedenen Arten der ländlichen Wohnbauten — Los diferentes tipos de casas rurales.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. RENATO BIASUTTI, R. Università di Firenze.

8. Distribuzione geografica dei gruppi sanguigni — Distribution géographique des groupes sanguins — Geographical distribution of blood groups — Geographische Verteilung der Blutgruppen — Distribución geográfica de los grupos sanguíneos.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. FELIX BERNSTEIN — Göttingen.

9. Progetti e scopi di un museo di antropologia ed eugenica con speciale riferimento ai problemi della popolazione — Projets et buts d'un musée d'anthropologie et d'eugénique en rapport spécialement aux problèmes de la population — Plan and aims of a museum of anthropology and eugenics, with special reference to population problems — Entwürfe und Ziele eines Museums der Anthropologie und Eugenik mit besonderer Berücksichtigung der Bevölkerungsprobleme — Proyectos y fines de un museo de antropología y eugenesia con especial referencia a los problemas de la población.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. WILHELM KRAUSS, Statens Institut für Rasbiologie — Uppsala.

10. Altre relazioni e comunicazioni — Autres rapports et communications — Other reports and papers — Andere Berichte und Referate — Otras ponencias y comunicaciones.

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- a) Dr. RUIZ ALMANSA — Madrid : « *Sobre la medida estadística de los cuerpos humanos* ».
- b) Prof. COMTE BEGOUEN — Toulouse : *Tema da fissarsi*.
- c) Proff. BOLDRINI e ALBERTI, Laboratorio di Statistica dell'Università Cattolica del Sacro Cuore — Milano : « *Sulla variabilità dei caratteri cranici della popolazione milanese in epoche diverse* ».
- d) Proff. BOLDRINI e MENGARELLI, Laboratorio di Statistica dell'Università Cattolica del Sacro Cuore — Milano : « *Caratteri costituzionali di un gruppo di intellettuali italiani secondo la specializzazione* ».
- e) Prof. A. FANFANI, Laboratorio di Statistica dell'Università Cattolica del Sacro Cuore — Milano : « *Sulla composizione e sulle condizioni di abitazione di un gruppo di famiglie povere a Milano e in alcune minori città italiane* ».
- f) Prof. ALFREDO NICEFORO, R. Istituto Superiore di Scienze Economiche e Commerciali — Roma : « *Differenziazioni linguistiche della popolazione* ».
- g) Prof. C. STOLYHWO — Varsovie : « *La question d'augmentation de la taille* ».
- h) Dr. CLAYTON CONYERS MORRELL, Hants : « *An investigation of Cycloperiodicity in Vital Rates and its possible relationship to Meteorological and Astro-physical Cycles* ».

- i) Prof. EUGÈNE PITTARD – Université de Genève : « *Comment, dans les statistiques biologiques, fixer l'âge des enfants? Nécessité d'une entente internationale* ».
- l) Prof. EUGÈNE PITTARD – Université de Genève : « *L'état varié de la croissance en Europe. Nécessité de faire connaître ces résultats à la Sociologie, à l'Hygiène, à la Pédagogie* ».
- m) Prof. EUGÈNE PITTARD et Dr. PETRE-LAZAR – Genève : « *Quelques corrélations anthropométriques* ».
- n) Dr. ARTURO SABATINI – Roma : « *I valori cranio facciali del litorale Jonico in Calabria* ».
- o) Prof. FELIX BERNSTEIN – Göttingen : « *Statistische Untersuchungen betreffend den Charakter der menschlichen Singstimme* ».

SEZIONE III - SECTION III - SECTION III

III. SEKTION - SECCIÓN III

MEDICINA E IGIENE - MÉDECINE ET HYGIÈNE - MEDICINE AND HYGIENE MEDIZIN UND GESUNDHEITSPFLEGE - MEDICINA Y HIGIENE

1. Mortalità infantile — Mortalité infantile — Infantly mortality — Kindersterblichkeit — Mortalidad de la infancia.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. CORRADO GINI, Presidente del Comitato Italiano per lo studio dei problemi della popolazione – Roma : « *Sulla selettività delle cause di morte nella prima infanzia* ».
- b) Prof. AVANORY OKASAKI – Hikoné : « *The infant mortality in Japan* ».
- c) Prof. Dr. F. ROTT und E. MEIER – Berlin : « *Analyse der Säuglings und Kleinkindersterblichkeit und die sich daraus ergebende Problemstellung (Deutsches Reich)* ».
- d) INSTITUT DE STATISTIQUE YANAGISAWA – Tokyo : « *Etude statistique sur la mortalité des enfants au dessous de cinq ans dans l'Empire du Japon* ».

2. Possibilità di esistenza delle razze bianche nei climi glaciali e torridi – Possibilités d'expansion des races blanches dans les pays tropicaux et glacials — Possibilities of expansion of white races in glacial and tropical climates — Lebensmöglichkeiten für die weissen Rassen unter dem Polar bzw. Tropenklima — Posibili- dades de expansión de las razas blancas en los países tropicales y glaciales.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) On. Prof. FRANCESCO GABBI, Roma : « *Intorno all'acclimatemento dell'europeo al clima tropicale* ».

- b) Prof. ELLSWORTH HUNTINGTON, Yale University, New Haven, Conn. :
« Ebb and Flow of Human Population ».
- c) Dr. GIUSEPPE MACALUSO-ALEO – Bengasi : *« Acclimatamento degli Europei nell’Africa Settentrionale ».*

**3. Le epidemie nell’epoca attuale — Les épidémies à l’époque actuelle
 — Epidemics in modern times — Die Epidemien in der gegenwärtigen Zeit — Las epidemias en la época actual.**

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. A. ILVENTO e Dr. A. LABRANCA – Ministero dell’Interno – Roma.
- b) Prof. GAETANO PIETRA, Direttore della Scuola di Perfezionamento in Statistica – R. Università di Padova.

4. I fattori dell’aumento statistico della mortalità per alcune cause di morte — Les facteurs de l’augmentation statistique de la mortalité pour quelques causes de décès. — The factors of statistical increase of the death-rate for some causes of death — Die Faktoren des statistischen Zunahme der Sterblichkeit aus einigen Todesursachen — Los factores del aumento estadístico de la mortalidad para algunas causas de defunción.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. ALFREDO NICEFORO, R. Istituto Superiore di Scienze economiche e commerciali – Roma.
- b) Dr. BÖHMERT, Direktor des Statistischen Landesamts – Bremen :
« Haben die Todesfälle an Krebs auch verhältnismässig zugenommen » ?

5. Morbilità ed urbanesimo — Morbidité et urbanisation — Morbidity and urbanisation — Morbidität und Wachstum der städtischen Bevölkerung — Morbilidad y urbanización.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. PAOLO POZZATO – Milano.

6. Altre relazioni e comunicazioni — Autres rapports et communications — Other reports and papers — Andere Berichte und Referate — Otras ponencias y comunicaciones.

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- a) Dott. OMERO CIABATTI – Bologna : *« Rapporto fra la genocutireazione del Ceni e la capacità procreativa dell’individuo ».*
- b) Dott. ANGELO COCCHI – Bologna : *« La genocutireazione del Ceni in alcune malattie professionali ».*
- c) Dott. GIOVANNI DE GAETANI – Catania : *« Sui processi involutivi del testicolo nella tubercolosi e nella sifilide ».*
- d) Prof. ARTURO DONAGGIO – R. Università di Modena : *« La tubercolosi disgregatrice della mentalità e fattore degenerativo della razza ».*

- e) Prof. LUIGI GALVANI, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia - Roma : « *Diminuzione della mortalità nei vari stati* ».
- f) Dr. MARIO BELLUCCI, Laboratorio di Statistica dell'Università Cattolica del S. Cuore - Milano : « *I suicidi di una grande città considerati rispetto ad alcuni agenti fisici* ».
- g) Prof. GIOVANNI LASORSA - Venezia : « *Variazioni stagionali della mortalità secondo le cause di morte* ».
- h) Dr. GASTON L. HUYSMANS, Secrétaire de la Société Belge de Médecine et Eugénique - Bruxelles. « *Influence des toxicomanies sur la population* ».
- i) Dott. ESTER MAJO, Istituto di Fisica terrestre - R. Università di Napoli « *Relazioni tra clima e popolazione* ».
- l) Prof. L. HERSCH - Université de Genève : « *Pauvreté et mortalité selon les principales causes de décès d'après les statistiques de la ville de Paris* ».
- m) Prof. ALFREDO NICEFORO, R. Istituto Superiore di Scienze Economiche e Commerciali - Roma : « *Cancro e tubercolosi come cause di morte* ».
- n) On. Prof. UMBERTO GABBI, Senatore del Regno - Roma : « *La mortalità, la mortalità intranatale e la mortalità infantile nelle colonie africane, secondo i risultati di un'inchiesta promossa dall'Unione Internazionale del Soccorso al Fanciullo, di Ginevra* ».
- o) Prof. CORRADO GINI e Dr. S. SOMOGYI, Istituto Centrale di Statistica del Regno - Roma : « *La mortalità per malattie puerperali* ».

SEZIONE IV - SECTION IV - SECTION IV
IV. SEKTION - SECCION IV

DEMOGRAFIA - DÉMOGRAPHIE - DEMOGRAPHY - DEMOGRAPHIE
DEMOGRAFÍA

1. Celibi e coniugati nella popolazione immigrata e nella popolazione nativa delle grandi città - La nuptialité différentielle dans les populations immigrées et natives des grandes villes - Differential marriage-rates for immigrated and native populations of large towns - Ledige und Verheiratete bei der einheimischen bzw. zugezogenen Bevölkerung der Grosstädte - La nupcialidad diferencial en las poblaciones inmigradas y nativas de las grandes ciudades.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias

- a) Prof. CORRADO GINI, Presidente del Comitato Italiano per lo studio dei problemi della popolazione - Roma : « *La percentuale dei celibi nella popolazione nativa e nella popolazione immigrata* ».
- b) Prof. F. J. LINDERS - University of Uppsala : « *Über einige demographischen und anthropologischen Differenzen zwischen der eingeborenen und der eingewanderten Bevölkerung in Stockholm* ».

2. Nuzialità differenziale in differenti classi sociali — La nuptialité différentielle entre les différentes classes sociales — Differential nuptiality of the different social classes — Differenzial Heiratsfrequenz bei verschiedenen Gesellschaftsklassen — La nupcialidad diferencial entre las diferentes clases sociales.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. VINCENZO CASTRILLI, R. Università di Bari.
- b) Prof. CORRADO GINI, Presidente del Comitato Italiano per lo studio dei problemi della popolazione — Roma.
- c) Prof. Dr. WAGEMANN, Präsident der Statistisches Reichsamts — Berlin : « *La courbe des mariages dans les pays agricoles et industriels depuis 1870* ».

3. L'influenza dell'infanticidio e dell'aborto sullo sviluppo della popolazione — L'influence de l'infanticide et de l'avortement sur l'accroissement de la population — The bearing of infanticide and abortion on the development of population — Der Einfluss des Kindesmordes und der Abtreibung auf die Entwicklung der Bevölkerung — Influencia del infanticidio y del aborto en el crecimiento de la población.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. R. ENGELSMANN — Kiel : « *Der Einfluss der Abortuszahl auf das Wachstum der Bevölkerung* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- b) Dr. S. ALBERTI, Laboratorio di Statistica dell'Università del S. Cuore — Milano : « *Sulla frequenza degli aborti nella popolazione milanese desunta da osservazioni ospitaliere* ».
- c) Prof. POMPEO FALCONE, R. Liceo T. Varrone — Rieti : « *L'infanticidio in Cina* ».
- d) Dr. F. GIGLIO, Laboratorio di Statistica dell'Università Cattolica del S. Cuore — Milano : « *Alcuni fattori che agiscono sull'abortività* ».
- e) Dr. J. C. RUBIN — New York : « *The sequellae of induced abortion as a factor in depopulation, with special reference to tubal sterility* ».
- f) Dr. A. SPALLANZANI, Ministero della Giustizia — Roma : « *I reati di infanticidio e di procurato aborto secondo le statistiche giudiziarie italiane* ».
- g) Prof. CARLO VERCESI, Direttore della Clinica Ostetrico-ginecologica della R. Università di Sassari : « *Rilevazioni sulla frequenza e genesi dell'aborto con riferimento alla natalità globale* ».

4. Esodi — Les exodes — Mass emigration — Massenauswanderungen — Los exodos.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. LEONE KAWAN — Varsovie.

5. La demografia delle popolazioni primitive — La démographie des populations primitives — The demography of primitive peoples — Die Demographie der primitiven Völker — La demografía de los pueblos primitivos.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. Dr. EDOUARD DE JONGHE, Directeur Général au Ministère des Economies — Bruxelles : « *Les enquêtes démographiques au Congo* ».
- b) Dr. FREDERICK L. HOFFMANN, Consulting Statistician — Newark N. J. : « *Causes of Death in Primitive Races* ».
- c) Prof. PASSARGE — Hamburg : « *Die Hautprobleme der Anthropologie Afrikæ* ».
- d) Prof. P. G. SCHMIDT — Wien : « *I fattori ideali e i fattori naturali della natalità delle popolazioni primitive* ».
- e) Dr. MANUEL GAMIO — Mexico : « *Sugestiones para el Estudio de las poblaciones primitivas en los países Indo-Ibericos de America* ».
- f) Prof. B. MALINOWSKI, University of London : « *Demographic Documentation in Anthropological Field Work* ».
- g) Prof. R. MAUNIER, Faculté de droit de Paris : « *Les causes de la dépopulation des indigènes dans les colonies* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- h) Dr. V. BOUNAK, Institut d'Anthropologie de l'Université de Moskva : « *Développement de la population de quelques peuples indigènes de la Sibérie* ».
- i) Prof. C. C. ZIMMERMANN and Dr. LUANG CHEDT VAIDHYAKARA — Bangkok : « *A demographic study of 8 Oriental Villages yet largely untouched by western culture* ».
- l) Dr. CARLO VALENZIANI — Roma : « *La diminuzione della popolazione nell'Africa equatoriale* ».
- m) Dr. FLORENCE SOVELIUS LACROIX — Roma : « *I Lapponi in Scandinavia* ».
- n) Prof. HENRY BUNLE, Statisticien à la Statistique Générale de la France — Paris : « *Note sur la démographie de la population indigène du Togo* ».
- o) Dr. V. LEBZEITNER, Anthropologische Sammlung — Wien : « *Zur Familienbiologie des Betschuanendörfers Epukiro (S. W. Afrika)* ».

6. Calcolo del futuro sviluppo della popolazione — Calcul du développement futur de la population — Calculation of the future growth of a given population — Berechnung der zukünftigen Bevölkerungsentwicklung — Cálculo del futuro desarrollo de la población.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. F. BURGDÖRFER — Berlin : « *Vorausberechnungen über die deutsche Bevölkerungsentwicklung (bis zum Ende des 20. Jahrhunderts)* ».
- b) Dr. P. K. WHELPTON, Miami University — Oxford.
- c) Prof. HENRY PRATT FAIRCHILD, New York University : « *The influence of population change on death rates* ».

- d) M. FERNAND BOVERAT, Vice-Président du Conseil Supérieur de la Natalité – Paris. « *L'avenir de la population européenne : surpopulation ou dépopulation* ».
- e) Prof. FERNAND BAUDHUIN – Louvain : « *L'évolution probable de la population européenne et ses conséquences économiques* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Rejerate : Comunicaciones :

- f) Prof. A. UGGÉ, Laboratorio di Statistica dell'Università Cattolica del S. Cuore – Milano : « *Previsioni sulle ripercussioni sociali delle variazioni future della composizione della popolazione italiana* ».

7. Leggi demografiche della guerra — Les lois démographiques de la guerre — Demographical laws of the war — Demographische Gesetze des Krieges — Leyes demograficas de la guerra.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. EDOUARD ROSSETT, Directeur du Service de Statistique de la Ville de Lodz.

Comunicazioni : Communications : Papers : Rejerate : Comunicaciones :

- b) Prof. L. HERSCH, Université de Genève : « *Effets de la guerre sur le mouvement naturel de la population* ».

8. Interdipendenza dei principali fattori interni dell'accrescimento naturale della popolazione — De l'interdépendence des principaux facteurs internes de l'accroissement naturel de la population — Interdependence of inward principal factors of the natural increase of the population — Gegenseitige Abhängigkeit der wichtigsten inneren Faktoren des Bevölkerungszuwachses — Interdependencia de los principales factores internos del acrecimiento natural de la población.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. L. HERSCH, Université de Genève.
- b) Prof. G. MORTARA, Università Commerciale Bocconi – Milano : « *Relazione tra la diminuzione della mortalità e la diminuzione della natalità* ».

9. La demografia degli Ebrei — La démographie des Juifs — Demography of the Hebrews — Die Demographie der Juden — La demografía de los Judíos.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. ROBERTO BACHI – Roma : « *La demografia degli Ebrei Italiani negli ultimi 100 anni* ».
- b) Prof. LIVIO LIVI, Direttore dell'Ufficio Provinciale dell'Economia di Firenze.

- c) Prof. JACOB LESTCHINSKY – Berlin : « *Die Wandlungen des Judentums in XIX. Jahrhundert* ».
- d) Dr. STEFANO SOMOGYI – Roma : « *Sguardo sull'avvenire demografico degli Ebrei nell'Ungheria del dopo-guerra* ».
- e) Prof. JACOB LESTCHINSKY – Berlin : « *Jüdische Wanderungen in XIX^e Jahrhundert* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- f) Prof. L. HERSCH, Université de Genève : « *Les migrations internationales des Juifs* ».

10. Variazioni mensili dei fenomeni demografici — Variations mensuelles des phénomènes démographiques — Monthly variations of the demographic phenomenas — Monatliche Veränderungen der volksbeschreibenden Phänomene — Variaciones mensiles de los fenómenos demográficos.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. CORRADO GINI – Roma : *Sulle relazioni tra le oscillazioni mensili del numero dei matrimoni e quelle del numero delle nascite e sulle variazioni mensili della fecondità matrimoniale*.
- b) Prof. LUZZATTO FEGIZ – Trieste : « *Analisi delle variazioni periodiche della natalità* ».
- c) Dr. VAN ZANTEN, Directeur du Bureau Municipal de Statistique de la ville d'Amsterdam : « *On the periodicity and the rythme among births in large families* ».

11. Altri rapporti e comunicazioni — Autres rapports et communications — Other reports and communications — Andere Berichte und Referate — Otras ponencias y comunicaciones.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. SOPHIE DASZINSKA GOLINSKA – Varsovie : « *La population des villes en Pologne avant et après la grande guerre* ».
- b) Dr. ALOYS KOVACS, Président de l'Office Central de Statistique de Budapest : « *La statistique hongroise de la fécondité des mariages* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- c) Prof. CORRADO GINI e Dr. STEFANO SOMOGYI, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia – Roma : « *Tavole sull'ammontare e sul movimento della popolazione attraverso il tempo* ».
- d) Prof. CORRADO GINI, Presidente del Comitato Italiano per lo studio dei problemi della popolazione – Roma : « *La fecondità iniziale dei matrimoni secondo l'età dei genitori* ».
- e) M. J. I. CRAIG, Ministry of Finances – Cairo : « *Probability of giving birth within one year, for married women in Australia for different ages, and the probability that a married man will have a child born to him within a year, for different ages* ».
- f) Dr. LOUIS J. DUBLIN and Dr. LOTKA – New York : « *On the size of families in stabilized and in diminishing population* ».

- g) On. Prof. G. TALLARICO – Casabona : « *La natalità, la resistenza e la longevità dei popoli del Mezzogiorno d'Italia* ».
- h) Dr. DIEGO DE CASTRO – Roma : « *I concepimenti antenuziali* ».
- i) Prof. F. J. LINDERS – Stockholm : « *Neue Gegenstände der Volkszählung vom 31 Dez. 1930 in Schweden* ».
- l) Prof. L. GALVANI e Dr. B. ZANON, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia – Roma : « *Le variazioni della popolazione, della natalità e della mortalità nei singoli comuni italiani dal 1911 al 1921* ».
- m) Prof. R. D'ADDARIO, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia – Roma : « *Le denunce ritardate di nascita per i nati alla fine dell'anno nei compartimenti e in alcune provincie più caratteristiche d'Italia* ».
- n) Dr. E. ANTONUCCI e Dr. F. NOBLE, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia – Roma : « *Ricerche sulla composizione della popolazione italiana secondo il grado d'istruzione* ».

SEZIONE V - SECTION V - SECTION V
V. SEKTION - SECCIÓN V

SOCIOLOGIA - SOCIOLOGIE - SOCIOLOGY - SOZIOLOGIE - SOCIOLOGÍA

1. L'evoluzione della famiglia — L'évolution de la famille — The evolution of the family — Die Entwicklung der Familie — La evolución de la familia.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) M. LEFEBVRE-DIBON, Président de l'Alliance Nationale pour l'Accroissement de la population française.
- b) Dr. WILLIAM F. OGBURN, University of Chicago.
- c) Dr. FANNY DESSAU – Roma : « *Contributo allo studio etico-sociale della struttura della famiglia (Saggio dell'elaborazione delle monografie di un gruppo di operai in Roma)* ».
- d) Dr. ALICE SALOMON, Deutsche Akademie für soziale u. pädagogische Frauenarbeit – Berlin : « *Bestand und Erschütterung der Familie in der Gegenwart* ».

2. Natalità differenziale tra le diverse confessioni religiose — Natalité différentielle entre les différentes confessions religieuses — Differential birth-rates for the different religions — Differential-geburtensziffer bei den verschiedenen Konfessionen — La natalidad diferencial entre las diferentes confesiones religiosas.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. Dr. BARON – Melhem a. Rh. : « *Das Verhältnis der Geburtenziffer des katholischen Volksteiles einzelner Länder zu ihrer mittleren Geburtenziffer* ».

- b) Dr. THÉODORE SZÉL, Secrétaire Adjoint Ministériel Office Central de Statistique – Budapest: « *Über die Gestaltung der Geburts und Fruchtbarkeitsverhältniszahlen der Konfessionen in Ungarn, mit besonderer Rücksicht auf jene störenden Umstände, wegen denen die wahrnehmbaren Unterschiede nicht bloss der Wirkung der Religion oder der Glaubensmoral zugeschrieben werden können* ».
- c) Dr. J. LORENZ, Président de la Commission des Statistiques Sociales – Fribourg: « *La natalità dei Cantoni cattolici e dei Cantoni protestanti negli ultimi 50 anni* ».
- d) Dr. REUBEN KATZNELSON – Jérusalem: « *La natalité et la mortalité infantile dans les différentes confessions religieuses en Palestine* ».
- e) Dr. JULIUS WOLF – Berlin: « *Differenzialgeburtensziffer der verschiedenen Konfessionen* ».
- f) Dr. J. SANDERS – Rotterdam: « *Le déclin de la natalité à Rotterdam pendant les derniers 50 ans dans les milieux différents de la population et dans les religions différentes* ».
- g) Dr. ANTONIN BOHAC – Prague: « *L'influence de l'irrégiosité sur la natalité en Bohême* ».

3. Natalità differenziale tra le diverse classi sociali – Natalité différentielle entre les différentes classes sociales – Differential birth-rates in different social classes – Differenzialgeburtensziffer bei den verschiedenen Gesellschaftsklassen – La natalidad diferencial entre las diferentes clases sociales.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. MAC CANN, President of the League of National Life – London.
- b) Dr. GIUSEPPE DE MEO – Napoli.
- c) Dr. JULIUS WOLF – Berlin: « *Differenzial Geburtenziffer bei den verschiedenen Gesellschaftsklassen* ».
- d) Dr. YASUMA TAKATA, University of Kyoto « *On the differential birth-rate by classes* ».
- e) Dr. G. VERONESE e Dr. S. SOMOGYI – Roma: « *La natalità e le professioni nella distribuzione territoriale in Italia* ».
- f) Dr. St. ZURUKZOGLU, Agrégé de l'Université de Berne: « *Grundsätzliches über das Probleme der differentiellen Fruchtbarkeit* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- g) Prof. L. HERSCH, Université de Genève: « *Influence de la situation sociale sur la natalité* ».
- h) Prof. CARLOS E. DIEULEFAIT –Buenos Aires: « *La teoria de la población en relación con sus grupos sociales componentes* ».
- i) Proff. PITIRIM A. SOROKIN and C. ARNOLD ANDERSON – Cambridge: « *Metabolism of different strata of social Institutions and Institutional Continuity* ».

4. Le famiglie numerose — Les familles nombreuses — Large families — Die kinderreichen Familien — Las familias numerosas.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. F. BURGDÖRFER, Direktor in Statistischen Reichsamts — Berlin.
- b) Prof. CORRADO GINI, Presidente del Comitato Italiano per lo studio dei problemi della popolazione, Presidente dell'Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia — Roma.
- c) M. HANS KONRAD, Präsident der Reichsbund der Kinderreichen Deutschlands — Berlin: « *Die kinderreiche Familie in Deutschland* ».
- d) Dr. ZAHN, Präsident der Bayer. Statistischen Landesamts — München: « *Kinderreiche Familien und Versicherung* ».
- e) Dr. M. C. STOPES, President of the Society for Constructive Birth-Control and Racial Progress — London: « *Some figures on the effect of uterine crowding based on ten thousand clinical cases* ».

5. Motivazione della limitazione delle nascite — Motivation de la limitation des naissances — Justifications of birth control — Rechtfertigungsgründe der Geburteneinschänkung — Motivos de la limitación en los nacimientos.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. A. MOLINARI, Direttore generale dell'Istituto Centrale di statistica del Regno d'Italia — Roma.
- b) M. F. VIEUILLE, Membre du Conseil Supérieur de la Natalité, Secrétaire Général du Comité International pour la Vie et la Famille — Paris: « *Etude des motifs qui portent à la diminution de la natalité* ».

6. Influenza della legislazione sullo sviluppo della popolazione — L'influence de la législation sur le développement de la population — The bearing of legislation on the development of the population — Einfluss der Gesetzgebung auf die Entwicklung der Bevölkerung — Influencia de la legislación sobre el desenvolvimiento de la población.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. FILIPPO CARLI, Confederazione Nazionale Fascista del Commercio — Roma.
- b) M. FRANÇOIS MARSAL, Ancien Président du Conseil des Ministres. Membre de l'Académie des Sciences morales et politiques — Paris.
- c) Prof. Dr. A. GROTJAHN — Berlin: « *Die Sozialversicherung als Mittel zur Bekämpfung des Geburtenrückganges* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- d) Dr. G. PIERSANTELLI — Genova: « *La politica demografica d'Augusto* ».

7. **Mortalità degli assicurati nei vari paesi del mondo in rapporto alla mortalità generale della popolazione — Mortalité des assurés dans les différents pays du monde en rapport à la mortalité générale de la population — Mortality of insured persons in the different countries of the world in relation with the general mortality of the population — Mortalität der Versicherten in der verschiedenen Ländern der Welt im Verhältnis zur Mortalität der Gesamtbevölkerung — Mortalidad de los asegurados en los varios países del mundo en relación con la mortalidad general de la población.**

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. FILADELFO INSOLERA, R. Istituto Superiore di Scienze Economiche e Commerciali - Torino.

8. **Altre relazioni e comunicazioni. — Autres rapports et communications — Other reports and papers — Andere Berichte und Referate — Otras ponencias y comunicaciones.**

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. C. ARNOLD ANDERSON - Cambridge : « *The Sociological Approach to the Study of Assortative Mating* ».
 b) Prof. LUCIEN MARCH - Paris : « *Population et rationalisation* ».
 c) Prof. F. W. OGBURN, University of Chicago : « *Effects of the malthusian theory as operating over the past 150 years in Iceland* ».
 d) Prof. PASSARGE, Seminar für Geographie der Universität - Hamburg : « *Die gesetzmässige Charakterentwicklung der Völker der Grundlage der Kulturentwicklung und des Geschichtsverlaufes* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- e) M. LOUIS DUVAL-ARNOULD, Faculté de Droit de l'Institut Catholique - Paris : « *L'influence de la morale sur la natalité* ».
 f) Dr. GIACOMO VERONESE - Roma : « *Gli studenti stranieri in Italia dal 1922 al 1930* ».
 g) Prof. P. AGOSTINO GEMELLI, Rettore dell'Università Cattolica del Sacro Cuore - Milano : « *Le vedute della psicologia e della psichiatria nel problema della natalità* ».
 h) Prof. GIACOMO TAURO, Preside della Facoltà di filosofia e lettere della R. Università di Cagliari : « *Il problema della popolazione sotto l'aspetto pedagogico* ».

SEZIONE VI - SECTION VI - SECTION VI
VI. SEKTION - SECCIÓN VI

ECONOMIA - ECONOMIE - ECONOMY - WIRTSCHAFT - ECONOMÍA

1. Demografia e problemi del lavoro — Démographie et problèmes du travail — Demography and labour problems — Demographie und Arbeitsprobleme — Demografía y problemas del trabajo.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) M. ALBERT THOMAS, Directeur Général du Bureau International du Travail — Genève.

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- b) Prof. L. HERSCH — Université de Genève : « *Chômage et mouvement de la population* ».

2. Interrelazioni fra ricchezza e popolazione — Les interrelations entre la richesse et la population — Interrelations between wealth and population — Gegenseitiges Verhältnis zwischen Reichtum und Bevölkerung — Relaciones recíprocas entre la riqueza y la población.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. RUIZ ALMANSA — Madrid.
b) Prof. J. SPENGLER — Cambridge, Mass : « *Economic consequences of a stationary population* ».
c) Prof. WLADIMIR WOYTINSKY — Berlin : « *Veränderungen in der Bevölkerungsbewegung und Oekonomie der menschlichen Arbeitskraft* ».
d) Dr. C. E. MC. GUIRE — Washington : « *Economic consequences of the discount of population* ».
e) Prof. HOWARD WOOLSTON, University of Washington : « *Population and prosperity* ».
f) Prof. SHIOMI SABURO, Imperial University — Kyoto : « *Interrelation between the wealth and the density of population in Japan* ».

3. Migrazioni interne — Les migrations internes — Internal migrations — Innere Wanderungen — Las migraciones internas.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. GIOVANNI DE FRANCISCI GERBINO — R. Università di Palermo.
b) On. LUIGI RAZZA, Presidente della Confederazione Nazionale Sindacati Fascisti dell'Agricoltura — Roma.
c) Dr. LEONIDA VAGNETTI, Direzione Generale del Lavoro Italiano all'Estero — Roma.

- d) Prof. GIUSEPPE UGO PAPI, Istituto di Scienze Giuridiche, Economiche, Politiche e Sociali – Roma : « *Le migrazioni interne specialmente in rapporto alla bonifica integrale* ».
- e) Prof. GASTON RICHARD, Président de l'Institut International de Sociologie – Caudéran : « *L'exode rural en France au 19^{ème} siècle* ».
- f) Prof. OTTAVIO SCRITTORE, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia – Roma : « *Esodo rurale e ritorno alla terra, in base al censimento professionale agricolo del 1930* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- g) Dott. Rag. ROBERTO TREMELLONI – Milano : « *La razionalizzazione e gli spostamenti di popolazione* ».
- h) Prof. ASSUNTO MORI – Roma : « *Sul popolamento recente dei comuni costieri del Lazio, in relazione colle migrazioni periodiche* ».
- i) Prof. CONRAD TAEBER, Mount Holyoke College : « *Migration to and from German cities (1902-1929)* ».

4. Migrazioni internazionali — Les migrations internationales — International migrations — Internationale Wanderungen — Las migraciones internacionales.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. GUILLERMO GARBARINI ISLAS, Professor en la Universidad – Buenos Aires (... desde el punto de vista argentino).
- b) Dr. HUGO GROTHE – Leipzig : « *Die Wanderungsbewegung der Kulturvölker in ihrer geographischen Bedingtheit* ».
- c) Dr. WALTER PREUSS – Jerusalem : « *Der Einfluss der Jüdischen Einwanderung auf die Ökonomische Entwicklung Palästinas* ».
- d) Prof. OTTO VON ZWIEDINECK SUDENHORST, Seminar für Statistik und Versicherungswissenschaft. Universität – München : « *Motive und Möglichkeit von Erfolgen in der Auswanderungspolitik* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- e) Dr. E. ANTONUCCI e Dr. U. TRILLÒ, Istituto Centrale di Statistica del Regno – Roma : « *Provenienze e destinazioni delle correnti d'emigrazione italiana per l'estero dal 1876 al 1930* ».

5. Lo spopolamento della montagna — La dépopulation de certaines régions montagneuses — The depopulation of some mountainous territories — Die Entvölkerung einiger Gebirgsgegenden — La despoblación de algunas regiones montañosas.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. ANTONIO R. TONIOLO, Consiglio Nazionale delle Ricerche – Firenze.
- b) Consiglio Provinciale dell'Economia di Cuneo : « *Cause dello spopolamento alpino in genere* ».

- c) Consiglio Provinciale dell'Economia di Cuneo : « *Rapporti tra la diffusione delle malattie sociali e lo spopolamento montano* ».
- d) Dr. ALIVIA GAVINO - Sassari : « *Distribuzione della popolazione Sarda tra la montagna e il litorale* ».
- e) Dr. A. SCHWARTZ, Bureau Fédéral de Statistique - Bern : « *Die Bevölkerungszunahme und -abnahme in den schweizerischen Hochtlälern* ».
- f) Prof. FULVIO BOLLA - Lugano : « *Lo spopolamento delle Valli del Canton Ticino secondo i risultati del Censimento 19 Dic. 1930* ».

6. Le carestie — Les famines — Famines — Die Hungernote — Las Hambres.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. LEONE KAWAN - Paris.
- b) Dr. LEONIDA VAGNETTI, Direzione Generale del Lavoro Italiano all'Estero - Roma.
- c) Prof. Dr. A. MAURIZIO - Varsovie : « *L'alimentation végétale en temps de disette* ».

7. Il problema della sovra-popolazione — Le problème de la surpopulation — The problem of over-population — Das Problem der Uebervölkerung — El problema de la superpoblación.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. RAJANI KANTA DAS, Bureau International du Travail - Genève : « *The problem of India's Over-population* ».
- b) Dr. LEONARD HSU, Princeton Yenching Foundation - New York : « *Problem of the Optimum Number of Chinese Population* ».

8. Demografia e Finanze — Démographie et Finances — Demography and Finances — Demographie und Finanzen — Demografía y Haciendas.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. Avv. MARIO PUGLIESE - Milano : « *La finanza e la questione demografica* ».
- b) Prof. BERNARDINO BARBADORO - Firenze : « *Finanza e demografia nei ruoli d'imposta del 1351-1355* ».

9. Altre relazioni e comunicazioni — Autres rapports et communications — Other reports and papers — Andere Berichte und Referate — Otras ponencias y comunicaciones.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. BENOY KUMAR SARKAR, Deutsche Akademie - München : « *I quozienti di natalità, di mortalità e di accrescimento naturale dell'India attuale nel quadro della demografia comparata* ».

- b) Prof. FILIPPO VIRGILI – Università di Siena : « *Il Monte dei Paschi di Siena (nei suoi tre secoli di vita e nelle sue ripercussioni demografiche)* ».
- Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :
- c) Prof. R. D'ADDARIO, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia – Roma : « *L'agglomeramento della popolazione nei Compartimenti italiani* ».
- d) Prof. R. D'ADDARIO, Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia – Roma : « *Relazioni tra frazionamento della proprietà terriera ed alcuni fenomeni demografici in Italia* ».
- e) Dr. R. ENGELSMANN – Kiel : « *Malthus redivivus* ».

SEZIONE VII - SECTION VII - SECTION VII
VII. SEKTION - SECCIÓN VII

STORIA - HISTOIRE - HISTORY - GESCHICHTE - HISTORIA

1. L'evoluzione numerica della popolazione – L'évolution numérique de la population – The numerical evolution of population – Die zahlenmäßige Entwicklung der Bevölkerung – Evolución numérica de la población.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. ETTORE CICCOTTI, Senatore del Regno – Roma : (... con particolare riferimento all'antica Roma).
- b) Prof. MANUEL GAMIO, Consejo Supremo de Defensa y Prevención Nacional – Mexico : « *Comentarios sobre la evolución de los pueblos latino-americanos* ».
- c) Dr. J. VAN GELDEREN – Batavia (... with particular reference to the population of Java).
- d) Dr. YASMARO SHIMOJO – Tokyo : « *An inquiry concerning the numerical evolution of population : chiefly on the Population Problems in Japan* ».
- e) M. JAMES IRELAND CRAIG, Ministry of finance – Cairo : « *The population of Egypt* ».
- f) Dr. PAOLO FORTUNATI, Università degli Studi – Ferrara : « *La popolazione friulana dal Medio Evo ai giorni nostri* ».
- g) Dr. KOREN KO – Tokyo : « *Evolution of the population in Korea* ».
- h) Prof. MICHELANGELO SCHIPA – Napoli : « *Intorno alla popolazione di Napoli nell'alto Medio Evo* ».
- i) Dr. TILLA VULHOPP – Anversa : « *Le développement de la population belge depuis 1840* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- l) Prof. RAFFAELE CIASCA – R. Università di Cagliari : « *Il Problema dell'incremento demografico in Sardegna nel secolo XVIII* ».

- m) Prof. RAFFAELE CIASCA – R. Università di Cagliari : « *Fra quali contrasti sorsero i sobborghi di Sassari dell'epoca carlo albertina* ».
- n) Cav. di Gr. Cr. GIACOMO GORRINI, Minitro Plenipotenziario di S. M. – Roma : « *La popolazione dello Stato Ligure nel 1531 sotto l'aspetto statistico e sociale* ».
- o) Prof. G. MONTI, Direttore del Seminario Giuridico Economico – R. Università di Bari : « *Popolazione nel mezzogiorno d'Italia nel periodo angioino* ».
- p) S. E. On. Prof. PIER SILVERIO LEICHT – Bologna : « *La popolazione delle principali città e borgate nel Friuli Veneto secondo le descrizioni della « Patria del Friuli » del secolo XVI-XVIII* ».
- q) Avv. Prof. MARIO CHIAUDANO – Torino : « *Il più antico catasto del Piemonte : il Catasto di Chieri (1256)* ».
- r) Prof. ENRICO BESTA – Milano : « *Osservazioni sui censimenti milanesi di Francesco II Sforza e Carlo V* ».
- s) Prof. R. ALMAGIÀ, R. Università di Roma : « *La popolazione del territorio di Aquila nel secolo XVI* ».
- t) Dr. HASKEL SONNABEND – Bulawayo : « *Alcune considerazioni demografiche sulla espansione degli Slavi* ».
- u) Dr. SABIN MANUILA, Director of the general Census in Roumania – Bucarest : « *The present ethnical situation and the future evolution of the cities of the new provinces of Roumania* ».
- v) On. Prof. ARRIGO SOLMI – Milano : « *Dati sulla popolazione di Parma negli ultimi 5 secoli* ».
- z) Prof. EUGENIO CASANOVA, Sovrintendente Generale dell'Archivio di Stato del Regno – Roma : « *Le fonti archivistiche minori per lo studio dei problemi della popolazione* ».

2. Le epidemie nella storia — Les épidémies dans l'histoire — Epidemics in history — Die Epidemien in der Geschichte — Las epidemias en la historia.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. CARLO BILANCIONI, Direttore Istituto di Clinica oto-rino-laringoiatrica della R. Università di Roma : « *Le epidemie relative alle prime vie respiratorie* ».
- b) Dott. ARTURO CASTIGLIONI, Direttore medico al Lloyd Tiresino – Trieste : *Titolo da precisare*.
- c) Prof. EDOUARDO IBARRA Y RODRIGUEZ – Universidad Central de Madrid : « *Le epidemie nel Medio Evo* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- d) Prof. ANTONIO COSTA, Biblioteca Brignole – Genova : « *La peste di Genova negli anni 1656-1657* ».

3. La malaria e la decadenza demografica dell'antica Roma — Le paludisme et la décadence démographique de l'ancienne Rome — Malaria and the decline in the birth-rate of ancient Rome — Malaria und Bevölkerungsrückgang im alten Rome — El paludismo y la decadencia demográfica en la antigua Roma.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. GIUSEPPE PECORI, Direttore dell'Istituto di Igiene e Sanità — Roma : « *La malaria e la popolazione di Roma attraverso i tempi* ».

4. Altre relazioni e comunicazioni — Autres rapports et communications — Other reports and papers — Andere Berichte und Referate — Otras ponencias y comunicaciones.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. ARISTIDE CALDERINI, Preside delle Facoltà di Lettere e Filosofia dell'Università del Sacro Cuore di Milano : « *Il censimento epigrafico dell'Impero romano* ».
- b) Prof. ARISTIDE CALDERINI, Preside della Facoltà di Lettere e Filosofia dell'Università Cattolica di Milano : « *Le schede di censimento dell'Egitto secondo le scoperte più recenti* ».
- c) Sig.na SANDRA AVOGADRO — Milano : « *I connotati personali nei documenti dell'Egitto greco-romano secondo gli ultimi ritrovamenti* ».
- d) Prof. CORRADO GINI — Presidente del Comitato Italiano per lo studio dei problemi della popolazione — Roma : « *La pigmentazione degli abitanti dell'Egitto nell'età greco-romana* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- e) Prof. FRANCESCO ERCOLE, Rettore della R. Università di Palermo : « *I riveli di anime e di beni del Regno di Sicilia* ».
- f) Prof. CESARE PADOVAN — Cremona : « *Influenza della grande città antica sulle popolazioni rurali* ».
- g) Prof. PAOLO REVELLI, Istituto di Geografia della R. Università — Genova : « *La densità della popolazione nella storia della geografia* ».
- h) Prof. PAOLO REVELLI — Genova : « *Per la storia della popolazione piemontese e ligure dal principio del secolo XI alla metà del XIX* ».
- i) Prof. A. UGGÉ, Laboratorio di Statistica dell'Università Cattolica del Sacro Cuore di Milano : « *Variazioni della durata della convivenza matrimoniale feconda in alcuni paesi* ».

SEZIONE VIII - SECTION VIII - SECTION VIII
VIII. SEKTION - SECCIÓN VIII

METODOLOGIA — MÉTHODOLOGIE — METHODOLOGY — METHODOLOGIE
METODOLOGÍA

1. Misura della fecondità — La mesure de la fécondité — The measure of fertility — Messung der Fruchtbarkeit — La medida de la fecundidad.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) M. R. R. KUCZYNSKI, Institute of Economics of the Brookings Institution : « *Methods of measuring the balance of births and deaths* ».

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- b) Prof. CORRADO GINI, Presidente del C. I. S. P. — Roma : « *Indice di Tait* ».

2. Misura dell'omogamia — La mesure de l'homogamie — The measure of the homogamy — Messung der Homogamie — La medida de la homogamia.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. FRANCO SAVORGNAN, R. Università di Roma : « *La misura della endogamia e dell'omogamia* ».

3. Il valore monetario dell'uomo — La valeur monétaire de l'homme — The money value of the man — Der Geldwert des Menschen — El valor monetario del hombre.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. L. V. FURLAN — Basilea.
b) Prof. GAETANO PIETRA, R. Università di Padova.

4. I metodi per la rappresentazione cartografica della densità della popolazione — Les méthodes de représentation cartographique de la densité de la population — Methods for the cartographic representation of population density — Die Methoden für die kartographische Darstellung der Bevölkerungsdichtigkeit — Los métodos de representación cartográfica de la densidad de la población.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. L. V. FURLAN — Basilea.
b) Dr. GIACOMO VERONESE — Roma.

Comunicazioni : Communications : Papers : Referate : Comunicaciones :

- c) Prof. F. L. DE MAGISTRIS - Milano, « *Se la conoscenza della distribuzione della popolazione per zone o di uguale distanza dal mare o di uguale altezza sul mare possa essere raggiunta indipendentemente dallo ausilio delle isocoriche e delle isoipse* ».

5. Il centro mediano e il centro di gravità della popolazione di un territorio e la sua determinazione — Calcul du centre médian et du centre de gravité de la population d'un pays — The median point and the center of a population and its determination — Der Bevölkerungsmedianpunkt und der Bevölkerungsschwerpunkt eines Landes und seine Bestimmung — Calculo del centro medio y del centro de gravedad de la población de un país.

Relazioni : Reporst : Rapports : Berichte : Ponencias :

- a) Prof. L. GALVANI, Istituto Centrale di Statistica del Regno - Roma.
 b) Prof. F. J. LINDERS - Stockholm: « *Ueber die Bestimmung des Schwerpunkts und der Trägheitsellipse einer Bevölkerung* ».
 c) Dr. DOUGLAS E. SCATES, Director of School Research - Cincinnati: « *The median point of population in the United States* ».
 d) Prof. F. L. GRIFFIN - Reed College - Portland: « *The center of Population for various continuous distribution of population over areas of shapes* ».

6. Misura della correlazione — Mesure de la corrélation — Measure of the correlation — Maass der Korrelation — Medida de la correlación.

Relazioni : Rapports : Reports : Berichte : Ponencias :

- a) Dr. THÉODORE SZÉL, Office Central de Statistique - Budapest: « *On the correlations of multivariable demographic massphenomenas expressible by forms of space* ».

PROF. CORRADO GINI, *Direttore responsabile.*

The international Review of Statistics METRON is published in numbers. Four successive numbers make a volume of 700 to 800 pages in all.

It accepts original articles on statistical methods and on the applications of statistics to the different spheres of activity, and review or discussions of results obtained by statistical method in various fields of science, or such material as may be of interest to the statistician. A bibliography is annexed of all works or reviews presented or received in exchange.

Articles and reviews may be written in English, Italian, French or German. Manuscripts in English, French or German should be typewritten. Contributors will receive free of charge 25 copies of their publications issued.

Manuscripts submitted for publication should be addressed to *Prof. Corrado Gini, Istituto di Statistica, R. Università di Roma (Italy)*, or to the member of the Editorial Committee who represents the writers' country. Contributors are requested to retain one copy of each manuscript sent, as, in case of non acceptance, the Editors will not be responsible for the safe return of the original.

Proposals for exchange made by reviews or other periodicals and all publications sent in exchange, or as complimentary copies, should be addressed to Prof. Corrado Gini.

All applications of subscribers, as well as the sums for the subscriptions, are to be made payable to *Amministrazione del « Metron », Istituto di Statistica della R. Università di Roma — Via delle Terme di Diocleziano, 10, Roma, Italy.*

The subscription rate for each volume is **100 It. lire** and for single copies **30 It. lire**, each post paid.

Die Internationale Statistische Zeitschrift METRON erscheint in Heften. Vier aufeinanderfolgende Hefte bilden ein Band im Gesamtumfang von 700-800 Seiten.

Die Zeitschrift veröffentlicht Originalaufsätze über die Methode der Statistik und die Anwendung der Statistik auf die verschiedenen Zweige der Wissenschaften, sowie Übersichten und Erörterungen über die Ergebnisse der statistischen Methode auf den verschiedenen Wissenschaftsgebieten, soweit die für den Statistiker von Interesse sind. Sie enthält ferner ein Verzeichnis aller unentgeltlich oder im Austauschverkehr eingehenden Bücher und Zeitschriften.

Die zur Veröffentlichung eingesandten Aufsätze und Mitteilungen können in deutscher, italienischer, französischer, und englischer Sprache verfasst sein. Deutsche, französische und englische Manuskripte müssen mit der Maschine geschrieben sein. Beiträge werden nicht honoriert. Jeder Verfasser erhält unentgeltlich 25 Sonderabdrücke seiner Arbeit.

Die Manuskripte, deren Veröffentlichung gewünscht wird, sind an Herrn *Prof. Corrado Gini, Istituto di Statistica, R. Università di Roma (Italien)* oder an das Mitglied des Direktion-Komitees, das den Staat des Mitarbeiters vertritt, zu richten.

Die Verfasser werden gebeten, eine Abschrift des eingesandten Manuskriptes zurückzubehalten, da die Schriftleitung für den Fall, dass die eingesandte Arbeit nicht veröffentlicht wird, keine Gewähr für deren Rücksendung übernimmt.

Austauschanträge für andere Zeitschriften und alle Veröffentlichungen, die unentgeltlich oder im Austausch zur Verfügung gestellt werden, sind an Herrn Prof. Corrado Gini zu richten.

Die neuen Abonnements-Anfragen, sowie die Zahlungen für die Abonnements, sind an *Amministrazione del « Metron », Istituto di Statistica della R. Università di Roma — Via delle Terme di Diocleziano, 10, Roma, (Italien)* zu richten.

Der postfreie Bezugspreis für jeden Band ist **100 It. lire**, und **30 It. lire** für das einzelne Heft.

BIBLIOTECA DEL "METRON" - "METRON" LIBRARY
BIBLIOTHÈQUE DU "METRON" - "METRON'S" BIBLIOTHEK

SERIE **A.** - Problemi di attualità - Problèmes d'actualité - Gegenwärtige Fragen.

SERIES **A.** - Problems of the moment.

1. - A. ANDRÉADES - *La population anglaise avant, pendant et après la grande guerre.*

10 lire pour l'Italie et les pays ayant un change plus défavorable **5 Frs. suisses** pour les autres pays.

2. - L. HERSCH. - *La population de la Palestine et les perspectives du Sionisme.*

Lit. 3.

SERIE **B.** - Memorie scientifica - Mémoires scientifiques - Wissenschaftliche Arbeiten.

SERIES **B.** - Scientific Memoirs.

1. - F. SCHINDLER - *Das Volksvermögen Voralbergs.*

25 lire pour l'Italie **8 sh. autrich.** pour l'Autriche.

8 Fr. suisses pour la Suisse et les autres pays.

2. - F. SAVORGNAN - *La scelta matrimoniale - Studi statistici.*

12 lire pour l'Italie et les pays ayant un change plus défavorable.

6 Frs. suisses pour les autres pays.

3. - F. V. FELLNER - *Die Verteilung des Volksvermögens und Volkseinkommens der Länder der Ungarischen Heiligen Krone zwischen dem heutigen Ungarn und den Successions-Staaten.*

10 lire pour l'Italie et les pays ayant un change plus défavorable.

5 Frs. suisses pour les autres pays.

4. - MARIO BALESTRIERI - *I consumi alimentari della popolazione italiana dal 1910 al 1921 con prefazione del Prof. CORRADO GINI.*

15 lire.

Gli abbonati del *Metron* che domandano direttamente all'Amministrazione le opere pubblicate nella *Biblioteca del « Metron »* ricevono uno sconto, sul prezzo di copertina, del 30 %. Le spese di porto restano a carico dell'acquirente.

Les abonnés du *Metron*, qui commandent directement à l'Administration les ouvrages publiés par la *Bibliothèque du « Metron »* reçoivent un rabais de 30 % sur les prix indiqués. Les frais de port restent à la charge de l'acheteur.

Those subscribers to the *Metron* who obtain directly from the Administration works published in the « *Metron* » Library receive a discount, on the marked price, of 30 %. The cost of carriage must be borne by the buyer.

Den Abonnenten der Zeitschrift *Metron* welche die von der « *Metron's* » Bibliothek veröffentlichten Werke daselbst beziehen, kommt ein Bonus von 30 % des angegebenen Preises zugute.